

# LABORATORIO DI MISURE ELETTRONICHE

## *[Fotocopie di Appunti]*

A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

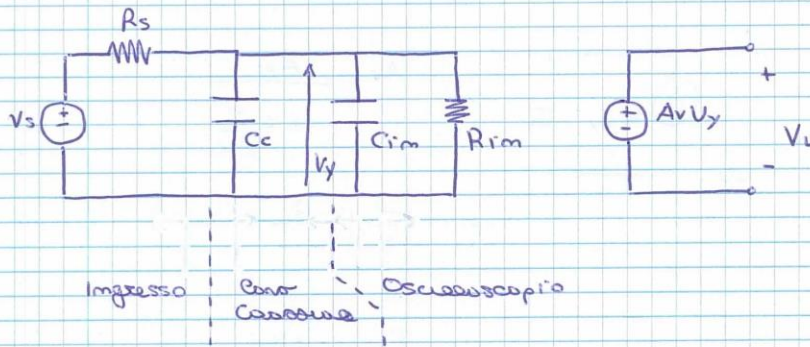
**PROFESSORE:** Ada Fort (<http://www3.diism.unisi.it/people/person.php?id=27> )

**LINK AL CORSO ANNO 2015/2016:**

<http://www3.diism.unisi.it/FAC/index.php?bodyinc=didattica/inc.insegnamento.php&id=55147&aa=2015>

**FREQUENTAZIONE:** Consigliata.

Quindi:



$$C_p = C_c + C_{im}$$

$$Z_p = C_p \parallel R_{im}$$

$$\frac{V_y}{V_s} = \frac{Z_p}{R_s + Z_p} = \frac{\frac{R_{im}}{1 + j\omega C_p R_{im}}}{R_s + \frac{R_{im}}{1 + j\omega C_p R_{im}}} = \frac{R_{im}}{R_s(1 + j\omega C_p R_{im}) + R_{im}}$$

$$= \frac{R_{im}}{R_s + R_{im} + j\omega R_s R_{im} C_p} = \frac{R_{im}}{R_s + R_{im}} \left( \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_s R_{im} C_p}{R_s + R_{im}}} \right)$$

Bisogna che  $R_s \ll R_{im} \rightarrow \frac{V_y}{V_s} = 1$

$$f_{H_{im}} = \frac{1}{2\pi R_s \parallel R_{im} \cdot C_p} \approx \frac{1}{2\pi R_s C_p} \quad \text{quando } R_s \ll R_{im}$$

$f_{H_{im}} \gg Bw$   
 ↑                      ↑  
 frequenza di taglio con + ingresso oscilloscopio + sorgente      Banda strumento

N.B. a angolo piccolo la frequenza del polo è la frequenza di taglio.

## SONDA (CIRCUITO DI PRELIEVO)

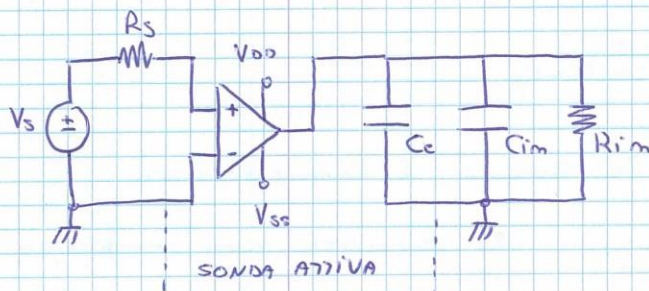
SONDE DI TENSIONE :

- 1) ATTIVE ; ( Costose, Banda più larga, Riduciamo Fondo Scala )
- 2) PASSIVE ;

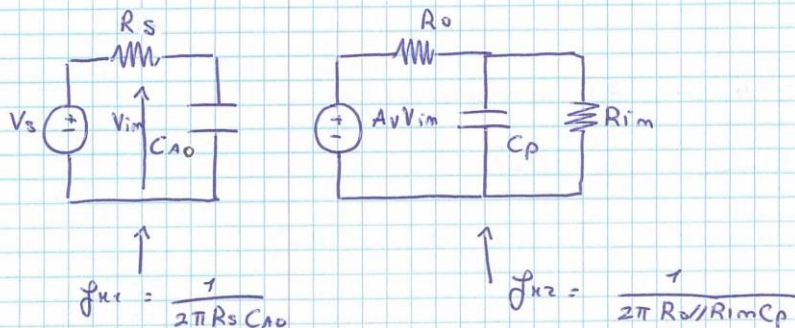
SONDE DI CORRENTE ( I → V ) :

- 1) AC trasformatore ;
- 2) DC Effetto Hall ;

### SONDA DI TENSIONE ATTIVA



l' amplificatore è posto in testa alla sonda!

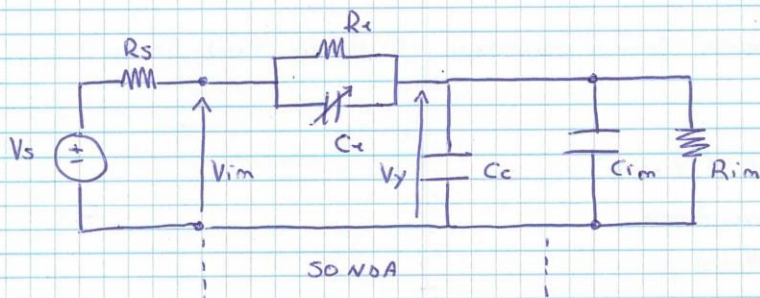


SONDA	AMPL.	CARD	INGRESSO
-------	-------	------	----------

non SONDA	CARD	AMPL.	INGRESSO
-----------	------	-------	----------

con SONDE ATTIVE DIFFERENZIALI posso fare misure differenziali.

## SONDA DI TENSIONE PASSIVA



Attenuatore Compensato:

$$\frac{V_y}{V_{im}} = \frac{R_{im}}{1 + j\omega C_p R_{im}} \cdot \frac{1}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_{im}}{1 + j\omega R_{im} C_p}}$$

Se  $R_{im} C_p = R_1 C_1$  la sonda è compensata

$$\rightarrow \frac{V_y}{V_{im}} = \frac{R_{im}}{R_1 + R_{im}} \quad \text{la frequenza non influisce più.}$$

$$\text{Spesso } \frac{R_{im}}{R_1 + R_{im}} = \frac{1}{10} \rightarrow R_1 = 9 R_{im} \quad (\text{SONDA } 10\times)$$

Se la sonda non è compensata:

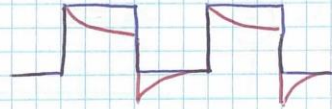
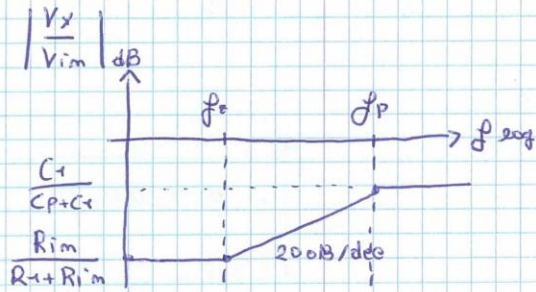
$$\frac{V_y}{V_{im}} = \frac{R_{im} (1 + j\omega C_1 R_1)}{R_1 (1 + j\omega R_{im} C_p) + R_{im} (1 + j\omega C_1 R_1)}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \quad f_p = \frac{1}{2\pi R_1 // R_{im} (C_1 + C_p)}$$

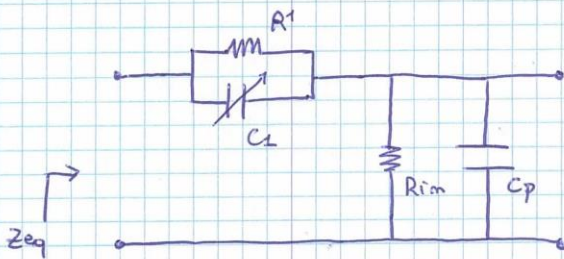
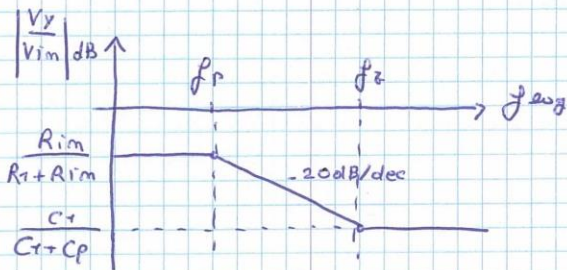
Se sono in compensazione  $f_z = f_p$ .

Se non sono compensati:

1)  $f_z < f_p$



2)  $f_p < f_z$



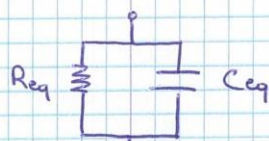
$$C_1 R_1 = R_{im} C_p$$

$$Z_{eq} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_{im}}{1 + j\omega R_{im} C_p}$$

$$= \frac{R_1 + R_{im}}{1 + j\omega R_1 C_1} = \frac{R_1 + R_{im}}{1 + j\omega R_1 C_1 \cdot \frac{R_1 + R_{im}}{R_1 + R_{im}}}$$

