

LABORATORIO DI ELETTRONICA APPLICATA

[Fotocopie di Appunti]

A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

PROFESSORE: Valerio Vignoli (<http://www3.diism.unisi.it/people/person.php?id=58&aa=2015>)

LINK AL CORSO ANNO 2015/2016:

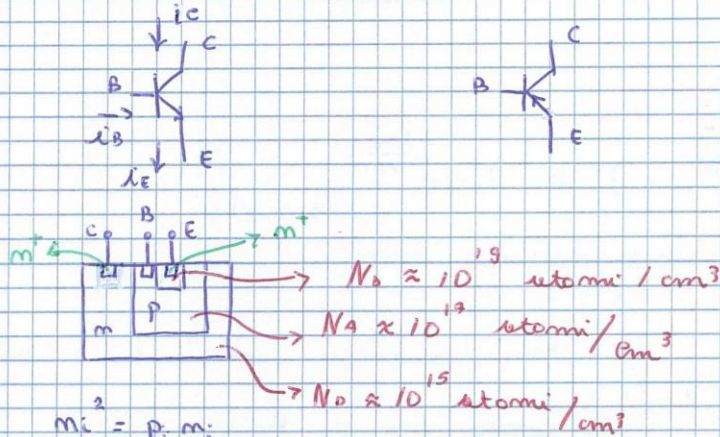
<http://www3.diism.unisi.it/FAC/index.php?bodyinc=didattica/inc.insegnamento.php&id=55145&aa=2015>

FREQUENTAZIONE: Consigliata.

02/03/2016

mpm BJT

pm p BJT



$n_i = p, n$
 ↳ concentrazione intrinseca dei portatori di carica

Essenzialmente un materiale di tipo n ha maggioranza di elettroni, di tipo p di lacune.

Drogaggio n

$n = N_D$ con $N_D \gg n_i$
 ↑ densità portatori di carica ↑ densità atomi drogatori

Drogaggio p

$p = N_A$ con $N_A \gg n_i$
 ↑ densità delle lacune intrinseche

In un drogaggio n

$$n = N_D \rightarrow p \approx \frac{n_i^2}{N_D}$$

J_E : giunzione emettitore

J_C : giunzione collettore

ZONA ATTIVA: J_E : Pol. diretta

J_C : Pol. inversa

ZONA INTERDIZIONE: $J_E < V_f$

J_C : Pol. inversa

ZONA SATURAZIONE : J_E : P_{OE} diretta
 J_C : P_{OE} diretta

In regime attivo:

$$i_C = I_S \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \approx I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \quad \left| V_{BE} > 4V_T \right.$$

I_S : corrente di saturazione del BJT

$$V_T = \frac{RT}{q}$$

T : temperatura assoluta (Kelvin)

$$V_T \Big|_{T=300K} = 26 \text{ mV}$$

R : costante di Boltzmann
 $= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $=$ carica elettronica

$I_S \propto \text{Area } J_E = A J_E$; $I_S \propto m_i^2$

$$I_S = J_S \cdot A \cdot J_E \quad (10^{-19} = 10^{-9}) \text{ Ampere}$$

$$I_S = I_S(T)$$

↑
temperature

I_S raddoppia ogni 10° di Temp

$$i_B = \frac{i_C}{\beta}$$

con β : guadagno di corrente del BJT

$\beta \in (20, 500)$

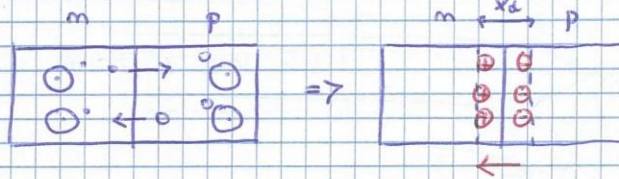
$$\beta \uparrow \Leftrightarrow T \uparrow$$

Da Kirchhoff ai nodi del BJT:

$$i_C + i_B = i_E$$

$$i_C + \frac{i_C}{\beta} = i_E = \frac{\beta + 1}{\beta} i_C$$

Cosa succede nella giunzione pn



Si è formata una dip che impedisce il passaggio di elettroni e lacune

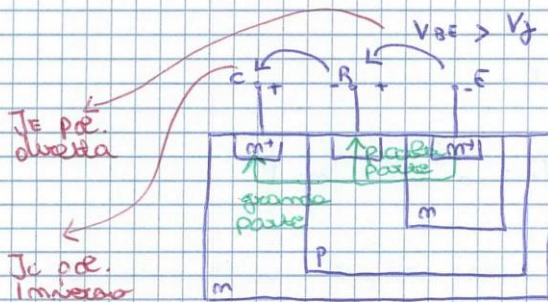
x_d : dimensione della regione di carica spaziale

On un condensatore piano:

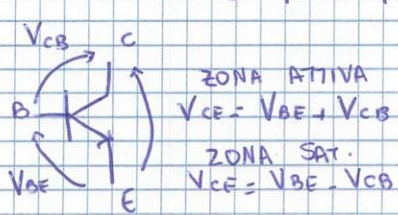
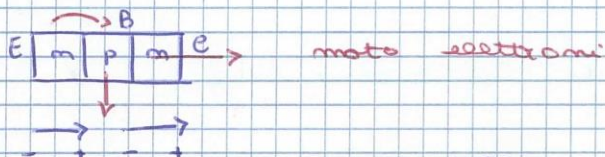
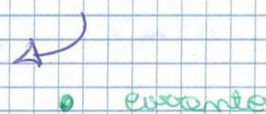
$$Q = C \cdot V \quad \text{con } C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$I = \frac{\epsilon A}{d} \cdot V$$

Che è il punto di contatto fra n e p.



Riprendendo un BJT mpm:

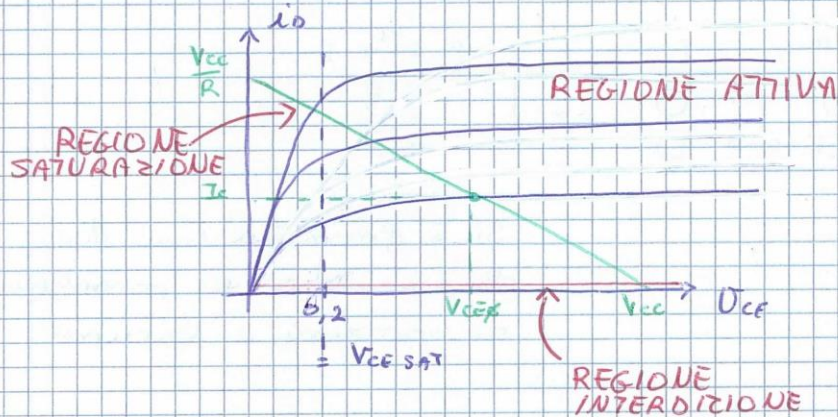


ZONA SAT.
 JE pol. dir.
 Jc pol. inv. $\Rightarrow V_{CE}$ è piccola

Per tener conto dell' influenza di V_{BC} aggiungo θ :

$$I_c = I_s \left(e^{V_{BE}/V_T} - 1 \right) \left(1 + \frac{V_{CE}}{A} \right) \quad \text{con } A \approx 10^5$$

Caratteristica $i_c - V_{CE}$



Un regime attivo quindi:

$$i_c = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

$$\rightarrow V_{BE} = V_T \cdot \ln \frac{i_c}{I_s} = 26 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{10^{-3}}{10^{-13}}$$

con:

$$i_c = 1 \text{ mA}$$

$$I_s = 10^{-13} \text{ A}$$

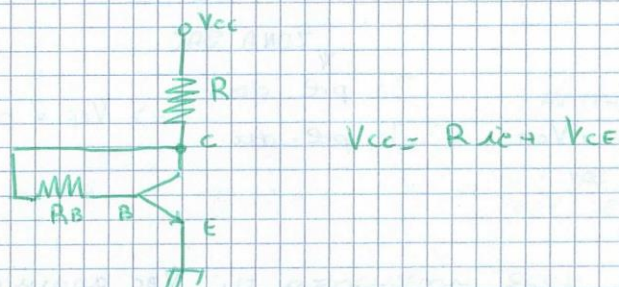
$$= 26 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 10^{10}$$

$$= 26 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot \ln 10 = 0,6 \text{ V}$$

Se $i_c = 10 \text{ mA} \rightarrow V_{BE} = 660 \text{ mV}$

Un fattore 10 in i_c si ripercuote in 60 mV su V_{BE} .

Circuito di polarizzazione



Sempre in regime attivo:

in quivocità
guà è picola
e po' lo
di modo per
β

$$\begin{cases} i_c = I_s \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) \\ i_B = \frac{i_c}{\beta} \approx \frac{I_s}{\beta} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \end{cases}$$

$V_A = A$

$$i_c = i_c(V_{BE}, V_{CE}) = I_c(V_{CE}, V_{BE}) + \frac{\partial i_c}{\partial V_{BE}} \underbrace{V_{BE}}_{U_{be}} + \frac{\partial i_c}{\partial V_{CE}} \underbrace{V_{CE}}_{U_{ce}}$$

$$+ \frac{\partial i_c}{\partial V_{CE}} \underbrace{V_{CE}}_{U_{ce}} \Big|_P \quad g_{ce}$$

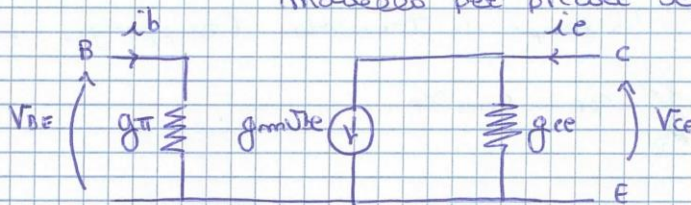
$$+ \frac{\partial i_c}{\partial V_{BE}} \underbrace{V_{BE}}_{U_{be}} \Big|_P \quad g_m$$

$$i_B = i_B(V_{BE}, V_{CE}) + \frac{\partial i_B}{\partial V_{BE}} \underbrace{V_{BE}}_{U_{be}} \Big|_P \quad g_{\pi}$$

$$i_c = g_m U_{be} + g_{ce} U_{ce}$$

$$i_B = g_{\pi} U_{be}$$

modello per piccoli segnali:



Quasi come i valori di g ...

$$g_m = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \frac{1}{V_T} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) \Big|_{U_{CE} = V_{CE}, U_{BE} = V_{BE}} \approx \frac{I_C}{V_T}$$

$$g_{ce} = I_s \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \frac{1}{V_A} \Big|_P \approx \frac{I_C}{V_A}$$

$$g_{\pi} = \frac{g_m}{\beta}$$

$$V_A \approx 10^2 \text{ V}$$

$$V_T \approx 0,026 \text{ V}$$

Per il modello per piccoli segnali in
 rete frequenza bisogna tenere conto degli effetti
 capacitivi. 04/03/2016

In generale su una giunzione pn:

$$C_j = \frac{C_{j0} \cdot A_j}{\left(1 + \frac{V}{\phi}\right)^{1/2}}$$

\rightarrow capacità per u. di area
 \rightarrow area giunzione

\rightarrow potenziale che si genera nella giunzione pn.