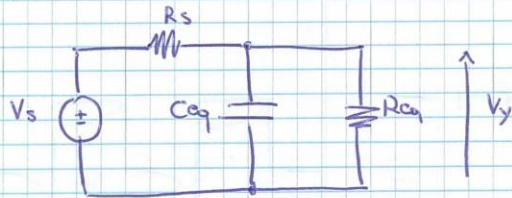
$$R_{eq} = R_1 + R_{im}$$

$$C_{eq} = \frac{R_1 C_1}{R_1 + R_{im}} = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p} \approx C_1$$



$$C_{eq} = \frac{C_p}{10}$$

$$R_{eq} = 10 R_{im}$$



$$f_H = \frac{1}{2\pi R_s // R_{eq} C_{eq}}$$

$$= 10 \cdot \frac{1}{2\pi R_s // R_{im} C_{im}}$$

Se questo è l'oscilloscopio:

$$H(\omega) = \frac{A_{dc}}{1 + j \frac{\omega}{f_H}}$$

$$t_{s_{osc}} = \frac{0,35}{f_H} = 3,5 \text{ ns}$$

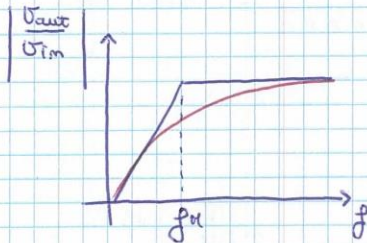
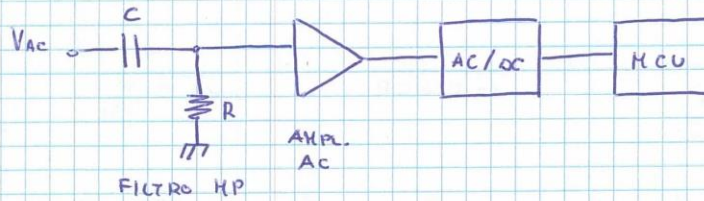
$$t_{s_{LIMITE}} = 5 \cdot t_{s_{osc}}$$

2/05/2016

## Calcolatorio

DE MULTIMETRO DIGITALE fa questa operazione:

$$V_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v^2(t) dt \rightarrow V_{RMS}^2 = \frac{1}{NT_c} \sum_{m=1}^N v^2(mT_c) \cdot T_c$$



la cosa migliore è che  
 $f_H \rightarrow \phi$

ma se  $f_H \rightarrow \phi$ :

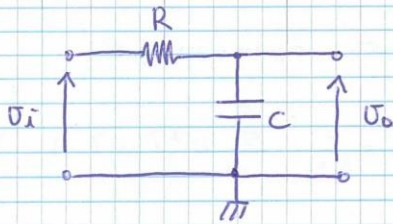
$\tau = \frac{1}{2\pi f_H}$  è grande e il sistema reagisce lentamente a variazioni di  $V_i$ .

$\tau$ : durata del transitorio

Quindi per misurare in AC inserisco un HP.

Per misurare in DC inserisco un LP.

Filtro LP:



$$R = 6,8 \text{ k}\Omega$$

$$C = 15 \text{ nF}$$

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_H}}$$

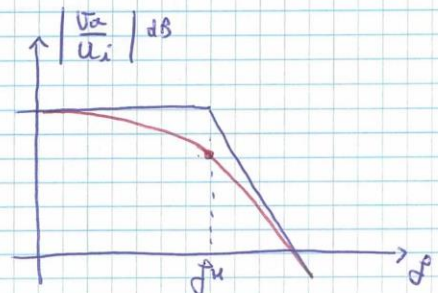
$$\omega = 2\pi f \rightarrow f_H = \frac{1}{2\pi RC} = 1560 \text{ Hz}$$

$$k_A = \frac{0,35}{f_H} = 224 \mu\text{s}$$

Guadagno in continua:

Se  $f \ll f_H$  per valutare il guadagno in continua.

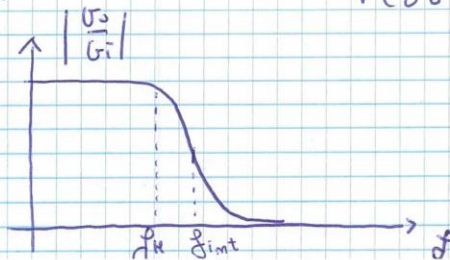
$$\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_H^2}}}$$



$$\text{Se } f \approx \frac{f_H}{100} \rightarrow \left| \frac{U_o}{U_i} \right| \approx 1$$

Frequenza di taglio:

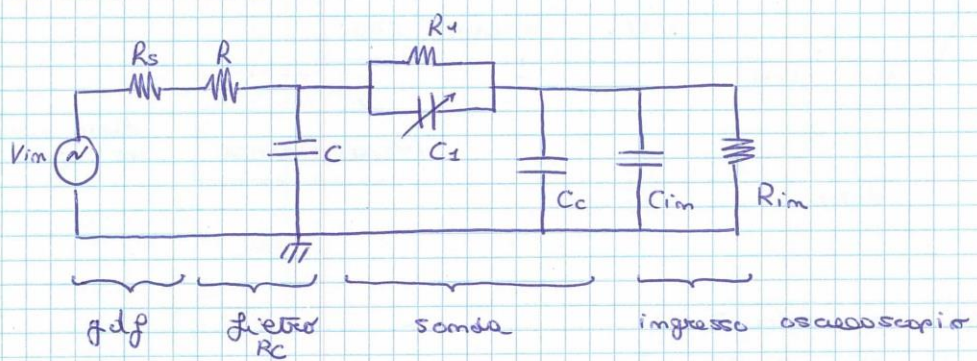
$$\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_H^2}}} \rightarrow f_H = \frac{f}{\sqrt{\left(\frac{U_i}{U_o}\right)^2 - 1}}$$



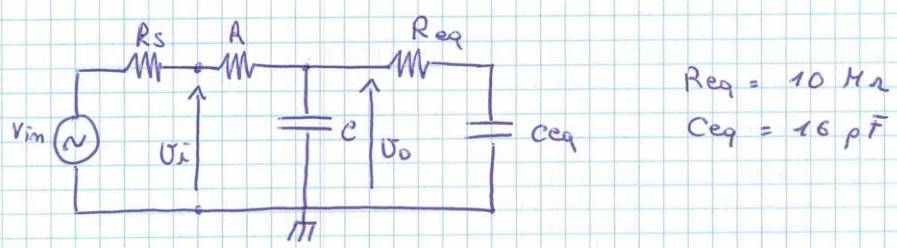


Per migliorare il risultato scelto come frequenza firt ed applico la formula precedentemente trovata per calcolare  $f_0$ .  
 Scelgo  $f_{irt}$  in quel punto perché la  $f$  risulterà rimente poco di piccole variazioni di  $V$ .

Schema circuitale :



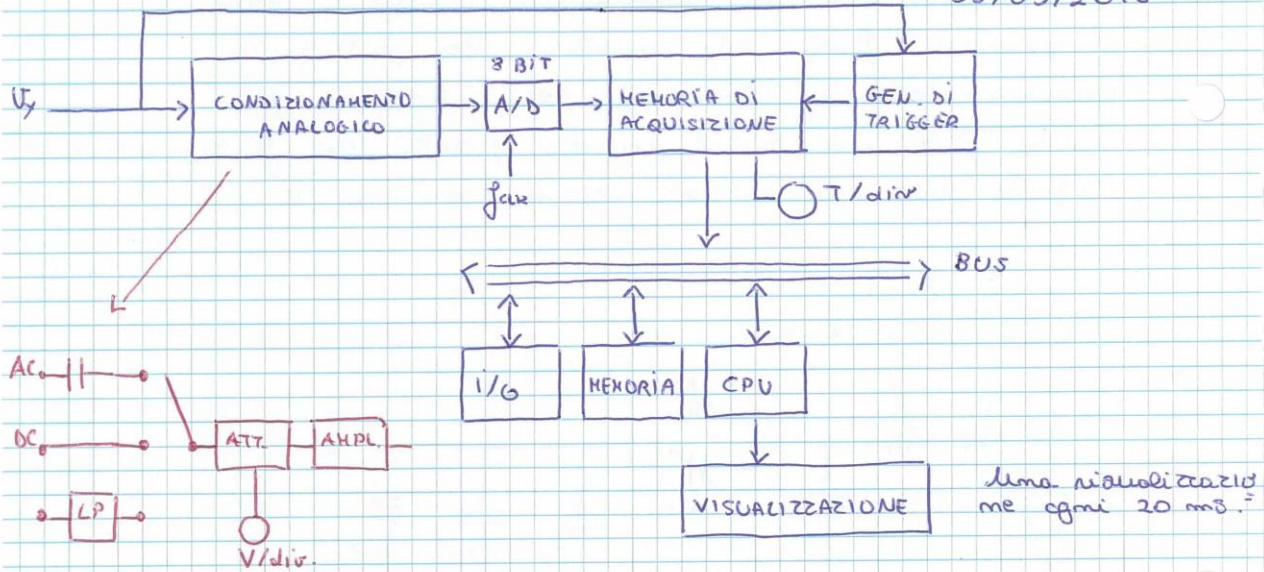
Semplificando :



$\frac{V_o}{V_i}$  quanto ingenuo  $R_{eq}$  e  $C_{eq}$  ?

# OSCILLOSCOPIO DIGITALE

05/05/2016

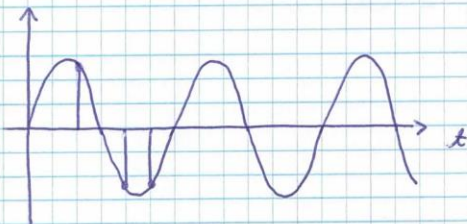
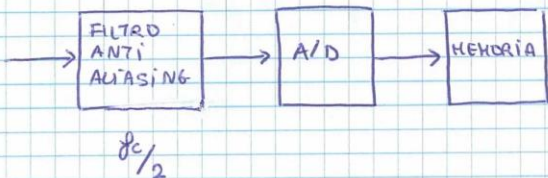


una visualizzazione  
me ogni 20 ms.

Parametri importanti:

- BW (20 MHz, 50 MHz, ...)
- F. campionamento (16 Sample/sec)

## CAMPIONAMENTO PER OSCILLOSCOPI DIGITALI



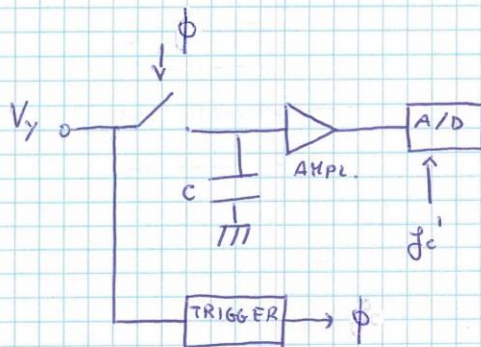
SHANNON:

$$s(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - mT_c) R(t - mT_c)$$

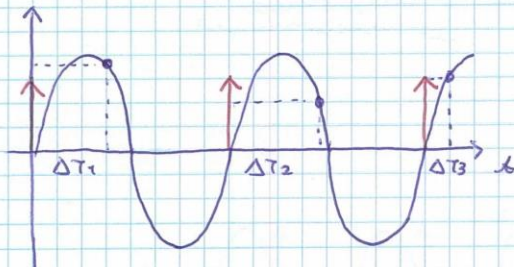
↑  
time

# OSCILLOSCOPIO SAMPLING SCOPE

Solo per segnali ripetitivi.



In passato si usava:

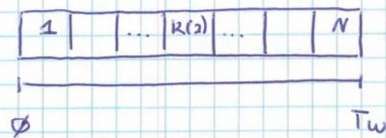


Ovvero un campionamento in tempo equivamente asincrono:

$$\Delta t = \frac{T_w}{N}$$

$N$ : # campioni.

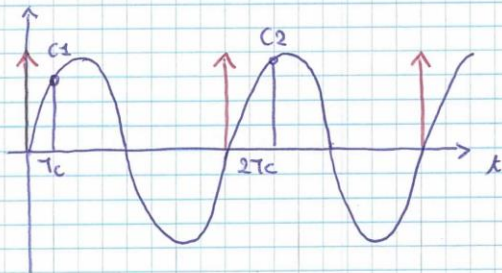
$T_w$ : finestra di campionamento



$$k(2) = \left\lceil \frac{\Delta T_2}{T_w} \right\rceil$$

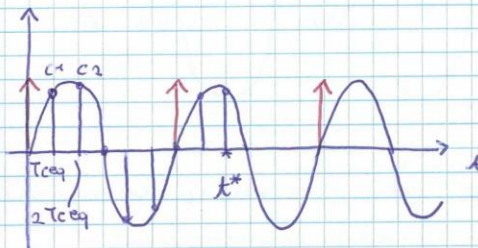
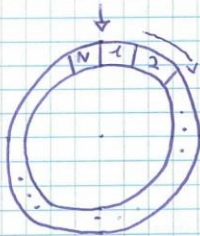
$\Delta t$ : Tempo di campionamento equivalente.

Oggi avviene un campionamento in tempo equivalente  
simettrico:



Termomolo nel ' oscilloscopio digitale:

MEMORIA DIGITALE



$t^*$  : posizione puntatore

$T_w = N \cdot T_{ceq}$  finestra di acquisizione

$T_{ceq}$  : tempo di campionamento

Quando letti T/div nel ' oscilloscopio :

$$\Delta T = 1 \text{ ms} \quad \text{TIME DIVISION} \quad \swarrow$$

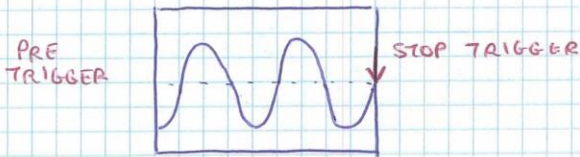
$$T_w = 10 \text{ div} \cdot \Delta t = 10 \text{ ms} \quad \text{FIN. TEMPORALE}$$

$$T_{ceq} = \frac{T_w}{N} \quad \text{T. CAMPIONAMENTO} \quad \swarrow$$

$$\text{se } N = 1000 \rightarrow T_{ceq} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1000} = 10 \mu\text{s}$$

$$\text{Se } T_{ceq} = 10 \mu\text{s} \rightarrow f_{ceq} = 100 \text{ KHz} \Rightarrow 100 \text{ KSample/sec.}$$

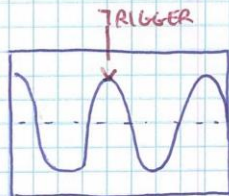
meè MONITOR nedo



Se dopo il trigger raccoglie  $N$  campioni



Mantoliti CENZA :



Dopo il trigger raccoglie  
 $\frac{N}{2}$  campioni.

Se Pro in oscilloscopio con  $1 \text{ GS/a}$

Velocità  $5 \text{ ms/div} \rightarrow T_w = 50 \text{ ns}$

$$\rightarrow T_{\text{eq}} = \frac{T_w}{N} = \frac{50 \cdot 10^{-9}}{2500} = 20 \text{ ps}$$

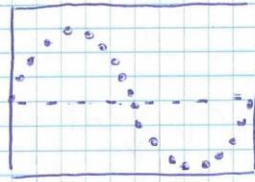
$$20 \text{ ps} < 1 \text{ ns} = \frac{1}{10^9} \text{ non va bene}$$

uso  $N = 50$  campioni invece che 2500.

A quel punto per risolvete la macchina  
interpolo per dare un'immagine continua.

→ SOLO PUNTI

$$f_{\text{signal MAX}} \leq \frac{f_{\text{Ceq}}}{20 \div 25}$$



→ INTERPOLAZIONE LINEARE (VECTOR)

$$f_{\text{signal MAX}} \leq \frac{f_{\text{Ceq}}}{10}$$

(Ottima per segnali a  
banda larga)

→ INTERPOLAZIONE A SIN

$$f_{\text{signal MAX}} \leq \frac{f_{\text{Ceq}}}{2,5}$$

(Ottima per segnali a  
banda stretta)

## Parametri Caratterizzanti Oscilloscopio Digitale

Per un oscilloscopio:  $H(\omega) = \frac{V_L}{V_Y} = \frac{A_{DC}}{1 + j \frac{\omega}{f_{PK}}}$

Accuratezza verticale:

Si misura tramite Accuratezza in DC  
%  $V_L + V_{OFF}$

Accuratezza orizzontale:

%  $T_L + \Delta T$

MEC menu di TRIGGER: SINGLE SEQUENCE

SE TRIGGER viene armato fino alla prima transizione di trigger, poi blocca l'acquisizione.

Menu ACQUISIZIONE

→ SAMPLE: classico

→ IN MEDIA: acquisizione in media

$$X(mT_c) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K X_i(mT_c) = S(mT_c) + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K V_{mi}(mT_c)$$

↑ numero  
K

mentre in SAMPLE:  $X_i(mT_c) = \underbrace{S(mT_c)}_{\text{segnale}} + \underbrace{V_{mi}(mT_c)}_{\frac{\sigma_m^2}{K}}$

Ma però garantito che  $S$  sia periodico e che il trigger sia stabile e perfetto.

→ HIRIS

Se  $f_c = 1 \text{ GS/s}$  (GHz) e  $f_{cep} = 10 \text{ KHz}$  (KS/s)

prendo un campione ogni 100.000.

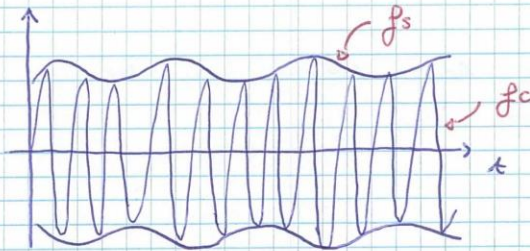
Faccio a fare una media su quasi 100.000 campioni e poi estraggo il risultato.



→ PEAK

Se  $f_s$  (frequenza segnale)  $\ll$   $f_c$  (frequenza campionamento)

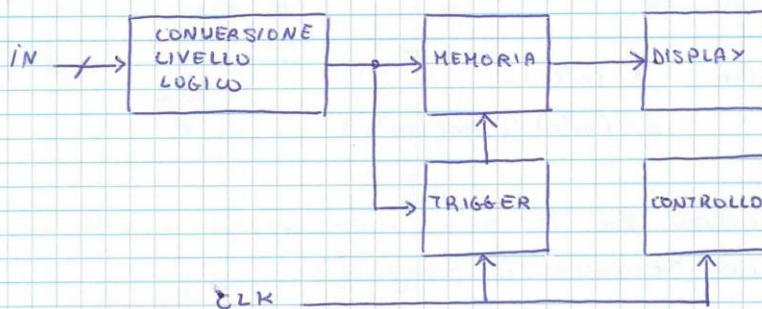
Si riesce a vedere l'incicchio di  $f_s$ .



ANALIZZATORE DI STATI LOGICI (OSCILLOSCOPIO PER SEGNALE DIGITALI)

I componenti non sono ad 8 bit ma ad 1 bit :  
tanto mi interessa 0 e 1 logico.

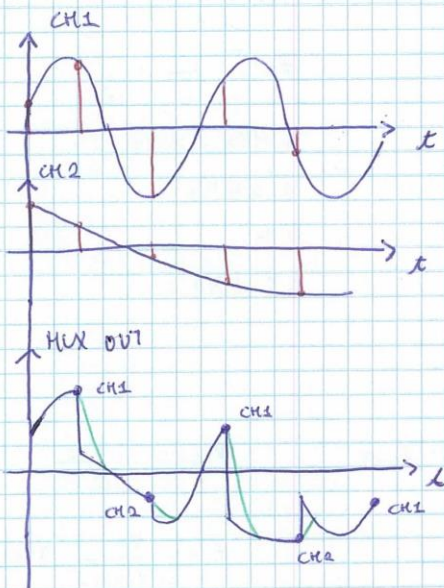
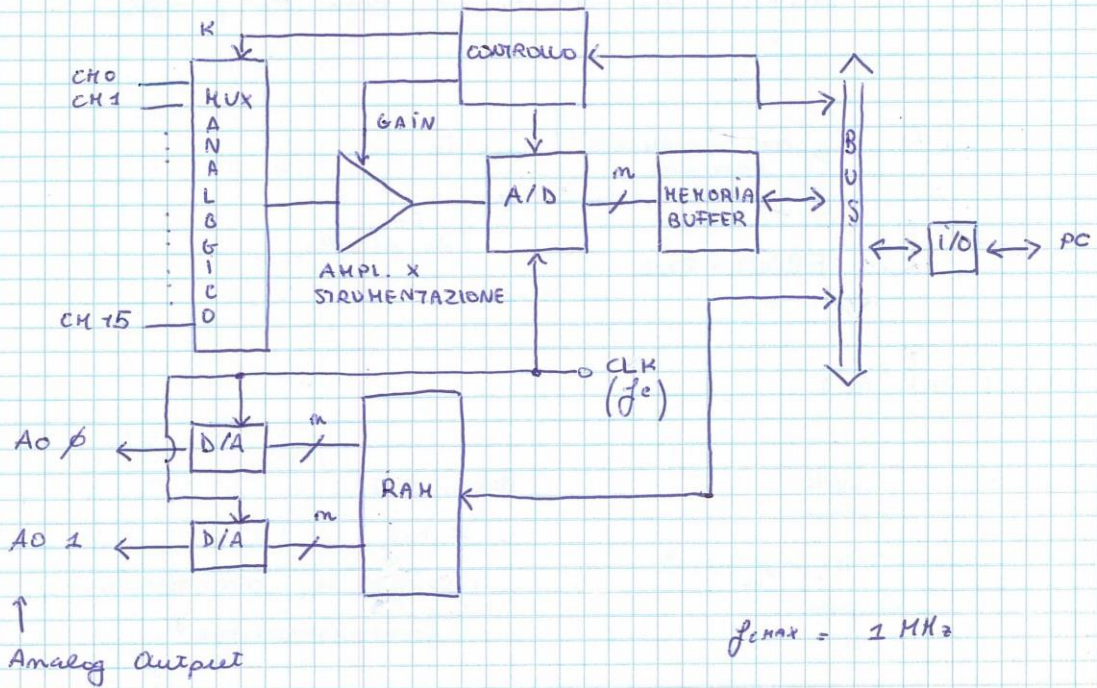
Tutti gli ingressi devono essere campionati idealmente nello stesso istante.