$$Q = C \cdot V$$

Dal p.to di vista differenziale nel BJT:

$$\frac{dQ}{dV_{BE}} = C_{diff}$$

La carica totale che risulta in base è:

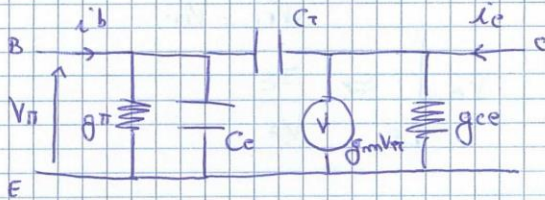
$$Q_{in} \approx I_c \cdot \tau_f$$

\rightarrow tempo di transito (suppongo costante)

$$\rightarrow C_{diff} = \left. \frac{d}{dV_{BE}} I_c \right|_P \cdot \tau_f = g_m \tau_f$$

τ_f : tempo che impiega un elettrone ad attraversare
 la base.

$$C_{BE} = g_m \tau_f = C_c$$



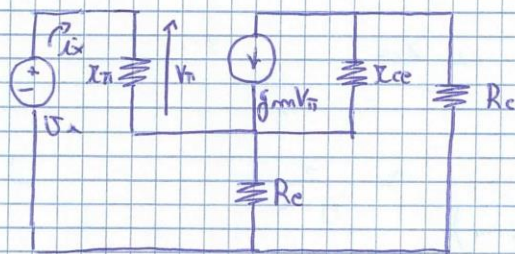
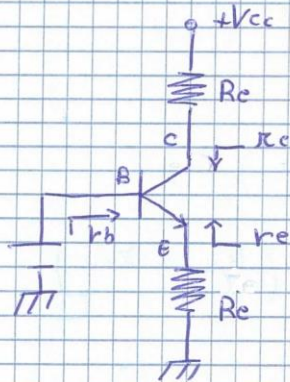
quindi quando guardo la funzione per fra B ed E ho un capacità C (vedi formula) differenziale che dipende da V_{BE} :

$$\frac{dQ}{dV_{BE}} = C_{diff}$$

questo contributo è trascurabile rispetto al contributo dominante dell'emissione di portatori fra E e B, che usa $C_{BE} = gm \tau_F$.

Tra B e C esiste solo un secondo effetto.

Da ragione dei piccoli segnali quale resistenza vedono i terminali?



$$v_x = i_x r_{\pi} + i_x (R_e \parallel [R_{ce} + R_c])$$

$$+ gm r_{\pi} [R_{ce} \parallel (R_c + R_e)] \cdot i_x \quad \text{con } v_{\pi} = r_{\pi} i_x$$

$$R_b = \frac{v_x}{i_x} = r_{\pi} + (R_e \parallel [R_{ce} + R_c]) + gm r_{\pi} [R_{ce} \parallel (R_c + R_e)] \frac{R_e}{R_c + R_e}$$

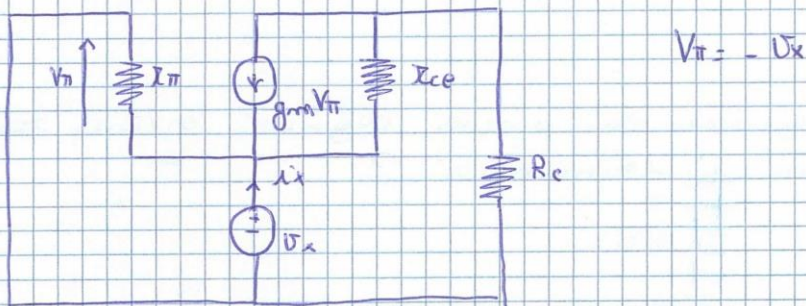
$$R_b \approx r_{\pi} + R_e + R_e g_m r_{\pi} = r_{\pi} + R_e (1 + g_m r_{\pi})$$

$$= r_{\pi} + R_e (1 + \beta)$$

Se siamo a emettitore comune $(R_e = \emptyset)$ $R_b = r_{\pi}$, altrimenti R_b è più grande.

con $R_e, R_c \ll r_{ce}$

Per r_{ce} :



$$v_x = \left(i_x \frac{v_x}{r_{\pi}} \right) R_c + \left(i_x \frac{v_x}{r_{ce}} + g_m v_{\pi} \right) r_{ce}$$

$$v_x \left(1 + \frac{R_c}{r_{\pi}} + \frac{r_{ce}}{r_{\pi}} + g_m r_{ce} \right) = i_x (R_c + r_{ce})$$

$$\frac{v_x}{i_x} = \frac{R_c + r_{ce}}{1 + \frac{R_c}{r_{\pi}} + \frac{r_{ce}}{r_{\pi}} + g_m r_{ce}}$$

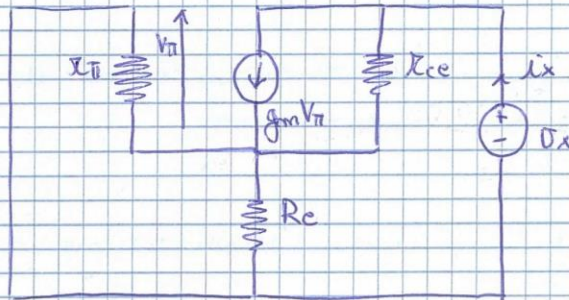
con $R_e, R_c \ll r_{ce}$

$$r_{ce} = \frac{v_x}{i_x} \approx \frac{r_{ce}}{r_{ce} \left(\frac{1}{r_{\pi}} + g_m \right)} \approx \frac{1}{g_m}$$

più piccolo

È la bassa impedenza.

Per I_d :



$$V_x = (i_x - g_m V_{\pi}) R_{ce} - i_x \cdot R_e // x_{\pi}$$

$$\text{con } V_{\pi} = -i_x R_e // x_{\pi}$$

$$V_x = i_x \left[R_{ce} + g_m R_{ce} (R_e // x_{\pi}) + (R_e // x_{\pi}) \right]$$

$$\text{con } g_m R_{ce} = \frac{I_c}{V_T} \frac{V_A}{I_c} = \frac{V_A}{V_T} \gg 1$$

$$g_m x_{\pi} = \beta$$

$$\text{con } R_e > \frac{x_{\pi}}{\beta}$$

$$\text{con } R_e // x_{\pi} = x_{\pi} \frac{R_e}{R_e + x_{\pi}}$$

$$\left. \frac{V_x}{i_x} \right|_{R_e > \frac{x_{\pi}}{\beta}} = I_d = g_m R_{ce} \cdot x_{\pi} \cdot \frac{R_e}{R_e + x_{\pi}}$$

Quindi in conclusione:

B ed C sono ad alta impedenza, mentre E è a bassa impedenza.

FINE RICHIAMI BJT.

AMPLIFICATORI A BASSO RUMORE

un processo stocastico è una n.a.

$$X(t)$$

insieme di realizzazioni di una n.a.
 $x_i(t)$, realizzazione

Domini D .

$\forall t_k \in D \Rightarrow x_i(t_k)$ è una realizzazione della n.a. X

$x_i(t_k)$ è definita da $f_{X(t_k)}(x)$

$$\text{media: } \mu_x(t_k) = E\{x(t_k)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_{X(t_k)}(x) dx$$

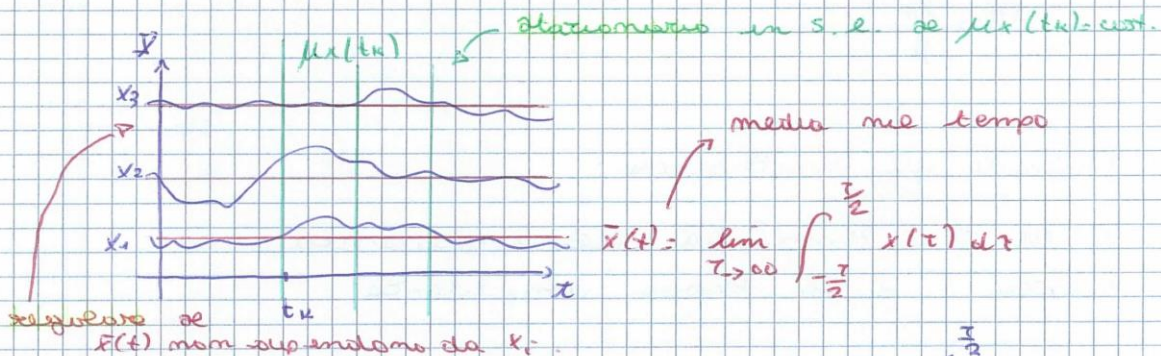
$$R_x(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 \cdot f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

↑
 Correlazione fra $X(t_1), X(t_2)$

Processo stazionario in senso lato:

$\mu_x(t_k) = \text{costante} \quad \forall t_k \in D$: media di insieme

$$\Rightarrow R_x(t_1, t_2) = R_x(t_2 - t_1) \quad \forall t_1, t_2 \in D$$



$$R(\tau) : \text{funzione di autocorrelazione} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau) dt$$

Processo ergodico: se posso scommettere fra loro le operazioni di media di insieme e temporale.

Dens. Spettuale di Potenza di un processo stocastico:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$



Spetttralmente come è def. la potenza.

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi f \tau} df$$

$$P_x: \text{potenza} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df$$

$$P_x = R_x(0)$$

Se il processo è ergodico:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(\tau) d\tau \quad : \text{valore quadratico medio}$$

Se il processo è anche a media nulla ($\mu_x = 0$)

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(\tau) d\tau = P_x$$

$$V. \text{ efficace} = \text{rms} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(\tau) d\tau}$$

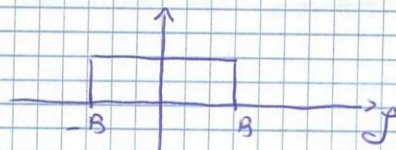
$$V. \text{ efficace} = \sigma_x \quad \text{se } \mu_x = 0$$

Processo Bianco: $S(f) = \text{costante} = \frac{N_0}{2}$

Per un processo bianco:

$$R_x(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$

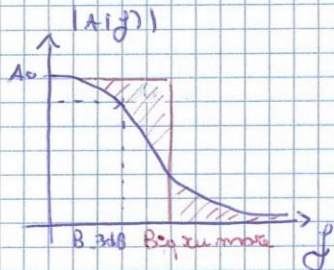
Se il processo è Bianco in un banda B:



$$P = \frac{N_0}{2} \cdot 2B = N_0 B$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_0}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right) e^{+2\pi j f \tau} df = N_0 B \text{sinc}(\tau \cdot 2B\pi)$$

Filtro per un sistema LTI



$$S(f)_{in} \rightarrow \boxed{A(f)} \rightarrow S(f)_{out} = S(f)_{in} |A(f)|^2$$

Banda equivalente di rumore :

Potenza in uscita per rumore bianco :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_0}{2} |A(f)|^2 df$$

deve essere uguale a :

$$\frac{N_0}{2} \cdot A_0^2 \cdot B_{eq. rum.}$$

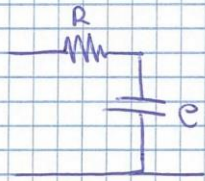
$$\Rightarrow B_{eq. rum.} = \frac{1}{A_0^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df$$

Per sistemi reali

$$B_{eq. rum.} = \frac{1}{A_0^2} \int_0^{+\infty} |A(f)|^2 df$$

Banda del filtro ideale che ha un centro banda lo stesso guadagno del mio sistema di partenza che quando ha in ingresso un rumore bianco lascia passare la stessa potenza di rumore del sistema di partenza. filtro.