# SISTEMI DI ACQUISIZIONE DATI

a bassa frequenza



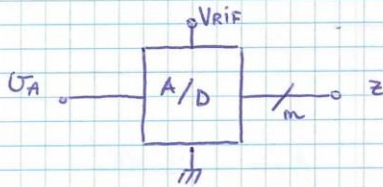
• in realtà le capacità parassite fanno questo.

12/05/2016

Se il segnale da misurare non è in tensione va portato in tensione con  $R_0$  piccola.



CONVERTITORI A/D



Parametri :

- $Z$  bit ;
- velocità di conversione ;
- (  $f_{CONVERSIONE MAX}$  )

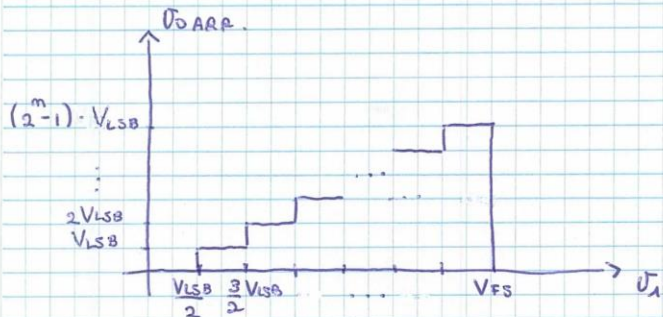
	RISOLUZIONE	$F_c$
DOPPIA RAMPA	14 - 20 bit	10 KHz - 2 KHz
SUCC. APPROSSIMAZIONI	12 - 14 bit	< 2 KHz
FLASH	8 - 12 bit	6 Hz
$\Sigma - \Delta$	20 bit	48 KHz



$$V_{LSB} = \frac{V_{FS}}{2^m}$$

$$Z = \left\lfloor \frac{V_A}{V_{LSB}} \right\rfloor \text{ TRONCAMENTO}$$

$$Z = \left\lceil \frac{V_A}{V_{LSB}} \right\rceil \text{ ARROTONDAMENTO}$$



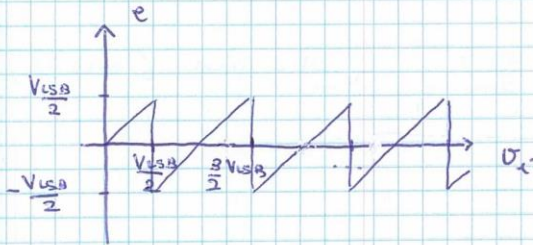
Transizione per ARR.

$$T(K) = K \cdot V_{LSB} + \frac{V_{LSB}}{2}$$

$$K = \beta, 2^m - 1$$

$$W(k) = T(k+1) - T(k) = V_{LSB}$$

Questo descritto è un quantizzatore uniforme.



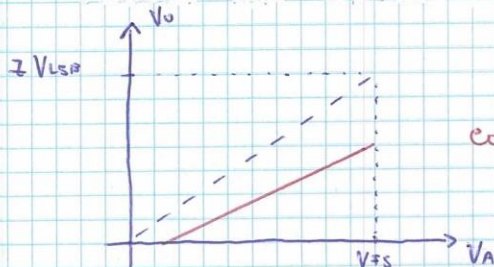
$$\begin{aligned} \text{SNR}_{dB} &= \frac{S_{dB}}{N_{dB}} \text{ per una sinusoidale} \\ &= (6,02 \text{ dB}) \cdot m + 1,76 \text{ dB} \end{aligned}$$

### CONVERTITORE REALE

#### ERRORI STATICI

ERRORI LINEARI: (Ipotesi  $W(k) = a \forall k$ )

- di guadagno ( $V_{SREALE} \neq V_{SFRACETO}$ );
- di offset sui comparatori;



Causa errori Po pendenza diversa e offset

#### ERRORI NON LINEARI



Causa errori è una spezzata.

Parametri:

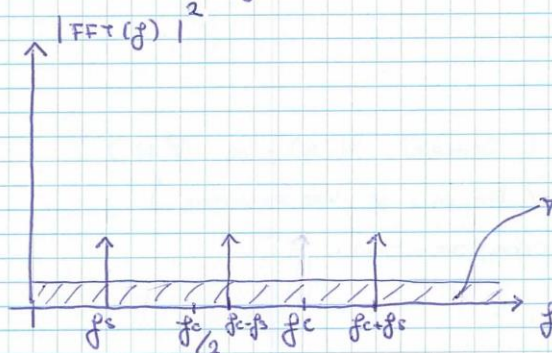
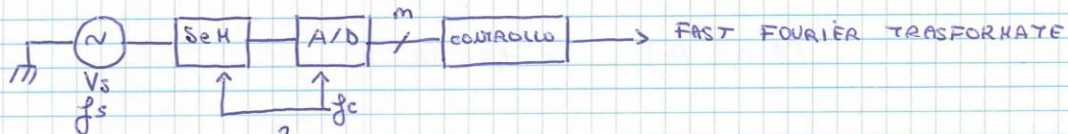
$$DNL(k) = \frac{V(k) - V_{LSB}}{V_{LSB}} \quad DNL = \max(DNL(k))$$

↑ Differential non linearity

$$INL(k) = T(k) - (k V_{LSB} + \frac{V_{LSB}}{2}) \quad INL = \max(INL(k))$$

↑ Integral non linearity

ERRORI DINAMICI:



$$f_s \geq 2 f_c \quad (\text{SHANNON})$$

Densità spettrale di potenza di  $e_q$

1) A/D ideale



$e_q$ : somma di quantizzazione

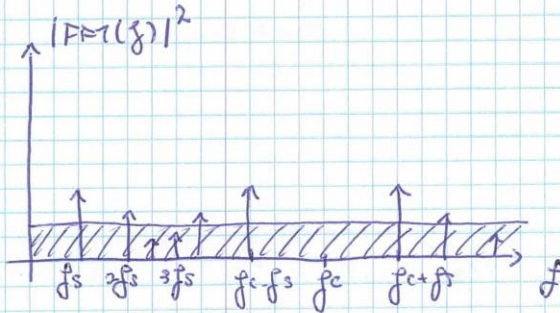
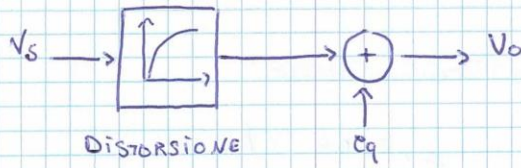
$$N_{eq} = \frac{V_{LSB}^2}{12}$$

Se  $e_q$  è bianco:

$$\rightarrow S(f) = \frac{V_{LSB}^2}{12 \cdot f_c}$$

Posso ipotizzare che  $e_q$  sia bianco se  $\frac{f_c}{f_s} \neq \frac{a}{b}$   $a, b \in \mathbb{N}$

2) A/D noise



de  $f$  sono in  $\pm kf_s \pm mfc$

de rumore  $E_q$  è sempre bianco ma mediamente è un po' più grande.

Parametri:

THD: Total Harmonic Distortion

$$= 10 \log \left( \frac{E_{k2}^2 + E_{k3}^2 + \dots + E_{kn}^2}{S} \right)$$

$E_{ki}^2$ : potenza media  $i$ -esima armonica  
risolviendo DC a una certa  $f_s$  e  $f_c$

$S$ : potenza segnale

→ Ampiezza segnale prossima a  $V_{fs}$ .