Consideriamo un filtro RC 1° ordine (1 POLO)



$$A(f) = \frac{1}{1 + j2\pi f RC} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

con $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

$$\begin{aligned} \text{Bey. geom.} &= \frac{1}{1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + (2\pi f RC)^2} df = \frac{1}{2\pi RC} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + x^2} dx \\ &= \frac{1}{2\pi RC} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot f_c \end{aligned}$$

\uparrow
arctg()

Per combinazioni lineari di r.a.:

$$x_1(t) + x_2(t) = y(t) \quad x_1(t), x_2(t) \text{ r.a.}$$

nel caso di processo ergodico

$$\begin{aligned} &\overline{(x_1(t) + x_2(t))^2} \quad \text{media} \\ &= \overline{x_1(t)^2} + \overline{x_2(t)^2} + 2 \overline{x_1(t)x_2(t)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \overline{x_1(t)x_2(t)} &= 2\rho \cdot (\overline{x_1^2})^{1/2} (\overline{x_2^2})^{1/2} \\ \text{con } \rho &= \frac{\overline{x_1(t)x_2(t)}}{(\overline{x_1^2})^{1/2} (\overline{x_2^2})^{1/2}} \end{aligned}$$

Se x_1, x_2 stat. indep.

x_1, x_2 a media nulla

$$\rightarrow f(x_1, x_2) = f(x_1) f(x_2)$$

in questo caso $2 \overline{x_1(t)x_2(t)} = 0$

LA POTENZA DELLA SOMMA È LA SOMMA DELLE POTENZE.

Spot Noise

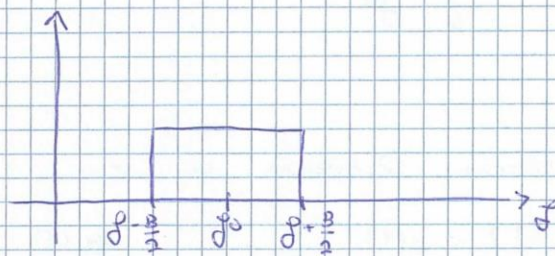
meo caso di rumore bianco:

$$SN = \left(\frac{N_0}{2}\right)^{1/2}$$

In generale:

$$SN(f) = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{|V_{eff}(f, B)|}{B^{1/2}}$$

Consideriamo il f modulare:



Supponiamo sia rumore bianco:

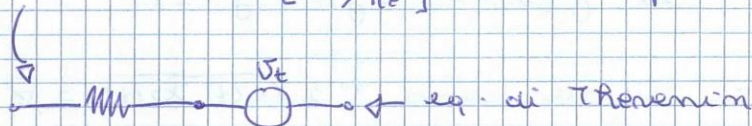
$$SN(f) = \frac{(N_0 B)^{1/2}}{B^{1/2}} \quad \text{con} \quad (N_0 B)^{1/2} = V_m(B, f_0)$$

Principali fonti di rumore:

- Rumore termico
- " Shotky
- " flicker

Rumore Termico: è riconducibile ad un processo bianco a media nulla con dens. spettr. di potenza:

$$PSD = 4kTR \left[\frac{V_{eff}^2}{Hz} \right]; \quad SN = \sqrt{PSD}$$



$$PSD = \frac{4kTR}{R^2} = \frac{4kT}{R}; \quad SN = \sqrt{PSD}$$



Quanto vale PSD in dBm/Hz?

a 25°C

$$PSD = 4 \cdot 1,35 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot R_{k-1}$$

$$= 16 \cdot 10^{-18} \cdot R$$

$$SN = \left(16 \cdot 10^{-18} \cdot R \right)^{-1/2} = 4 \cdot \sqrt{R_{k-1}} \cdot \frac{mV}{\sqrt{Hz}}$$

Per caso di un'impedenza generica:

$$P = 4kT \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}(Z) dy, \text{ potenza}$$

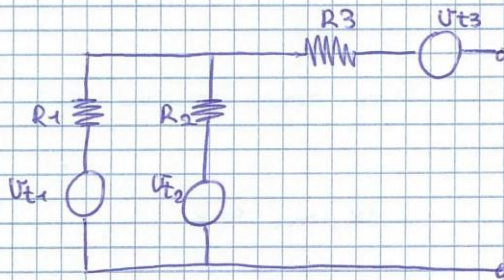
Supponiamo



$$z = \frac{R}{1 + j\omega C R} \rightarrow \text{Re}(z) = \frac{R}{1 + (\omega C R)^2}$$

$$P = 4kTR \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + (\omega C R)^2} dy = \frac{4kTR}{2\pi RC} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{kT}{C}$$

Esempio



Equivalenti di Thevenin:

$$R_{eq} = R_3 + R_1 // R_2$$



$$U_{eq} = U_{t3} + U_{t1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_{t2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

combinazione elementare di 3 v.a.

$$S(f) = 4kT \left[R_3 + R_1 \cdot \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} + R_2 \cdot \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} \right] =$$

$$= 4kT \cdot [R_3 + R_4 // R_2]$$

Rumore Shotky: \rightarrow legato alla quantizzazione della carica elettrica.
 \rightarrow Processo Binario.

da tras quando occorre corrente continua.
 \rightarrow fluttuazione del valore medio della corrente.

$$PSD = 2q \cdot I_{DC} \quad \text{dimensionalmente} \quad A \cdot \text{Caus}$$

Quanto vale?

$$\begin{aligned}
 PSD &= 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot I_{DC} (A) \\
 &= 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot I_{DC} (A) \\
 &= 0,32 \cdot 10^{-18} \cdot I_{DC} (\mu A) \\
 &= 0,32 \cdot 10^{-24} \cdot I_{DC} (\mu A)
 \end{aligned}$$

$$SD = (PSD)^{1/2} = 0,57 \cdot 10^{-12} \sqrt{I_{DC} (\mu A)} = 0,57 \cdot \sqrt{I_{DC} (\mu A)} \quad \frac{pA}{\sqrt{Hz}}$$

Rumore Flicker:

non è binario, ma è a media nulla.

Provocato da fluttuazioni del valore medio della corrente.

È significativo quando ha variazioni di conducibilità.

$$PSD (f) = \frac{K_f \cdot I_{DC}^\alpha}{f^m} \quad \alpha, m \approx 1$$

K_f : coeff. di rumore flicker

$$P(f_1, f_2) = \int_{f_1}^{f_2} \frac{K_f \cdot I_{DC}}{f} df = K_f \cdot I_{DC} \cdot \ln\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$$

↑
potenza fra due frequenze.

SN ?

$$V_{eff} = \sqrt{K_B I_{DC}} \sqrt{\ln f_2 / f_1}$$

$$SN = \lim_{f_2 \rightarrow f_1} \frac{\sqrt{K_B I_{DC}} \sqrt{\ln f_2 / f_1}}{\sqrt{f_2 - f_1}}$$

se $f_2 \rightarrow f_1$
 $\Rightarrow f_2 - f_1 = 1+x$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{K_B I_{DC}} \sqrt{\ln(1+x)}}{\sqrt{f_1} \cdot \sqrt{x}} \approx \sqrt{\frac{K_B I_{DC}}{f_1}}$$

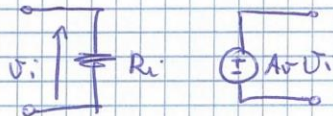
Data un amplificatore

SNR_{in}

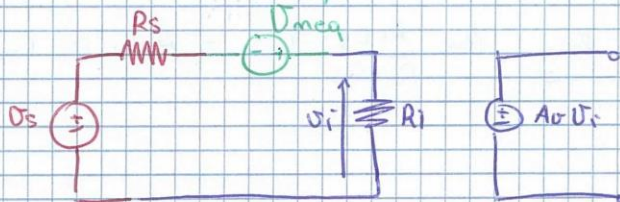


lui aggiunge rumore!

se modello dell'A.O. è:

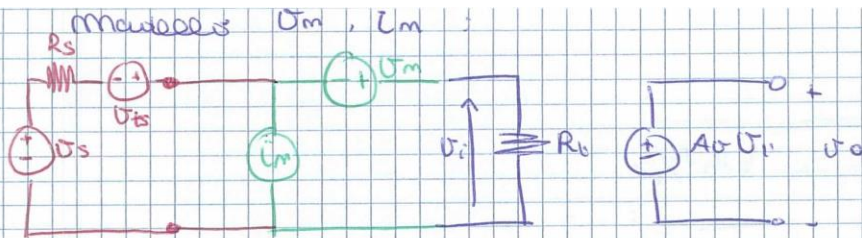


generatore equivalente di rumore introdotto da A.O.



Ma bisogna tenere conto che in questo caso:
 $V_{neq}(R_s)$

Per rendere V_{neq} indipendente da R_s , modello si



$$SNR_{im} = \frac{\overline{V_s^2}}{4kTR_s \cdot B}$$

in uscita al rumore contribuisce anche U_m e I_m .

$$U_o = A_v U_i = A_v \left[\frac{R_i}{R_s + R_i} (U_s + U_{ts} + U_m) + I_m \cdot \frac{R_i R_s}{R_i + R_s} \right]$$

$$= A_v \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s} \left[U_s + \underbrace{U_{ts} + U_m + I_m \cdot R_s}_{U_{mi}} \right]$$

U_{mi} = valore della tensione di rumore equivalente in ingresso.

$$V_{mi}^2 = 4kTR_s \cdot B + V_m^2 + I_m^2 R_s^2 + 2\rho V_m I_m R_s$$

partecolatamente e' ingresso,

$$R_s = \rho$$

$$U_{ts} = \rho$$

$$U_s = \rho$$

$$\rightarrow U_{no} = A_v U_m$$

$$V_{mo} = A_v^2 V_m^2$$

in circuito aperto invece

$$R_s = \infty$$

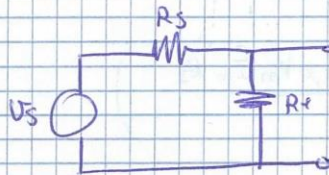
$$U_{mo} = \lim_{R_s \rightarrow \infty} A_v \cdot \frac{R_i R_s}{R_i + R_s} I_m = A_v \cdot R_i I_m$$

Quanto vale SNR_{out} ?

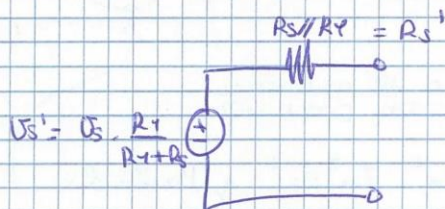
$$SNR_{out} \frac{dB}{dB} = 10 \log_{10} \frac{U_S^2}{4kTR_s B + V_m^2 + I_m^2 R_s^2 + 2\rho V_m I_m}$$

Teoricamente abbassando R_s dovrebbe migliorare, NON È VERO!

Inserisco una rete di accoppiamento:



↓ t_R



$$U_S = A_V \cdot \frac{R_i}{R_S // R_L + R_i} \left[U_S \cdot \frac{R_L}{R_S + R_L} + U_{ts}' + U_m + I_m \cdot R_S' \right]$$

$$= A_V \cdot \frac{R_i}{R_S // R_L + R_i} \cdot \frac{R_L}{R_S + R_L} \left[U_S + \underbrace{\left(\frac{R_S + R_L}{R_L} \right) (U_{ts}' + U_m) + I_m \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \cdot \frac{R_S R_L}{R_L}}_{U_{mis}} \right]$$

$$V_{mis}^2 = 4kTB \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \cdot \left(\frac{R_S + R_L}{R_L} \right)^2 + V_m^2 \left(\frac{R_S + R_L}{R_L} \right)^2 + I_m^2 R_S^2 + 2\rho V_m I_m R_S \cdot \left(\frac{R_S + R_L}{R_L} \right)$$

e la soluzione migliore la ottengo quando $R_L \rightarrow \infty$
 \Rightarrow Come se non raggiungo nulla.

Quindi per ottimizzare SNR_{out} oltre aumentare V_m e I_m .

CIFRA DI RUMORE (FIGURA DI RUMORE): (NF)

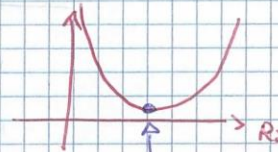
$$NF_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_{out} \text{ con } v_s = \phi}{P_{out} \text{ con } \bar{v}_m \text{ c.c. e } \bar{i}_m \text{ c.a.}}$$

$$= 10 \log_{10} \frac{4kTB R_s + V_m^2 + I_m^2 R_s^2 + 2\rho V_m I_m R_s}{4kTB R_s}$$

$$= 10 \log_{10} \left(1 + \frac{V_m^2 + I_m^2 R_s^2 + 2\rho V_m I_m R_s}{4kTB R_s} \right)$$

da minimizzare

è una parabola



$$V_m^2 + I_m^2 R_s^2 + 2\rho V_m I_m R_s$$

trovo il minimo della parabola.

$$\frac{d}{dR_s} \rightarrow \frac{R_s [2I_m^2 R_s + 2\rho V_m I_m] - V_m^2 - I_m^2 R_s^2 - 2\rho V_m I_m R_s}{R_s^2} = \phi$$

$$= I_m^2 R_s^2 - V_m^2 = \phi \rightarrow R_s = \frac{V_m}{I_m}$$

la cifra di rumore si minimizza per $R_s = \frac{V_m}{I_m}$.

$$SNR_{out, dB} = \left(\frac{\bar{V}_s^2}{\bar{V}_{mi}^2} \right)_{dB} = \left(\frac{\bar{V}_s^2}{4kTB R_s B} \right)_{dB} + \left(\frac{4kTB R_s B}{\bar{V}_{mi}^2} \right)_{dB}$$

$$SNR_{out, dB} = SNR_{in, dB} - NF_{dB}$$

$$NF_{dB} = SNR_{in, dB} - SNR_{out, dB}$$

$$= \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}}$$

TEMPERATURA EQ. DI RUMORE

Assumo di poter scrivere $V_{m,rms}^2 = 4kT_m R_s B$

lo considero rumore termico dovuto a R_s .

$$NF = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{T_m}{T} \right)$$

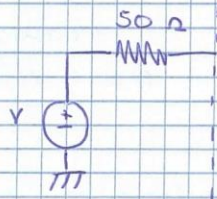
$$\rightarrow T_m = T \left(10^{\frac{NF}{10}} - 1 \right)$$

T : Temperatura ambiente.

LABORATORIO

10/04/2016

Generatore di Funzione



di default è settato ad un carico a bassa impedenza



N.B. il gain di funzione

non da riferimento a massa!!!

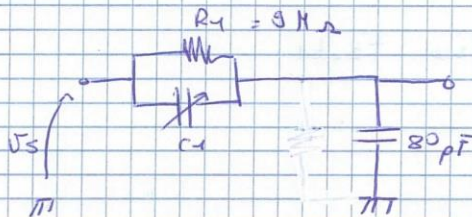
→ la sua massa non è una vera massa.

Oscilloscopio

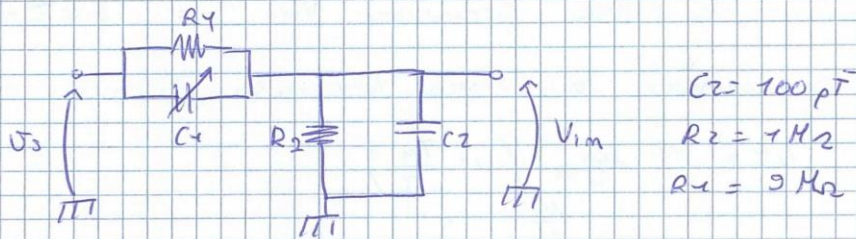
Impedenza di ingresso:



Modello di una sonda



Sulle' ingresso vedo:



$$A_{V3} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}}$$

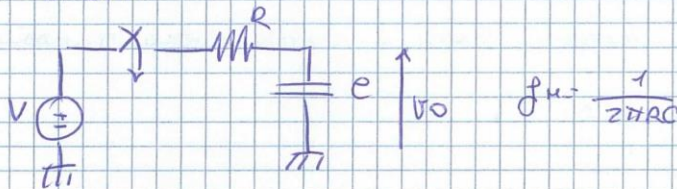
\rightarrow Se $C_1 R_1 = C_2 R_2 \rightarrow C_1 = \frac{C_2}{9}$
 $\Rightarrow A_{V3} = \frac{1}{-10}$

$$= \frac{R_2 / (1 + j\omega C_2 R_2)}{R_1 + j\omega C_2 R_1 R_2 + R_2 + j\omega C_1 R_1 R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega R_1 / R_2 (C_1 + C_2)}$$

(*)

Reazione fra tempo di salita e Banda del gradino in input

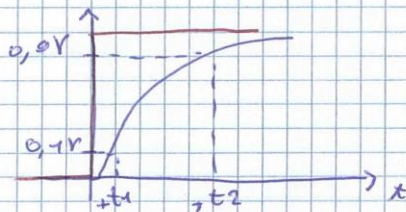
1° ORDINE



$$V_C(t) = (V_{\infty} - V_0) (1 - e^{-t/RC}) + V_0$$

con $V_0 = 0$, $V_{\infty} = V$

$$= V (1 - e^{-t/RC})$$



$$T_s = t_2 - t_1$$

$$t_1: 0,1V = V (1 - e^{-t_1/RC})$$

$$t_2: 0,9V = V (1 - e^{-t_2/RC})$$

$$\rightarrow e^{-t_1/RC} = 0,9 \rightarrow \frac{-t_1}{RC} = \ln 0,9 \quad RC$$

$$e^{-t_2/RC} = 0,1 \rightarrow \frac{-t_2}{RC} = \ln 0,1 \quad RC$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = (\ln(0,9) - \ln(0,1)) RC$$

$$T_s = RC \ln \frac{0,9}{0,1} = RC \ln 9$$

$$T_s = 2\pi RC \frac{\ln 9}{2\pi}$$

$f_H \leftarrow \frac{\ln 9}{2\pi} \rightarrow 0,35$

$$T_s = \frac{0,35}{f_H}$$

(*)

Supponiamo al posto di U_s

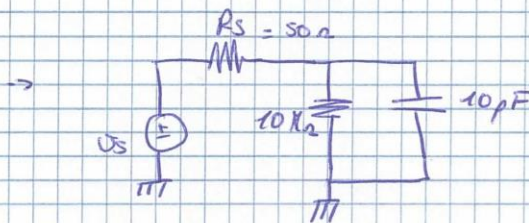


$$Z_{eq} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} = \frac{10 R_2}{1 + j\omega \left(\frac{C_2}{10}\right) (10 R_2)}$$



$$10 R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{C_2}{10} = 10 \text{ pF}$$



$$\tau = 50 \Omega \cdot 10 \text{ pF}$$

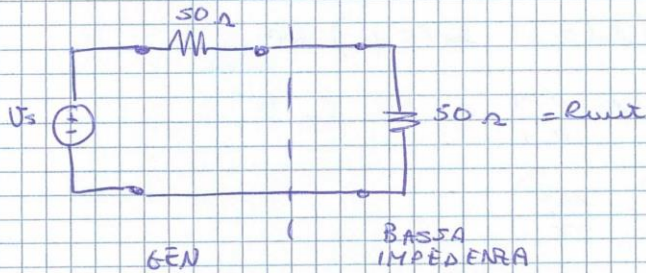
$$= 30 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$B_p = \frac{1}{30 \cdot 10^{-10}} = \frac{1}{30} \cdot 10^{10} \text{ Hz}$$

$$\approx 330 \text{ MHz}$$

Generatore di funzioni

Pi carico a 50Ω

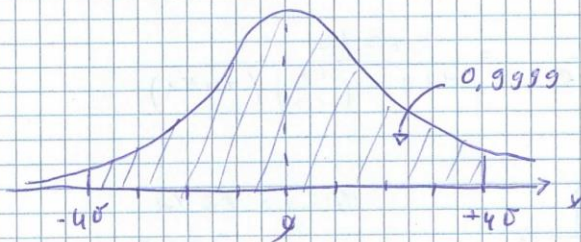


Se rapporto si $R_{\text{uit}} \rightarrow U_s$, detto generatore $2 U_s$ due generatore

FATTORE DI CRESTA

$$FC = \frac{V_p}{\sigma_x}$$

X segnale Gaussiano con $\mu_x = 0$

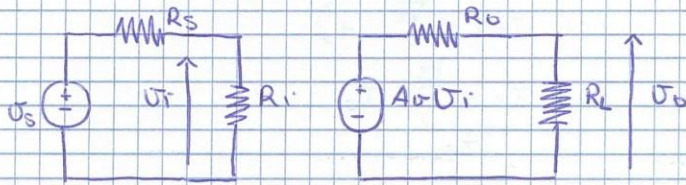


Se considero $FC=4 \rightarrow$ il 99,99% dei valori è compreso fra $\pm 4\sigma_x$.