THD+N: THD and Noise

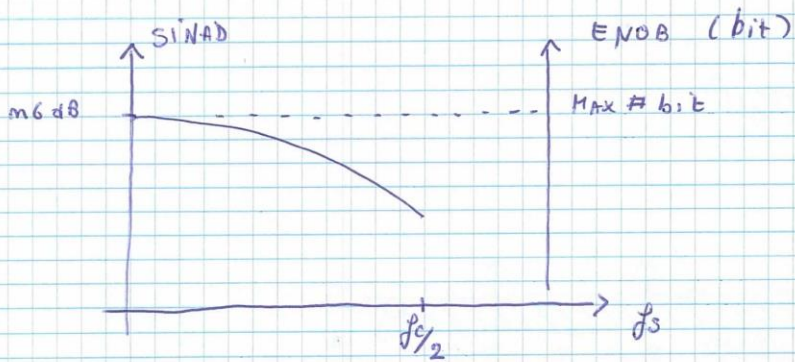
$$= 10 \log \left( \frac{E_{k2}^2 + E_{k3}^2 + \dots + E_{kn}^2 + N}{S} \right)$$

$N$ : potenza Rumore

$$\text{SINAD} = 10 \log \left( \frac{S}{E_{H2}^2 + E_{H3}^2 + \dots + E_{HN}^2 + N} \right)$$



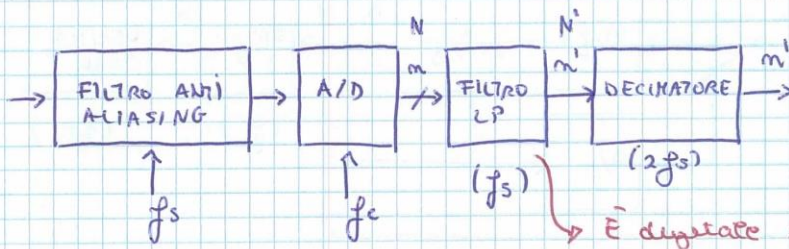
Signal To Noise and Distorsion Ratio



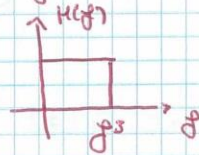
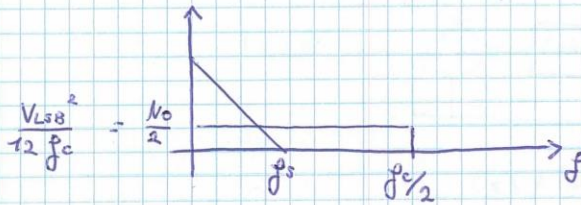
ENOB (Effective number of bits)

$$= \frac{\text{SINAD} - 1.76 \text{ dB}}{6.02 \text{ dB}} = \text{\#bit equivalent}$$

CONVERTITORI A SOVRA CAMPIONAMENTO



È digitale:  
Facciamo finto sia analogico ideale



Multiplo A/D



OSR: Over Sampling Ratio =  $\frac{f_c}{2f_s}$   
(Quanto sovracampionamento?)

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E(|\bar{F}(f)|^2) = \mathcal{F}\{R_{xx}(z)\}$$

$$\text{Potenza Media} = N = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df$$

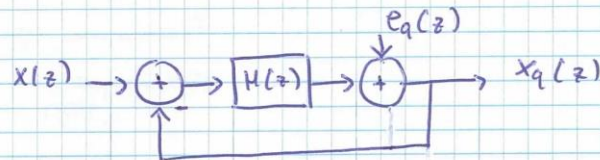
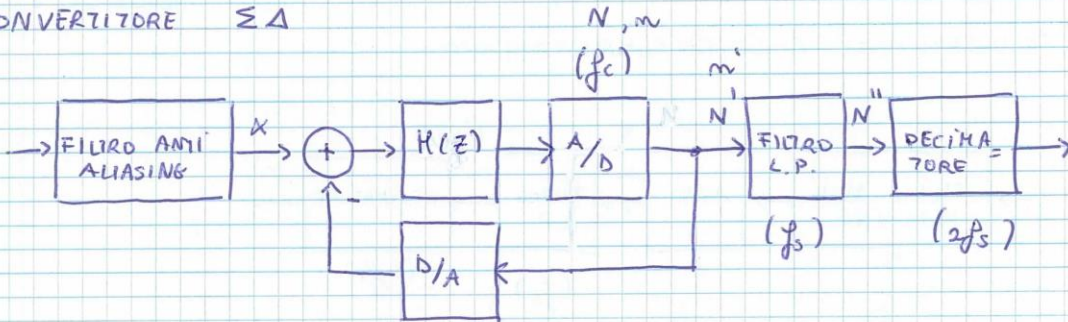
$$N = \int_{-f_c/2}^{f_c/2} S(f) df$$

$$N' = \int_{-f_c/2}^{f_c/2} \frac{V_{lsb}^2}{12} |K(f)|^2 df = \int_{-f_s}^{f_s} \frac{N}{f_c} df = \frac{2f_s}{f_c} \cdot N = \frac{N}{OSR}$$

$$SNR_{dB} = m \cdot 6,02 \text{ dB} \rightarrow m' = \frac{SNR'_{dB}}{6,02 \text{ dB}} = \frac{SNR_{dB} - N'_{dB}}{6,02 \text{ dB}}$$

$$= \frac{SNR_{dB} - N_{dB} + OSR_{dB}}{6,02 \text{ dB}} = m + \frac{OSR_{dB}}{6,02 \text{ dB}}$$

# CONVERTITORE $\Sigma\Delta$



$$x_q(z) = H_e(z) \cdot e_q(z) + H_x(z) x(z)$$

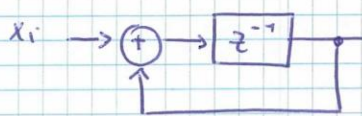
$$H_x(z) = \frac{H(z)}{1+H(z)} \quad H_e(z) = \frac{1}{1+H(z)}$$

Segnali e zeri vengono ora dettati da funzioni diverse.

$H_e(z)$  non divergente (passa basso)

$H_x(z)$  nulla in banda (passo alto)

$H(z)$  è un integratore:



$$H(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$\rightarrow H_x(z) = z^{-1}$  (sfasatore)

$H_e(z) = 1-z^{-1}$  (filtro HP)



$$N'' = \int_{-f_s}^{+f_s} \frac{N}{f_c} |H_e(f)|^2 df$$

che deriva da  $\int_{-f_c/2}^{f_c/2} \frac{N}{f_c} |H_e(f)|^2 |H(f)|^2 df$

$$H_e(z) = 1 - z^{-2}$$

$$\rightarrow z = e^{j\omega T_c}$$

$$\rightarrow H_e(f) = 1 - e^{-\frac{j2\pi f}{f_c}} = 1 - \left[ \cos\left(\frac{2\pi f}{f_c}\right) - j \sin\left(\frac{2\pi f}{f_c}\right) \right]$$

$$|H_e(f)|^2 = \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi f}{f_c}\right) \right)^2 + \sin^2\left(\frac{2\pi f}{f_c}\right)$$

OSR  $\gg 1$  per ipotesi  $\rightarrow f_s \ll f_c$ , quindi •

Posso usare Taylor arrestato al 1° ordine

$$|H_e(f)|^2 \approx \left( \frac{2\pi f}{f_c} \right)^2$$

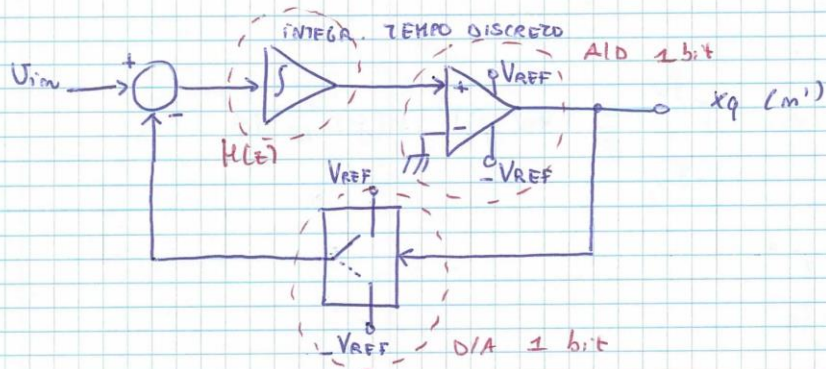
$$N'' = \int_{-f_s}^{f_s} \frac{N}{f_c} \left( \frac{2\pi f}{f_c} \right)^2 df = \frac{N(2\pi)^2}{f_c^3} \int_{-f_s}^{f_s} f^2 df = N \cdot \frac{2 f_s^3}{3} \cdot \frac{\pi^2}{3}$$

$$= \frac{N}{OSR^3} \cdot \frac{\pi^2}{3}$$

Adesso il numero viene ridotto di un fattore  $OSR^3$  invece che OSR.

$$\rightarrow m' = m + \frac{30 \log OSR}{6,02 \text{ dB}} - \frac{10 \log \left( \frac{\pi^2}{3} \right)}{6,02 \text{ dB}}$$

Come è fatto realmente un  $\Sigma\Delta$ ?



### RUMORE NEI SISTEMI DI MISURA

- Rumore INERENTE : generato internamente dai componenti.
- Rumore ESTERNO (DISTURBO)

Per un rumore ergodico, stazionario e a media nulla:

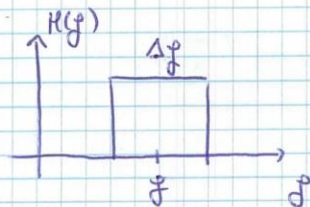
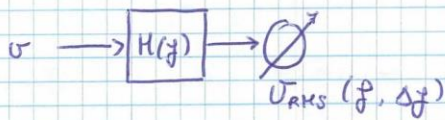
$$\sigma = V_{RMS}$$

$$\sigma^2 = \bar{P}$$

$$S(f)$$

### SPOT NOISE

$$\hat{V}(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{V_{RMS}(f, \Delta f)}{\sqrt{\Delta f}}$$



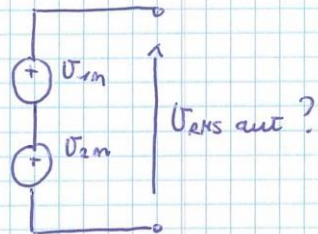
derivata da:

$$V_{RMS}^2(f, \Delta f) = 2 \int_{f - \frac{\Delta f}{2}}^{f + \frac{\Delta f}{2}} S(f) df \approx 2 \Delta f S(f)$$

$$\frac{V_{RMS}^2(f, \Delta f)}{\Delta f} = 2S(f)$$

SPOT NOISE : definito per  $f \gg \phi$ .