V_{eff} rumore = 200 mV

15/03/2016

A.O. in regime lineare



$$U_o = A_o \cdot U_i \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L} = A_o \cdot U_s \cdot \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

Effetto di carico sia in input che output.

$$A_{v,c.a.} = A_o \cdot \frac{R_i}{R_s + R_i}$$

$$A_{v,o.c.} = A_{v,c.a.} \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

Se $R_o \gg A.O.$ in cascata

$$A_{v,o.c.} = A_{v,c.a.} \cdot A_{v,c.a.} \cdot \frac{R_{o,c.a.}}{R_{o,c.a.} + R_i}$$

Per n A.O.:

$$A_{v,o.c.} = \prod_{j=1}^n A_{v,c.a.} \quad \text{con} \quad A_{v,c.a.} = A_o \cdot \frac{R_{i,j}}{R_{o,j-1} + R_{i,j}}$$

$$R_{o,0} = R_s$$

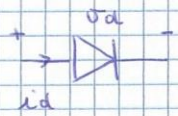
$$A_{v,o.c.} = A_{v,o.c.} \cdot \frac{R_L}{R_{o,n} + R_L}$$

Se primo A.O. del punto di vista del rumore è più importante!

$$\rightarrow U_{n_{out, tot}} = (U_{n1} + U_{ns}) A_{v, tot} + U_{n2} \frac{A_{v, tot}}{A_{v, c.a.}} + \dots + U_{nN} \frac{A_{v, tot}}{\prod_{k=1}^{N-1} A_{v, c.a.}}$$

$$\rightarrow U_{n_{out, tot}} = A_{v, tot} \left(U_{ns} + U_{n1} + \sum_{j=2}^N \frac{U_{nj}}{\prod_{k=1}^{j-1} A_{v, c.a.}} \right)$$

Rumore nelle giunzioni PN:



$$I_0 = I_s \left(e^{\frac{V_0}{V_T}} - 1 \right)$$

$$= \underbrace{I_s e^{\frac{V_0}{V_T}}}_{I_F} - I_s$$

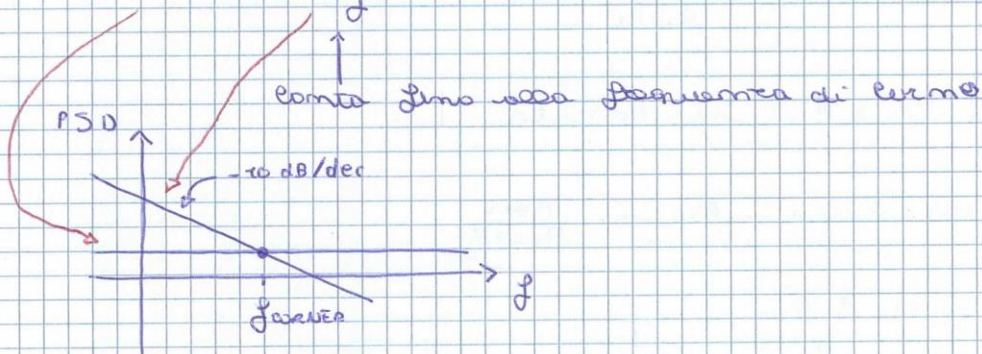
Predomina il rumore shotky:

$$PSD = 2q \underbrace{(I_F + I_s)}_{I_0 + 2I_s} \approx 2q I_0$$

↑
in pd. diretta

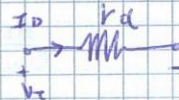
In totale c'è anche rumore flicker

$$PSD \approx 2q I_0 + \frac{K \beta I_0}{\omega} \quad \text{in pd. diretta}$$

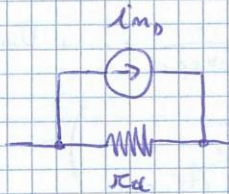


Nei modelli per piccoli segnali si disegna il ramo R:

$$r_d = \left(\frac{\partial I_0}{\partial V_0} \right)^{-1} = \left(\frac{I_0}{V_T} \right)^{-1}$$



Modello con rumore:



Supponiamo di considerare $PSD = 2q I_D$

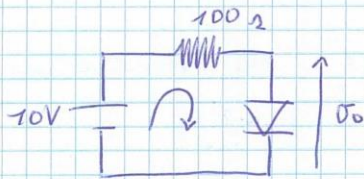
Ritorniamo che per un rumore shoty:

$$PSD^{1/2} = 0,59 \sqrt{I_{ua}} \frac{PA}{\sqrt{Hz}}$$

Se $I_D = 10 \text{ mA} \rightarrow SN = 0,59 \cdot 100 \frac{PA}{\sqrt{Hz}} = 59 \frac{PA}{\sqrt{Hz}}$

Con il diodo Zener il rumore è maggiore:

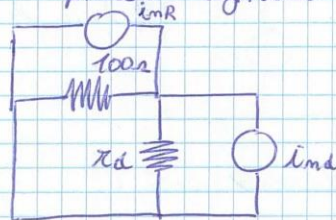
$$SN_{Zener} \approx 100 = 1000 \cdot SN_{diode}$$



$$I_D = \frac{10}{100} \approx 100 \text{ mA}$$

non considerando V_f .

Mod. piccoli segnali:



$$r_d = \frac{V_T}{I_{DC}} = \frac{26 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} = 0,26 \Omega$$

$$PSD(i_{mR}) = \frac{4kT}{R}$$

$$\Rightarrow PSD = 4 \sqrt{RkT} \cdot \frac{mV}{\sqrt{Hz}}$$

$$= 1,26 \frac{mV}{\sqrt{Hz}}$$

$$= 12,6 \frac{PA}{\sqrt{Hz}}$$

$$PSD(i_{mL}) = 2q I_{DC}$$

$$\Rightarrow SN = 150 \frac{PA}{\sqrt{Hz}}$$

↑
Quindi il diodo genera molto più rumore della resistenza.

rumore tot. in uscita

$$U_{meas} = (i_{mL} + i_{mR}) \cdot \frac{r_d // 100 \Omega}{\approx 25 \cdot 10^{-3} \Omega \approx r_d}$$

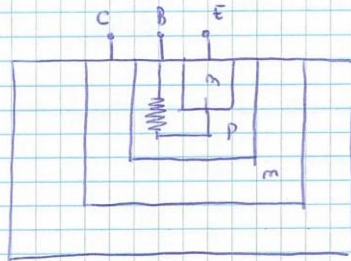
$$\frac{PSD(U_{meas})}{\left(\frac{U_{meas}}{\sqrt{Hz}}\right)^2} = \underbrace{(PSD(i_{mL}) + PSD(i_{mR}))}_{\approx PSD(i_{mL})} r_d^2$$

$$SN (V_{max}) \approx 150 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-3} \frac{V}{\sqrt{Hz}}$$

$$= 3,75 \text{ PV}/\sqrt{Hz}$$

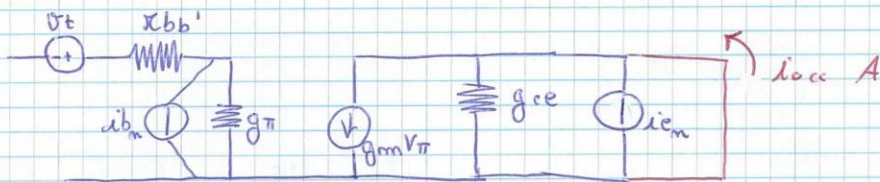
considerando solo i_m

BJT

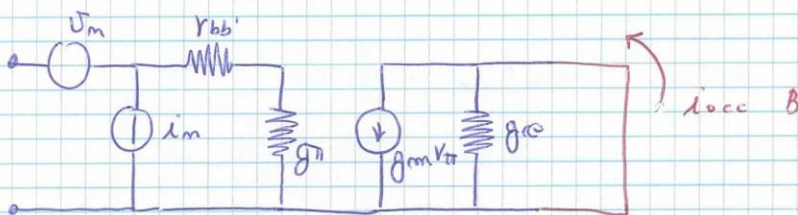


Considero solo la resistenza BE per motivi di costruzione.

Modello con rumore.



⇓ lo si può trasformare così:



Se $R_s = 0$ conta solo V_m .

Se $R_s = \infty$ conta solo I_m .

$$r_{bb'} \approx 10^{-2} \rightarrow r_{bb'} \ll r_{\pi} = \frac{1}{g_{\pi}} \approx 10^3 \Omega$$

$R_s = \phi$, ingresso e.e.

trascurabile \approx
 $I_c \ll \beta I_B$

$$i_{occ}(A) = g_m V_{\pi} + i_{cm} = g_m \left[V_t \frac{r_{\pi}}{r_{bb'} + r_{\pi}} + i_{bm} \cdot r_{\pi} // r_{bb'} \right] + i_{cm}$$

$$i_{occ}(B) = g_m V_{\pi} = g_m \cdot V_{oc} \cdot \frac{r_{\pi}}{r_{bb'} + r_{\pi}}$$

$$g_m V_m \approx g_m V_t + i_{cm}$$

$$\rightarrow V_m = V_t + i_{cm} / g_m \quad \leftarrow \text{Rumore shotky}$$

$R_s = \infty$ \rightarrow ingresso e.a.

$$i_{oc.a.}(A) = g_m V_{\pi} + i_{cm} = g_m i_{bm} r_{\pi} + i_{cm}$$

$$i_{oc.a.}(B) = g_m V_{\pi} = g_m i_m r_{\pi}$$

$$\rightarrow i_m = i_{bm} + \frac{i_{cm}}{g_m r_{\pi}} = i_{bm} + \frac{i_{cm}}{\beta} \quad \leftarrow \text{Rumore shotky + Flicker}$$

i_m e i_{bm} sono valori istantanei
 ma sono V.A! quindi Trovo PSD

$$PSD(i_m) = 4kT r_{bb'} + \frac{1}{g_m^2} (2q I_c)$$

$$g_m = \frac{I_c}{V_t} = \frac{I_c}{kT} \cdot q$$

$$PSD(i_m) = 4kT r_{bb'} + \frac{1}{g_m} \frac{2q I_c}{I_c q} kT \cdot \frac{2}{2}$$

$$= 4kT \left[r_{bb'} + \frac{1}{2g_m} \right]$$

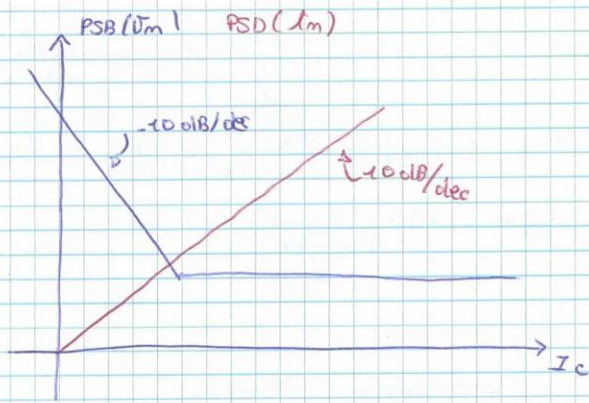
Quindi $PSD(i_m)$ dipende I_c . Giocando sul punto di lavoro posso migliorarlo.

$$PSD(i_m) = 2q I_B + \frac{kT I_B}{\beta} + 2q I_c \cdot \frac{1}{\beta^2} \quad \leftarrow \text{conta in alta frequenza}$$

$$\text{con } I_B = \frac{I_c}{\beta}$$

\uparrow conta in bassa frequenza!

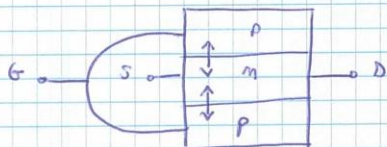
$$PSD(i_m) \approx 2q I_B$$



Quindi se $I_c \uparrow \rightarrow \frac{V_m}{I_m} \downarrow$

Quindi se I_c ottengo rapporti $\frac{V_m}{I_m} \in (100 \div 10^6) \Omega$
 con $I_c \in (0,1 \mu A \div 1 mA)$.

JFET

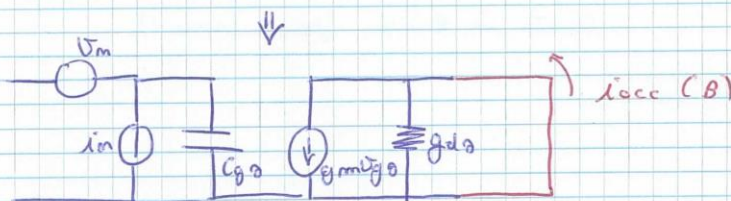
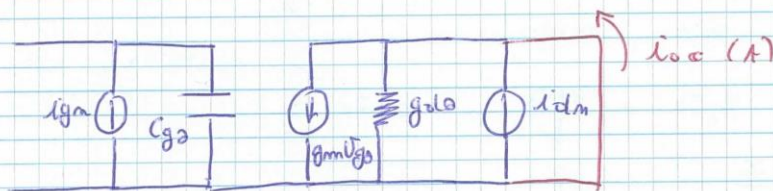


Se $V_{gs} > 0$ cresce la regione di
 canale operativa e riduzione canale.

Montaggio rispetto al mosfet? sono dispositivi differenti!

Sempre un dispositivo ad effetto di campo e la corrente di gate non è trascurabile.

Modello circuitale di un FET in generale:



$$R_s = \neq \Omega$$

$$i_{occ}(A) = g_m \bar{V}_{gs} + i_{dm} = i_{dm}$$

$$i_{occ}(B) = g_m \bar{V}_{gs} = g_m \bar{V}_m$$

$$\rightarrow \bar{V}_m = \frac{1}{g_m} i_{dm} \quad \text{Rumore Termico + Flicker}$$

$$R_s = \infty \Omega$$

$$i_{occ}(A) = g_m \bar{V}_{gs} + i_{dm} = g_m i_{gm} \cdot \frac{1}{\omega C_{gs}} + i_{dm}$$

$$i_{occ}(B) = g_m \bar{V}_{gs} = g_m i_m \cdot \frac{1}{\omega C_{gs}}$$

$$\rightarrow i_m = i_{gm} + \omega C_{gs} \cdot i_{dm} \cdot \frac{1}{g_m}$$

$$PSD(\bar{V}_m) = \frac{1}{g_m^2} \cdot \left[\underbrace{4kT \frac{2}{3} g_m}_{\text{poché?}} + \frac{k_B I_D}{f} \right]$$

Consideriamo un MOSFET in regione lineare.

$$i_D = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) \left[2(V_{gs} - V_{th})V_{ds} - V_{ds}^2 \right]$$

Se posso trascurare V_{ds}^2 \rightarrow posso definire una R

$$\text{associato} \rightarrow R_{os} = \frac{1}{\mu C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) (V_{gs} - V_{th})}$$

$$g_m = \mu C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) (V_{gs} - V_{th}) \Rightarrow R_{os} = \frac{1}{g_m}$$

Il coefficiente $\frac{2}{3}$ viene sperimentalmente.

$$PSD(\bar{V}_m) = 4kT \frac{2}{3} \frac{1}{g_m} + \frac{k_B I_D}{f} \cdot \frac{1}{g_m^2}$$

$$g_m = \mu C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) (V_{gs} - V_{th}) = \sqrt{2 \mu C_{ox} \frac{W}{L}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs} - V_m)} \\ = \sqrt{2kI_D} \quad \quad \quad I_D$$

g_m è funzione di I_D , del pto di lavoro!

$$g_{m\text{BJT}} = \frac{I_C \approx 1\text{mA}}{V_T \approx 0,25\text{V}}$$

$$g_{m\text{BJT}} \approx 4 g_{m\text{MOS}}$$

$$g_{m\text{MOS}} = \frac{2 I_D \approx 2\text{mA}}{V_{GS} - V_{TH} \approx 0,2\text{V}}$$

↑
caso minimo

$$\text{PSD}(V_m) = 4kT \frac{2}{3} \frac{1}{g_m} + \frac{k_B I_D}{2kT \omega_f} \quad \text{con } k = \mu C_{ox} \frac{W}{L}$$

↑
legato alla grandezza del dispositivo.

In questo caso la frequenza di corner può essere $\approx k\text{Hz}$.

Sembrerebbe di poter aumentare PSD (V_m) aumentando

I_D e le dimensioni del MOSFET.

→ NON È L'APPROCCIO CORRETTO.

$$1) \quad V_{eff} = 200 \text{ mV} \\ B = 10 \text{ MHz}$$

Siccome il filtro AC in uscita al gajf è a
8 ppi: $B_{equm} = B$.

$$PSD = \frac{V_{eff}^2}{B_{equm}} = 4 \cdot 10^{-9} \frac{V_{eff}^2}{\text{Hz}}$$

In pratica:

- Banda segnale 10 MHz;

$$T_s \leq \frac{1}{2B} = 50 \text{ ns}$$

Il mio oscilloscopio ha 10 div in cui
inserisce 250 campioni ovvero 250 campioni/div.

Per avere $T_s = 50 \text{ ns}$ devo impostare come
tempo di acquisizione

$$M = T_s \cdot 250 = 12,5 \mu\text{s} \rightarrow 10 \mu\text{s}$$

misurato $V_{pp} = 1,8 \text{ V}$

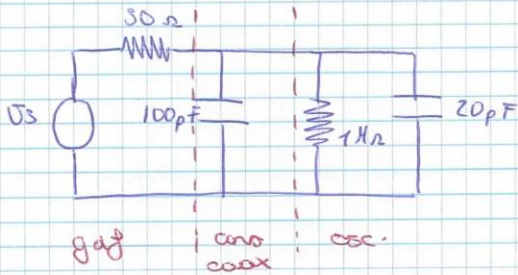
$$\rightarrow V_p = 0,9 \text{ V}$$

$$\sigma_x = V_{eff} \quad \text{in quanto} \quad \sigma_x^2 = V_{eff}^2$$

$$FC = \frac{V_p}{\sigma_x} = 4,5$$

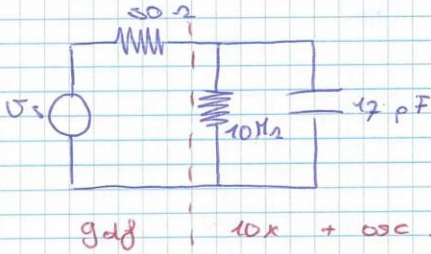
N.B. Vedere il segnale in DISPLAY: Persistenza = ∞ .

2)



$$\tau_1 = R \cdot C = 6 \text{ ns}$$

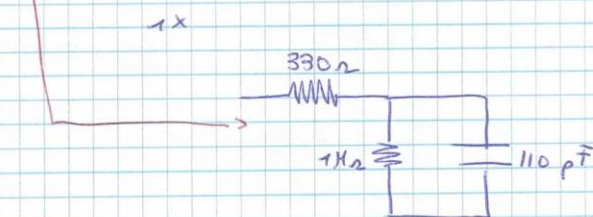
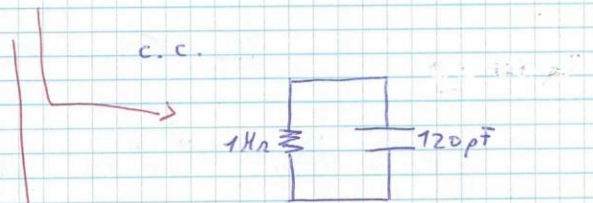
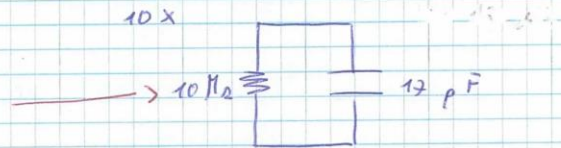
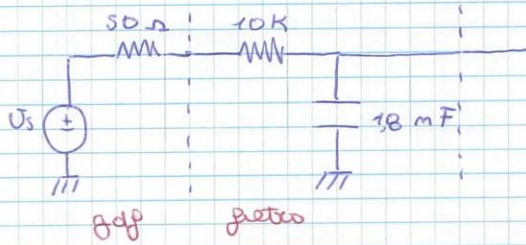
$$f_u = \frac{1}{2\pi\tau} = 26,6 \text{ MHz}$$



$$\tau_2 = R \cdot C = 850 \text{ pS}$$

$$f_u = \frac{1}{2\pi\tau} = 187 \text{ MHz}$$

3)



Per un JFET

$$V_m = \frac{1}{g_m} i_{dm}$$

$$I_m = i_{gm} + \frac{j\omega C_{gs}}{g_m} i_{dm}$$

com $g_m = \sqrt{2kI_D}$

$$k = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L}$$

$$g_m = \frac{2I_D}{V_{GS} - V_{th}}$$

$$PSD(V_m) = \frac{1}{g_m^2} \left[4KT \frac{2}{3} g_m + \frac{k_B I_D}{f} \right]$$

$$= 4KT \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{g_m} + \frac{k_B}{\mu C_{ox} \frac{W}{L} f}$$

$$= 4KT \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{g_m} + \frac{k_B'}{\mu C_{ox} W f L} \quad \text{com } k_B'$$

$\frac{W}{L}$: fattore di forma

$$PSD(i_m) = 2q I_G \left[\frac{\omega^2 C_{gs}^2}{g_m^2} \left[4KT \frac{2}{3} g_m + \frac{k_B I_D}{f} \right] \right]$$

I_G : - JFET: costante di saturazione unipolare (10^{-3} A)
 - MOSFET: Corrente di GATE (10^{-12} A)

Per $I_D \approx 1 \text{ mA} \rightarrow g_m \approx (100 \cdot 2)^{-1} (V_{GS} - V_{th} \approx 200 \text{ mV})$

$$4KT \frac{2}{3} \frac{1}{g_m} \approx 4 \cdot \sqrt{0,066 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}} = 1,03 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

$\frac{k_B'}{\mu C_{ox} W f L}$ in una regione di frequenze per cui è trascurabile.

$$(2q I_G)^{\frac{1}{2}} \approx 0,57 \sqrt{I_G (\mu A)} \cdot \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}} = 0,057 \cdot 10^{-3} \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}} = 57 \cdot 10^{-19} \frac{\text{A}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

$$C_{ox} \approx 0,4 \cdot 10^{-16} \text{ F}/\mu\text{m}^2$$

quindi $C_{gs}^2 \approx 10^{-32}$

quindi posso considerare solo $PSD(i_m) = 2q I_G$.

L'altro termine conta solo quando $f \approx 100 \text{ MHz}$?

$$\rightarrow R_s = \frac{V_m}{I_m} = \frac{SN(V_m) \cdot f}{SN(I_m) \cdot f} \Bigg|_{I_D \approx \text{mA (MOSFET)}} = \frac{10^{-9} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}}{10^{-12} \text{ A}/\sqrt{\text{Hz}}} \approx 10^3 \Omega$$

Non è quindi fuori una R_s molto grande.

Per migliorata R_s :

$V_m \downarrow \Rightarrow g_m \uparrow$ come?

aumentando K , aumenta C_{in} e penalizza lo banda.
aumentando I_D , aumento la dissipazione e quindi
aumenta la temperatura e il
guadagno diminuisce.

Come ridurre V_m ?