Supponiamo di avere due generatori di tensione di tensione:



Conosco  $U_{RMS1}$   
 $U_{RMS2}$

$$U_{out}(t) = U_{m1}(t) + U_{m2}(t)$$

$$E(U_{out}^2) = \sigma_{out}^2 = V_{RMS out}^2$$

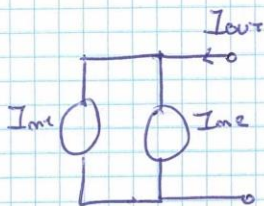
$$\rightarrow E[(U_{m1} + U_{m2})^2] = V_{RMS1}^2 + V_{RMS2}^2 + 2\rho_{V_1, V_2} V_{RMS1} V_{RMS2}$$

Se  $U_{1m}$  e  $U_{2m}$  sono indipendenti  $\rho_{V_1, V_2} = 0$

$$V_{RMS out} = \sqrt{V_{RMS1}^2 + V_{RMS2}^2}$$

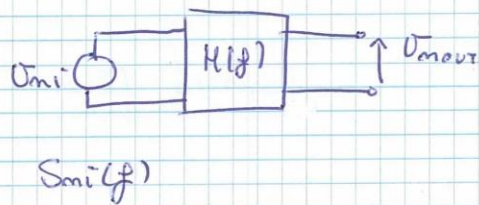
$$\hat{U}_{out}^2(f) = \hat{U}_{m1}^2(f) + \hat{U}_{m2}^2(f) + 2\rho_{V_1, V_2} \hat{U}_{m1}(f) \hat{U}_{m2}(f)$$

$$S_{out}(f) = S_1(f) + S_2(f) + 2\rho_{V_1, V_2} \sqrt{S_1(f)S_2(f)}$$



è la stessa cosa!

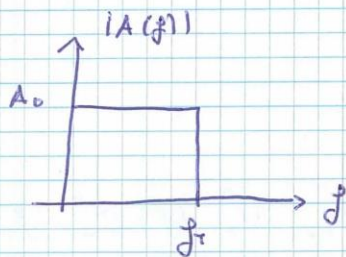
Generatore di rumore in ingresso ad una rete lineare



$$S_{out}(f) = S_{ni}(f) |H(f)|^2$$

$$\begin{aligned} \rightarrow v_{rmsout}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{ni}(f) |H(f)|^2 df \\ &= \int_{\phi}^{\infty} \hat{v}_{ni}^2(f) |H(f)|^2 df \end{aligned}$$

Banda Equivalente di Rumore



Rumore Bianco:  $S(f) = \frac{N_0}{2}$

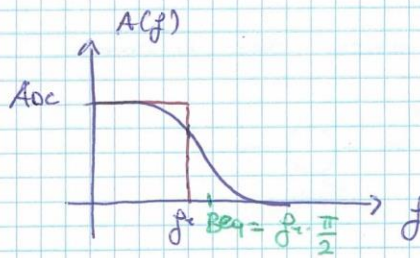
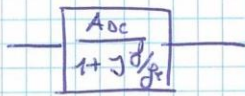
$$\begin{aligned} N = \bar{P} = \sigma^2 &= \frac{N_0}{2} A_0^2 \cdot 2 f_T \\ &= N_0 A_0^2 f_T \end{aligned}$$

$$N_{equiv} = \bar{P}_R = \sigma_R^2 = 2 \int_{\phi}^{+\infty} \frac{N_0}{2} |A(f)|^2 df$$

$$N_0 A_0^2 \cdot f_T = \int_{\phi}^{\infty} |A(f)|^2 df$$

$$f_T = \frac{1}{A_0^2} \int_{\phi}^{+\infty} |A(f)|^2 df = B_{eq}$$

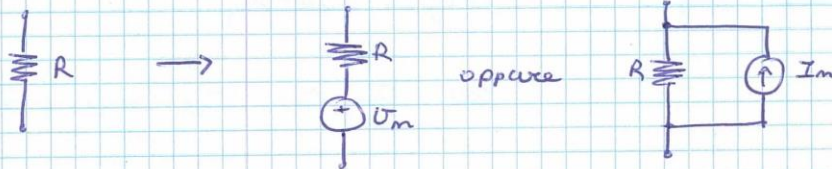
## FILTRO 1° ORDINE



$$B_{eq} = \frac{1}{A_{0c}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_{0c}^2}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} df = \frac{\pi}{2} \cdot f_c$$

## RUMORI INERENTI

### RUMORE TERMICO (JOHNSON)



$$V_{RMS} = \sqrt{4kTB R}$$

$$\hat{v}(f) = \sqrt{4kTB}$$

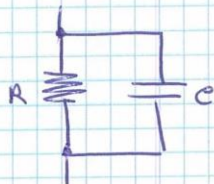
$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{4kTB}{R}}$$

$$\hat{i}(f) = \sqrt{\frac{4kTB}{R}}$$

B si riferisce alla banda dello strumento che è la misurata

$$R = 10 \text{ k}\Omega, 290 \text{ K} \rightarrow \hat{v}(f) \approx 13 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

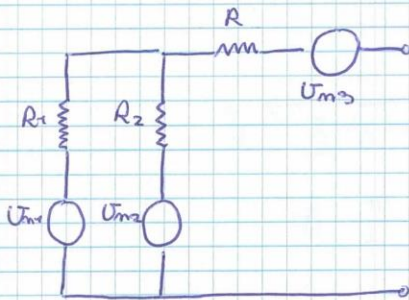
### Modello Resistore Ideale



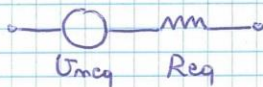
nel caso di un'impedenza generica:  $V_{RMS}^2 = 4kT \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}(z) df$

19/05/2026

Dal punto di vista del rumore:



È equivalente a:



$$R_{eq} = R_1 // R_2 + R_3$$

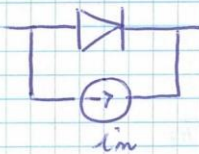
$$\hat{U}(f) = \sqrt{4kT R_{eq}}$$

se \$U\_{m1}\$, \$U\_{m2}\$, \$U\_{m3}\$ sono indipendenti.

### RUMORE SHOT

Generato in una giunzione PN.

Rumore bianco



$$I_{ans} = \sqrt{2q I_{oc} B}$$

$$\hat{i}(f) = \sqrt{2q I_{oc}}$$

Dovuto a fluttuazioni attorno al valore medio.

## RUMORE FLICKER

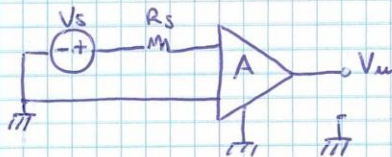
Generato in una giunzione

$$I_{RMS}(f) \approx \sqrt{\frac{K_B I_{DC}^m \cdot \Delta f}{f_0}} \quad \Delta f \text{ piccolo}$$

$$\hat{i}(f) = \sqrt{\frac{K_B I_{DC}^m}{f_0}}$$

È un rumore rosa → maggiore alla basse frequenze

## RUMORE IN UN AMPLIFICATORE



CIFRA DI RUMORE:

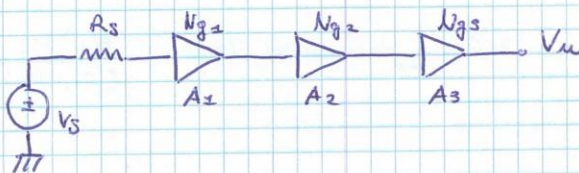
$$NF = \frac{\frac{S_i}{N_i}}{\frac{S_u}{N_u}} = \frac{S_i}{N_i} \cdot \frac{N_u}{S_u} = \frac{S_i}{N_i} \cdot \frac{A N_i + N_B}{A S_i}$$

↖ inserito da AMPL.

$$= 1 + \frac{N_B}{A \cdot N_i}$$

N.B.: Se  $N_i$  è grande allora  $N_B$  risulta poco rilevante.

## AMPLIFICATORI IN CASCATI

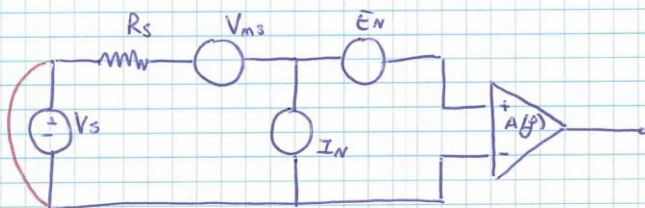
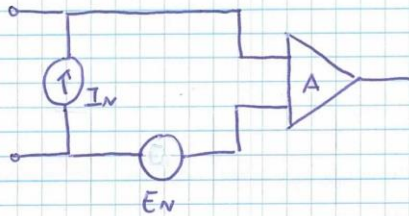


$$A = A_1 A_2 A_3$$

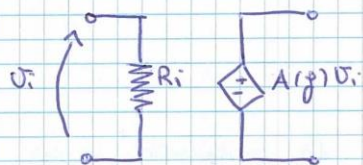
Stadio I: è il più importante dal punto di vista del rumore.