Suppongo n amplificatori in parallelo con stesso I_D .
Corrente di polarizzazione

$$I_{D_{TOT}} = n \cdot I_D$$

$$g_{m_{TOT}} = n \cdot g_m$$

$$PSD(V_m)_{TOT} = 4kT \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{g_{m_{TOT}}} = 4kT \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{g_m}$$

$$PSD(i_m) = z_q \cdot n \cdot I_D$$

e quindi $\frac{V_{m_{TOT}}}{I_{m_{TOT}}} = R_s = \frac{1}{n} \cdot \frac{V_m}{I_m}$.

Ma ho pagato perché adesso occorre $n I_D$, come risulta?

$$g_{m_{TOT}} = n \cdot g_{m_{singolo}} = n \sqrt{2k \left(\frac{I_D}{n} \right)} = \sqrt{n} \cdot g_m$$

facce occorre che
singolo amplificatore
non I_D ma $\frac{I_D}{n}$.

Ma risulta ora: $\frac{V_{m_{TOT}}}{I_{m_{TOT}}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{n^{3/4}} \cdot \frac{V_m}{I_m}$.

in quanto: $PSD(i_{m_{TOT}}) = z_q \cdot n \cdot I_D$

A.O. OP29

Per ingrandimenti differenziali a BJT con $n=2$.

$$SN(V_m) = 3-6 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

$$SN(I_m) = 0,4-4 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

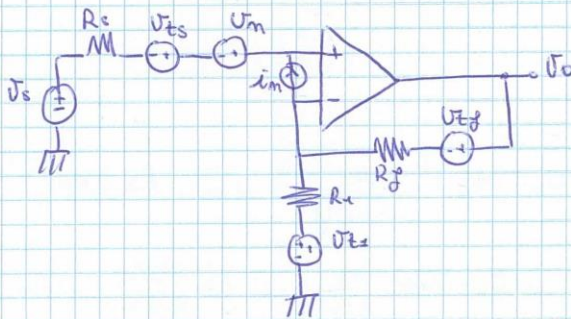
TL 071

Per ingrandimenti differenziali con JFET con $n=1$

$$SN(V_m) = 16 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

$$SN(I_m) = 0,04 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Assumiamo un A.O. ideale in config. ^{non} invertente



$$V_+ = V_-$$

$$V_+ = V_m + V_{ts} + V_o + i_m \cdot R_s$$

$$V_- = (V_o + V_{Lj}) \cdot \frac{R_f}{R_f + R_i} + V_{Lr} \cdot \frac{R_i}{R_f + R_i} - i_m \cdot R_i // R_{Lj}$$

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \left[V_s + V_{ts} + V_m + i_m \cdot R_s - V_{Lj} \cdot \frac{R_f}{R_f + R_i} - V_{Lr} \cdot \frac{R_i}{R_f + R_i} + i_m R_i // R_{Lj} \right]$$

$$\overline{V_{mi}^2} = 4kTB \left[R_s + R_{Lj} \cdot \left(\frac{R_f}{R_f + R_i}\right)^2 + R_i \cdot \left(\frac{R_i}{R_f + R_i}\right)^2 \right] + V_m^2 + i_m^2 \cdot [R_s + R_i // R_{Lj}]^2 + 2\rho V_m I_m (R_s + R_i // R_{Lj})$$

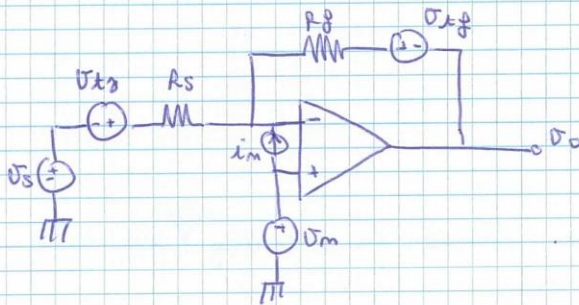
$$= 4kTB \left[R_s + R_{Lj} // R_i \cdot \left(\frac{R_f}{R_f + R_i} + \frac{R_i}{R_f + R_i}\right) \right] + \dots$$

$$= 4kTB (R_s + R_{Lj} // R_i) + V_m^2 + I_m^2 (R_s + R_i // R_{Lj})^2 + 2\rho V_m I_m (R_s + R_i // R_{Lj})$$

Se $R_f // R_1 \ll R_s$ allora V_{ni}^2 è la stessa della trattazione generica

quindi $R_s = \frac{V_m}{I_m}$ scelta ottima dal punto di vista del rumore.

Assumiamo A.O. ideale in config. invertente



$$V_+ = V_-$$

$$V_+ = V_m$$

$$V_- = (V_s + V_{t_s}) \frac{R_f}{R_s + R_f} + (V_o + V_{t_f}) \frac{R_s}{R_s + R_f} + i_m \cdot R_s // R_f$$

$$V_o = - \left(\frac{R_s + R_f}{R_s} \right) \left[V_{t_f} \frac{R_s}{R_s + R_f} + (V_s + V_{t_s}) \frac{R_f}{R_s + R_f} + i_m \frac{R_s R_f}{R_s + R_f} - V_m \right]$$

$$= - \left(\frac{R_s + R_f}{R_s} \right) \left(\frac{R_f}{R_s + R_f} \right) \left[V_s + V_{t_s} + V_{t_f} \frac{R_s}{R_f} - V_m \frac{R_s + R_f}{R_f} + i_m R_s \right]$$

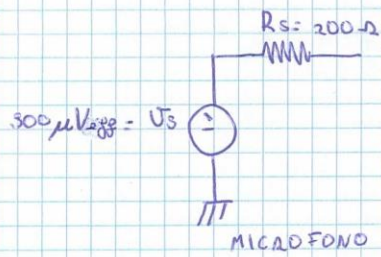
$$= - \frac{R_f}{R_s} \left[V_s + V_{ni} \right]$$

$$V_{ni}^2 = 4kTB \left(R_s + R_f \frac{R_s^2}{R_f^2} \right) + V_m^2 \left(1 + \frac{R_s}{R_f} \right)^2 + i_m^2 R_s^2 + 2\rho V_m I_m R_s \left(1 + \frac{R_s}{R_f} \right)$$

Se $\frac{R_s}{R_f} \ll 1$ allora la V_{ni}^2 è la stessa della trattazione generica e quindi

$$R_s = \frac{V_m}{I_m}$$

Esempio:



Ampe

Troncare V_m e I_m che soddisfanno
 SN_{Raut}

$$B_{\text{eq}} = 15 \text{ kHz}$$

$$SN_{\text{Raut}} \geq 60 \text{ dB}$$

$$NF_{\text{dB}} = SN_{\text{Rim}} \text{ dB} - SN_{\text{Raut}} \text{ dB}$$

$$SN_{\text{Rim}} = \frac{(300 \cdot 10^{-6})^2}{4kTR_s B_{\text{eq}}}$$

$$SN_{\text{Rim dB}} = 10 \log_{10} SN_{\text{Rim}} \\ = 63 \text{ dB}$$

$$NF_{\text{dB}} \leq 3 \text{ dB}$$

$$NF_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{V_m^2 + I_m^2 R_s + 2\rho V_m I_m R_s}{4kTBR_s} \right)$$

da cui definiremo V_m e I_m due p.tor di lavoro.

$$PSD = \frac{(200 \cdot 10^{-3})^2}{10^7} = 4 \cdot 10^{-9} \frac{V_{eff}^2}{Hz} \quad \Rightarrow FC = 4,5$$

Filtro RC

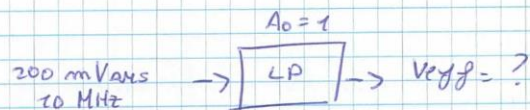
$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$C = 2,2 \text{ mF}$$

$$f_{c, nom} = \frac{1}{2\pi RC} = 7,2 \text{ kHz}$$

$$f_{c, mis} = 7 \text{ kHz}$$

Per trovare $f_{c, mis}$ imposto una sinusoide con $V_{RMS} = 1V$ e controlla sull'oscilloscopio quando la $V_{RMS} = 0,909V$ notando f in gHz .



$$V_{eff}^2_{atteso} = PSD \cdot B_{eq, rum} = PSD \cdot \frac{\pi}{2} \cdot f_H = 4 \cdot 10^{-9} \cdot 11 \cdot 10^3 = 44 \cdot 10^{-6} V_{eff}^2$$

$$V_{eff, atteso} = \sqrt{V_{eff, atteso}^2} = 6,63 \text{ mV}_{eff}$$

Sull'oscilloscopio modifica T_s

$$T_s = \frac{1}{2B} \cdot 250 = 17 \text{ ms}$$

misurando: $V_{pp} = 70 \text{ mV}$

$$V_x = V_{eff} = \frac{V_{pp}}{2\sqrt{2}} = 7,7 \text{ mV}_{eff} \neq 6,63 \text{ mV}_{eff}$$

cortocircuitando l'ingresso tras $A_0 V_m = 2,5 V_{eff}$

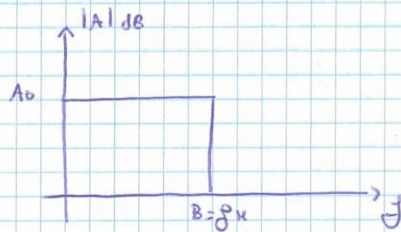
o il ordine di grandezza torna.

FILTRI ATTIVI

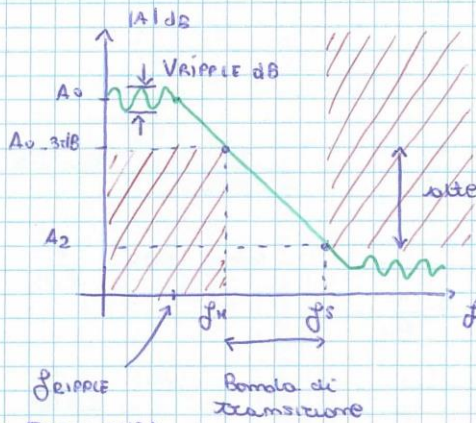
ATTIVI: usano componenti attivi (A.O.)

Cos'è un filtro?

FILTRO IDEALE PASSA BASSO



FILTRO REALE PASSA BASSO



• sicuramente qui non c'è segnale!

attenuazione in banda di transizione
più poli → più attenuazione

CAR. IN FREQUENZA

f_c : frequenza di taglio: banda a -3dB

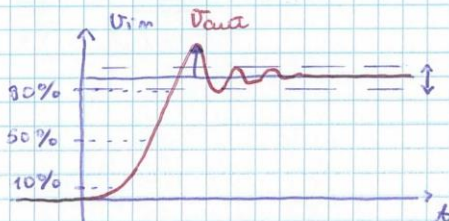
f_s : inizio banda attenuata

A_2 : max guadagno per $f > f_s$

$f_s - f_c$: banda di transizione

Ritardo di gruppo: $\tau_{gr} = - \frac{d}{d\omega} \phi(\omega)$

CAR. NEL TEMPO



CAR. CIRCUITAI

Guadagno in continua

Z_{in} , Z_{out}

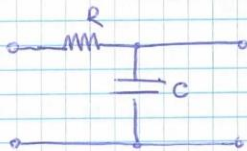
DEFINIZIONE MATEMATICA DI UN FILTRO PASSA BASSO DI ORDINE N

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n} \quad a_i \in \mathbb{R}^+$$

Esempio $\rightarrow (s+s_1)(s+s_2)\dots(s+s_m)$
 $s = -s_i$

Tutti i poli hanno $\text{Re} < 0 \rightarrow$ sono tutti poli stabili!