# STUDIO DI UN AMPLIFICATORE DAL PUNTO DI VISTA DEL RUMORE

modello  $I_N, E_N$



Per vedere solo l'effetto del rumore calcolato  $V_s$  e sostituire con l'amplificatore un modello lineare:



$$V_i(t) = V_{ms}(t) \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s} + E_N(t) \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s} + I_N(t) \cdot \frac{R_i \cdot R_s}{R_i + R_s}$$

$$V_{RMS}^2(t) = A \left\{ V_i^2(t) \right\} = V_{RMS,ms}^2 \cdot \frac{R_i^2}{(R_i + R_s)^2} + E_{RMS,N}^2 \cdot \frac{R_i^2}{(R_i + R_s)^2} + I_{RMS,N}^2 \cdot \frac{R_i^2 R_s^2}{(R_i + R_s)^2} + 2 \rho_{E_N, I_N} E_{RMS,N} I_{RMS,N} \cdot \frac{R_i^2 R_s}{(R_i + R_s)^2}$$

N.B.:  $\rho_{V_{ms}, E_N} = \phi$   
 $\rho_{V_{ms}, I_N} = \phi$

Spesso considero  $\rho_{E_N, I_N} = \phi$  in quanto le costruzioni non permettono di pararmetri.



$$\hat{U}_i^2(f) = \left( \frac{R_i}{R_i + R_s} \right)^2 \left( \hat{U}_{ms}^2(f) + E_n^2(f) + R_s^2 \hat{I}_n^2(f) + 2\rho R_s \hat{I}_n(f) E_n(f) \right)$$

$$\hat{U}_{aux}^2(f) = |A(f)|^2 \cdot \hat{U}_i^2(f)$$

$$U_{RMS\ aux}^2 = \int_0^{\infty} |A(f)|^2 \cdot \hat{U}_i^2(f) df = A_0^2 B_{eq} \hat{U}_i^2$$

↑  
Se  $\hat{U}_i(f)$  BIANCO

Ricorda che :  $U_{RMS}^2 = A \left\{ U^2(t) \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df$

## RUMORI ESTERNI

SORGENTE (disturbatore)	ACCOPIAMENTO	RICEVITORE (Vittima)
- Narcozoni di T.	- condotto (cicuito di massa)	- Sensori
- Rete di distribuzione come di energia (50 Hz)	- Capacitivi (C) $dV/dt$	- Resistenze
- Power Supply	- Induttivi (L) $di/dt$	- Amplificatori
- Campi elettromagnetici	- Elettromagnetico	- Connessioni
- Vibrazioni		
- Altre parti del cicuito		

## MODELLI PER LO STUDIO DEL RUMORE

### ADDITIVO

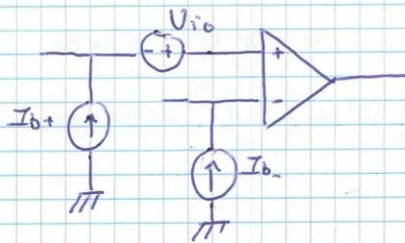
$$U_{sm} = U_s + U_m$$

### MOLTIPLICATIVO

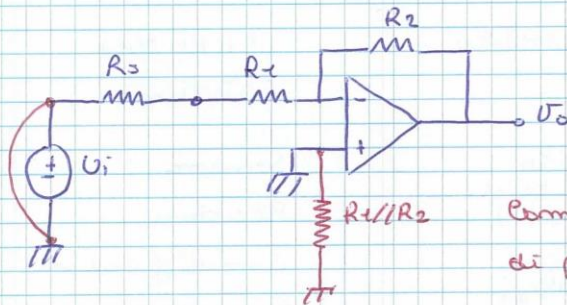
$$U_{sm} = U_s (1 + P_m)$$

Quando si usa un A.O. bisogna tener conto di:

- $V_{OMAX}$
- $I_{OMAX}$
- $SR = \left( \frac{dV_o}{dt} \right)_{MAX}$



Differt di tensione o corrente



$$V_o = \left( \frac{R_1}{R_2} \right) I_{b+} + \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) I_{b-}$$

com P.S.E.

Compensa l'effetto delle I di polarizzazione

Mi aspetto che nel dominio della frequenza sia:

$$\frac{V_o(f)}{U_i(f)} = H(f) = \frac{A_{oc}}{1 + j \frac{f}{f_k}}$$

$$A_v = - \frac{R_2}{R_1} \quad R_2 = 100 \text{ k}\Omega \quad \rightarrow \quad A_v = -10$$

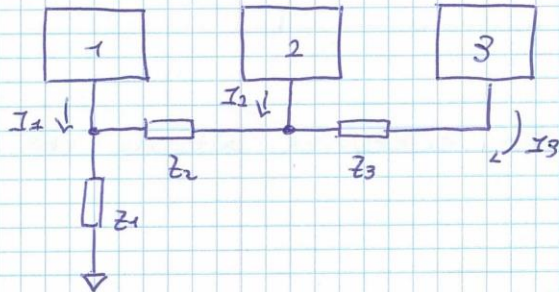
$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$A_{oc} = 10$$

$$SR: \quad V_o = \frac{16 \cdot 10^6}{2\pi f} \quad \rightarrow \quad U_i = \frac{16 \cdot 10^6}{2\pi f \cdot 10}$$

$$\rightarrow f_k = \frac{f}{\sqrt{\left( \frac{U_{im}}{V_{out}} \right)^2 - 1}} = 262 \text{ KHz}$$

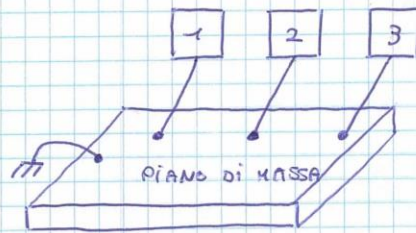
Linea di Massa



0 fili non sono ideali  $\rightarrow$  la linea di massa non è equipotenziale.

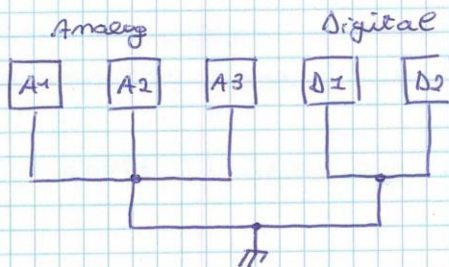
$Z_i$  devono essere piccole.

Soluzione nei circuiti stampati : PIANO DI MASSA



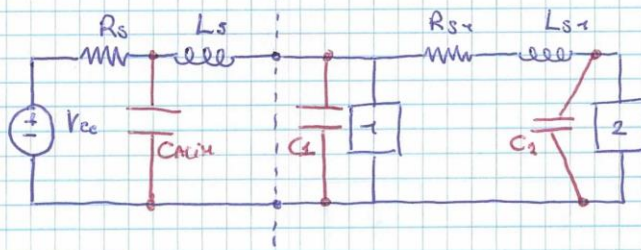
$\rightarrow$  Percorsi a bassa impedenza verso AC/DC.

Altra situazione:

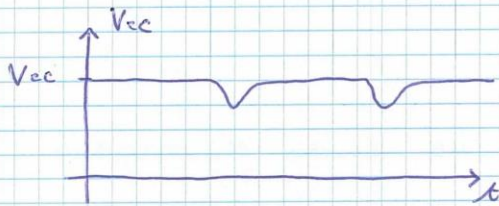


Lo stesso vale per l'alimentazione (per le due piste):

## ALIMENTAZIONE REALE



Se  $i$  richiede molta corrente accade che:

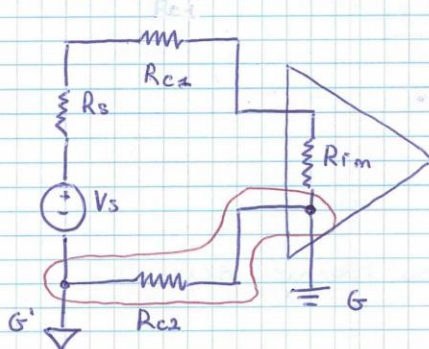


Risolve così:

$C_{Alim}$  elettrolitico (grande)  $\rightarrow$  per alim.

$C_2$  poliestere (piccolo)  $\rightarrow$  per integrare  $i$ .

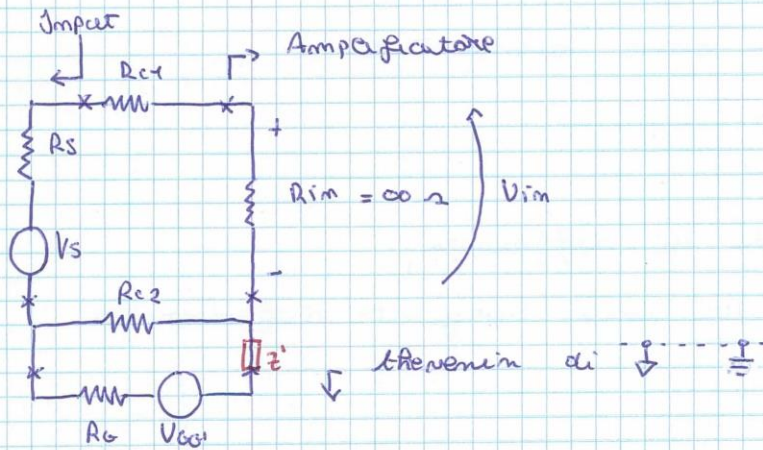
Più connessioni a terra:



Le connessioni a terra devono essere connesse assieme per assicurare lo stesso potenziale.

$\rightarrow$  VA EVITATO CHE CI SIANO DUE LINEE DI TERRA.

$\rightarrow$  GROUP LOOP!



$$V_{im} = V_{cc'} \cdot \frac{R_{c2}}{R_{c2} + R_G} \quad R_{c2} \text{ deve essere } \ll R_G$$

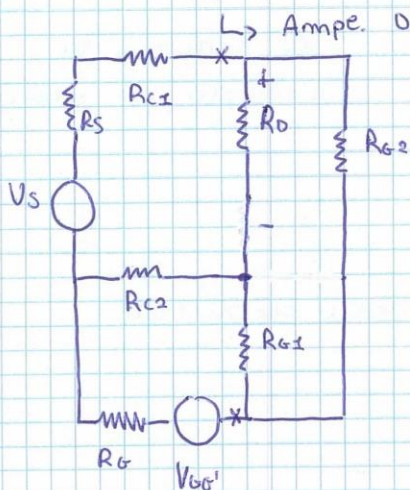
Problema nasce da  $R_G \ll R_{c2}$

Potrei risolvere così: •

$$V_{im} = V_{cc'} \cdot \frac{R_{c2}}{R_{c2} + R_G + Z'}$$

$$Z' \approx 10 \Omega \quad \text{con} \quad R_{c2} \approx 1 \text{ m}\Omega$$

la cosa migliore è avere un AMP. DIFFERENZIALE



$$R_0 \rightarrow \infty \Omega \quad R_G \rightarrow \emptyset \Omega$$

$R_0$ : resistenza fra + e -

$R_{01}$ : // fra + e //

$R_{02}$ : // fra - e //

$$R_0 = \infty \Omega, \quad R_G = \emptyset \Omega$$

$$U_+ = V_{cc'} \cdot \frac{R_{02}}{R_0 + R_{01} + R_{02}}; \quad U_- = V_{cc'} \cdot \frac{R_{01}}{R_{01} + R_{02}}$$

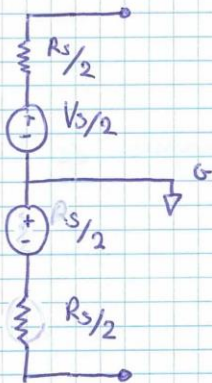
Se i rami sono simmetrici:

$$R_{L1} = R_{L2}$$

$$R_{C1} = R_{C2}$$

c'è solo  $R_s$  di differenza.

→ Na fatta una sorgente differenziale.

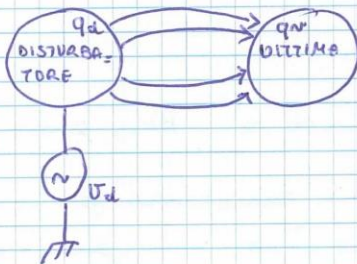


A questo punto risulta:

$$V_+ - V_- = \phi$$

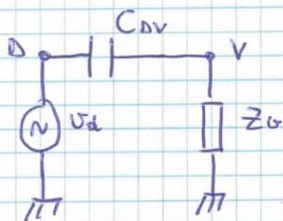
### RUMORE ELETTRO / ACCOPPIAMENTI CAPACITIVI

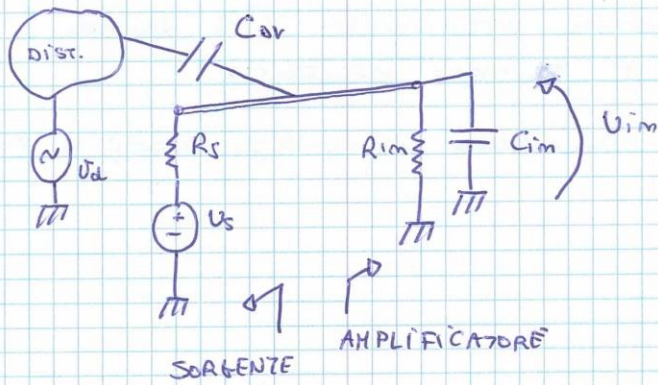
Compi elettrici ronzare lentamente.



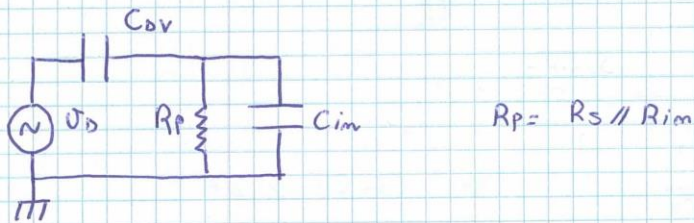
la vittima si accoppia al disturbatore.

↓ Dal punto di vista circuitale.





Quale è l'effetto di  $U_s$  ?



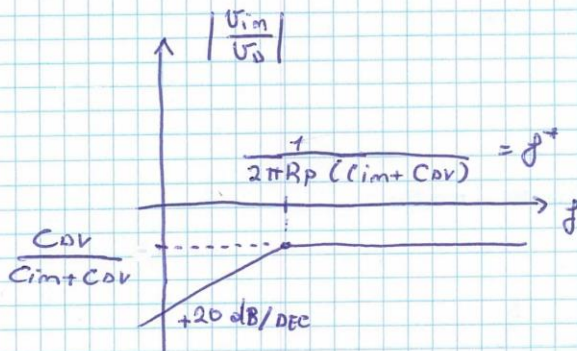
$$C_{im} = C_{im\ AMPL} + C_{ov}$$

↑ capacità della retina verso massa

$$U_{im} = U_s \cdot \frac{R_p \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_p C_{im}}}{\frac{1}{j\omega C_{ov}} + \frac{R_p}{1 + j\omega R_p C_{im}}} = U_s \cdot \frac{R_p j\omega C_{ov}}{1 + j\omega R_p C_{im} + R_p j\omega C_{ov}}$$

$$= \frac{j\omega R_p C_{ov}}{1 + j\omega R_p (C_{im} + C_{ov})} \cdot U_s$$

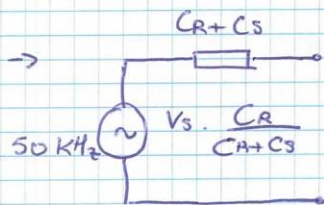
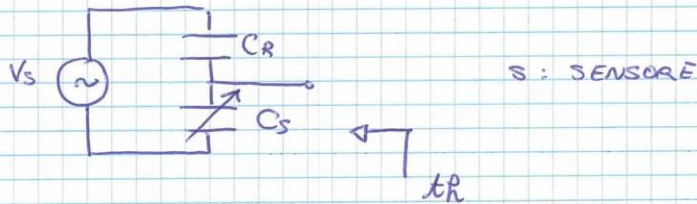
1 ZERO  
1 POLO



Comunque un'altra cosa  $R_p$  piccola  $\rightarrow f^*$  esca !

→ Mette Sorgenti ad alta impedenza ( $R_s$  grande)  
 ei sono problemi col rumore elettrico.

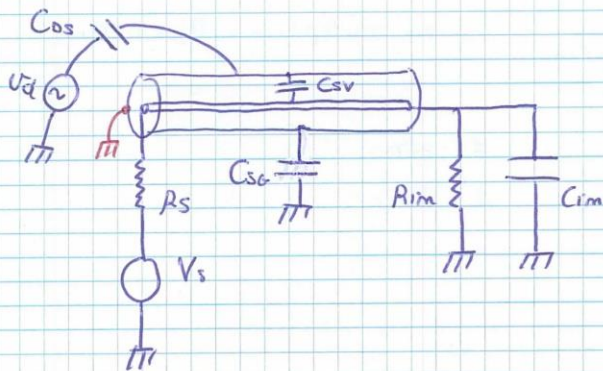
→ conviene usare a volte amplificatori di corrente  
 (  $R_{im}$  piccolo )



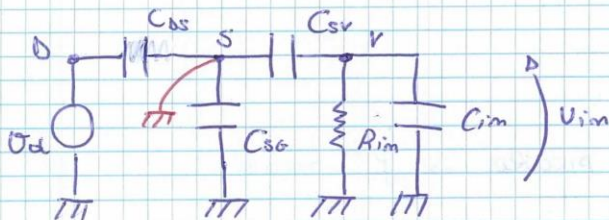
se  $C_R + C_S \approx pF$

Questo è una sorgente ad  
 alta impedenza! NON VA BENE.

uso uno SCHERMO ELETTROSTATICO



Dal punto di vista circuitale:

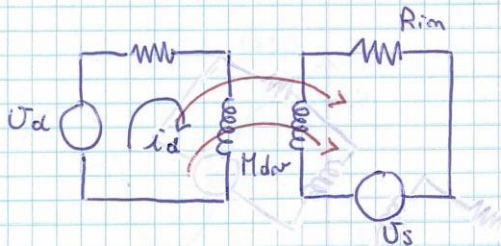




Riferisco ora a questo  $\phi$

$$V_{im} = \dot{\phi} \text{ Volt.}$$

### RUMORE MAGNETICO / ACCOPPIAMENTI INDUTTIVI

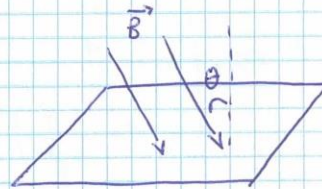


$M_{dv}$ : mutua induttanza.

Il flusso si chiude nel nucleo e nasce  $-U_i$ .

$$i_d(t) \Rightarrow \frac{d}{dt} \phi_{dv}(B_d) = -U_i$$

$$M_{dv} = f(\mu_m, d, \cos\theta)$$



Utilizzo o core coaxiali o doppiamente twistati (arrabbiati) per fare i accoppiamenti.

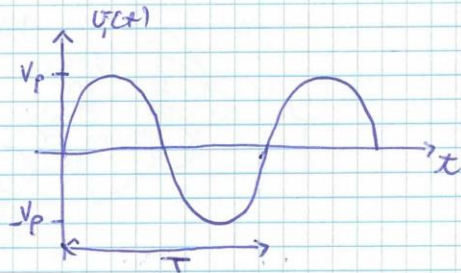
$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^2(i)}$$

$f_c = \frac{1}{T_c}$  frequenza di campionamento

$T_A = N \cdot T_c$  finestra temporale

PROBLEMI:

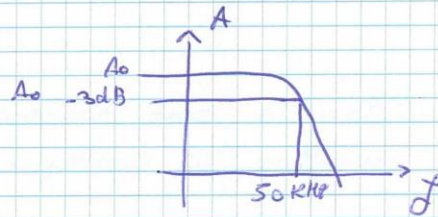
- 1)  $T_A \neq K \cdot T$ ;
- 2) Discretizzazione;



$$0,999 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2}} \rightarrow 0,999 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2} = 1$$

$$\frac{1}{\left(\frac{f}{f_H}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{0,999}\right)^2 - 1} \cdot f_H$$

$$f = \sqrt{\left(\frac{1}{0,999}\right)^2 - 1} \cdot f_H$$



$$f_H = 50 \text{ kHz} \rightarrow f = 2237 \text{ Hz}$$

$$\rightarrow f_i \leq 2,2 \text{ kHz}$$

Scegliere  $f_c$  e  $N$  per avere un errore  $\ll 0,1\%$

$$f_c \geq 2f_i = 4,4 \text{ kHz}$$

$$\nabla 0,01\%$$

Taglio costante nel range di frequenze

$$100 < f < 2200 \text{ kHz}$$

$$f_{s \text{ max}} = 2200 \text{ Hz} \rightarrow f_c = 10 \text{ kHz}$$

OK DISCRETIZZAZIONE

$$f_{\text{shiv}} = 100 \text{ Hz} \rightarrow T_s = 10 \text{ ms}$$

$$T_c = \frac{1}{f_c} = 100 \mu\text{s}$$

$$N \cdot 100 \mu\text{s} \gg 10 \text{ ms}$$

$$N = 100.000 \rightarrow T_a = N \cdot T_c$$

Così risulta:

$$T_a = 1000 \cdot T_{s100 \text{ Hz}}$$

$\Rightarrow$  errore di campionamento minimo di  $\frac{1}{1000}$ .