1 POLO



$$f_{dt} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad \text{con } s = j\omega$$

$$= \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_H}} \quad \text{con } \omega_H = \frac{1}{RC}$$

$$= \frac{1}{1 + j \frac{\phi}{\phi_H}} \quad \text{con } \phi_H = \frac{1}{2\pi RC}$$

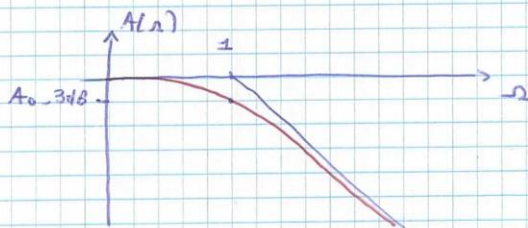
$$f_{dt} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_H}} \rightarrow \text{normalizziamo} \rightarrow f_{dt} = \frac{1}{1 + s}$$

$s = \frac{s}{\omega_H}$

$$f_{dt} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_H}} \rightarrow \omega = \frac{\omega}{\omega_H} \rightarrow f_{dt} = \frac{1}{1 + j\Omega}$$

\uparrow
puls. normalizzata

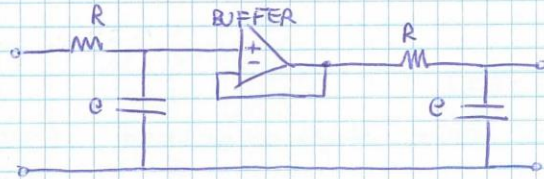
Ω_H : puls. norm di taglio $\rightarrow \Omega_H = 1$



$$\Omega_H: \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = |A(\Omega)|$$

Se ho una radice moltiplica?

$$A = \frac{1}{(1 + sWR)^m}$$



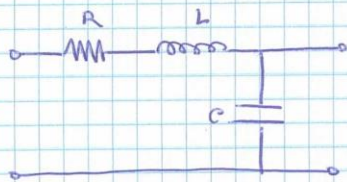
$$|A|^2 = \frac{1}{[1 + (\omega RC)^2]^m}$$

$$\omega_{H70\%} = \omega : \frac{1}{[1 + (\omega_{H70\%} RC)^2]^m} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow [1 + (\omega_{H70\%} RC)^2]^m = 2$$

$$\omega_{H70\%} = \frac{1}{RC} \cdot (\sqrt[m]{2} - 1)^{1/2} = \omega_H \sqrt{\frac{2}{m} - 1}$$

Se ho radici complesse e coniugate?



$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + s\omega L + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + \alpha s + \beta s^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \alpha s + \beta s^2}$$

$$s_{1/2} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2\beta}$$

05/04/2016

Filtro passa basso ordine n

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n} \quad a_i \in \mathbb{R}^+$$

I poli sono o:

- reali negative ($\gamma + \alpha s$)
- complesse coniugate a parte reale negativa ($\gamma + \alpha s + \beta s^2$)
 $\alpha, \beta > 0$

$$\frac{1}{1 + \alpha s + \beta s^2} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\beta} \rightarrow \frac{1}{1 + \alpha \omega_0 \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (\omega_0: \text{pulsazione naturale dei poli})$$

$$\alpha \omega_0 = \frac{1}{Q} = 2 \zeta, \quad Q \text{ fattore di qualità}$$

$$s_{1,2} = -\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$s_{1,2} \in \mathbb{R} \quad \text{se } \zeta \geq 1, \quad Q \leq \frac{1}{2}$$

$$s_{1,2} \in \mathbb{C} \quad \text{se } \zeta < 1, \quad Q > \frac{1}{2}$$

complesse
coniugate

$$A(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

$$|A(j\omega)|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \frac{1}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

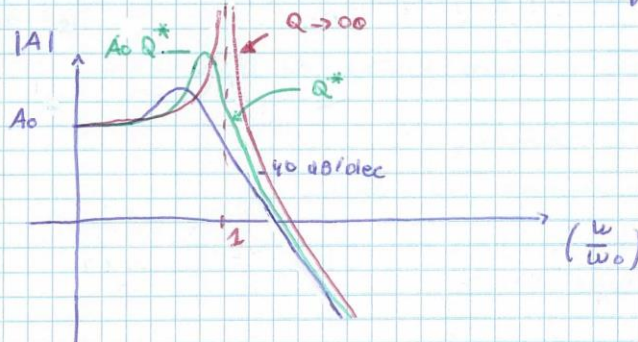
se denominatore derivare
in $x = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$ una parabolina
rimonta verso l'alto.

$$\frac{d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = -2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] + \frac{1}{Q^2} = 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2} \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \in \mathbb{R} \quad \text{sse} \quad \frac{1}{2Q^2} < 1 \quad \rightarrow \quad Q^2 > \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Quindi questa situazione si verifica per radici complesse coniugate in quanto $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}$.



Se $Q \uparrow \quad \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)_{\text{min}} \rightarrow 1$

$$|A(j\omega)|^2 \Big|_{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}} = \frac{A_0^2}{\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)\right]^2 + \frac{1}{Q^2} \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)}$$

$$= \frac{A_0^2}{\frac{1}{4Q^4} + \frac{1}{Q^2} - \frac{1}{2Q^4}} = \frac{A_0^2}{\frac{1}{Q^2} \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)} = \frac{A_0^2 Q^2}{1 - \frac{1}{4Q^2}} \approx A_0^2 Q^2$$

Se Q resistenza grande.

TIPI DI FILTRI PASSA BASSO

- Butterworth \rightarrow massima piattezza in banda passante.
- Chebyshev \rightarrow ammette ripple in Θ passante ma raggiunge -40 dB/dec con pendenza iniziale maggiore.
- Bessel \rightarrow ritardo di gruppo massimamente costante in Θ passante.

\rightarrow Ritardo di gruppo massimamente costante in Θ passante

$$\tau_{gr} = - \frac{d\phi}{d\omega}$$

BUTTERWORTH

$$|A(j\omega)|^2 = \frac{A_0^2}{1 + K_2 \omega^2 + K_4 \omega^4 + \dots + K_{2m} \omega^{2m}} \quad \omega: \text{puls. normalizzata}$$

↑
modulus quadrato di un filtro di ordine n

$\Rightarrow \omega < 1$ in banda.

$\omega < 1$ quando $\omega < \omega_H$.

BUTTERWORTH CONDITION:

$$\begin{cases} K_{2 \cdot i} = \phi & i = 1, m-1 \\ K_{2 \cdot m} \neq \phi \end{cases} \quad \text{max piatezza in B. passante.}$$

$$|A(j\omega)|^2 \Big|_{\text{Butterworth}} = \frac{A_0^2}{1 + K_{2m} \omega^{2m}}$$

Per $\omega = 1 \rightarrow K_{2m} = 1$.

$$\text{Oppure: } \begin{cases} K_{2 \cdot i} = \phi & i = 1, m-1 \\ K_{2 \cdot m} = 1 \end{cases}$$

$$K_{2 \cdot i} = j^i (a_1, a_2, \dots, a_m) \quad i = 1, \dots, m$$

Quindi posso determinare $\frac{1}{1 + a_1 s + \dots + a_m s^m}$ a partire dalla condizione di Butterworth.

Esempio:

$$\left| \frac{A(j\omega)}{A_0} \right|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2m}} \quad \text{Butterworth.}$$

Determinare m per avere un'attenuazione di 40 dB

Per $\Omega = 2$:

$$\left| \frac{A(j\omega)}{A_0} \right|^2_{\Omega=2} = \frac{1}{1 + 2^{2m}} \stackrel{\rightarrow -40 \text{ dB}}{\leq} 10^{-4}$$

$$1 + 2^{2m} \geq 10^4$$
$$2^{2m} \geq 10^4 - 1$$

$$\rightarrow 2m \log_{10} 2 \geq \log(10^4 - 1) \approx 4$$

$$m \geq \frac{4}{2 \cdot 0.3} = 6.7$$

$$m_{\min} = 7.$$

CHEBISEV

$$\left| A(j\Omega) \right|^2 = \frac{k A_0^2}{1 + \epsilon^2 C_m^2(x)}$$

$x = \frac{\omega}{\omega_c}$, ω_c : pulsazione per cui sono data banda di
Ripple

\rightarrow è un polinomio oscillante

$C_m(x)$: polinomi di Chebyshev di ordine m

$$C_m(x) = \begin{cases} \cos(m \cos^{-1}(x)) & x \leq 1 \quad (-1 \leq x \leq 1) \\ \cosh(m \cosh^{-1}(x)) & x > 1 \end{cases}$$

$$x = \cos \alpha \rightarrow C_m(x) = \cos(m \alpha) \quad \text{se } x \leq 1$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

$$C_1(x) = x$$

$$C_2(x) = \cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1 = 2x^2 - 1$$

$$C_3(x) = 4x^3 - 3x$$

Se n è dispari manca il termine noto

Se n è pari il termine noto è -1 .

K : fattore di normalizzazione

$$X=0 \rightarrow |A(0, \epsilon)^2| = A_0^2$$

$$n \text{ dispari} \rightarrow K = 1$$

$$n \text{ pari} \rightarrow K = (1 + \epsilon^2)$$

Numero costante di RIPPLE:

$$\frac{|A(\omega)|_{\max}^2}{|A(\omega)|_{\min}^2}$$

$$n \text{ dispari} : \begin{aligned} |A|^2_{\max} &= A_0^2 & \text{in quanto } C_n(-1) &= 1 \\ |A|^2_{\min} &= \frac{A_0^2}{1 + \epsilon^2} & C_n(0) &= 0 \end{aligned}$$

$$n \text{ pari} : \begin{aligned} |A|^2_{\max} &= A_0^2 (1 + \epsilon^2) \\ |A|^2_{\min} &= A_0^2 \end{aligned}$$

$$\frac{|A^2|_{\max}}{|A^2|_{\min}} = 1 + \epsilon^2 \quad \forall n$$

$$\gamma: \text{RIPPLE} = 20 \log_{10} \sqrt{1 + \epsilon^2}$$

BESSELI

Ritardo di gruppo costante in forma

$$A(s) = \frac{1}{1+as+bs^2} \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{1+a\sqrt{\omega} - b\omega^2}$$

$$\phi = -\arctg \left(\frac{a\omega}{1-b\omega^2} \right)$$

$$\omega = \frac{\omega_H}{\omega_H}$$

$$\tau_{gr} = -\frac{d\phi}{d\omega}$$

$$\tau_{gr} = \frac{\tau_{gr}}{\tau_H} \quad \frac{1}{\tau_H} = f_H = \frac{\omega_H}{2\pi}$$

$$= -\frac{d\phi}{d\omega} \cdot \frac{\omega_H}{2\pi} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{d\omega}$$

ritardo di gruppo normalizzato.

$$\tau_{gr} = +\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{a\omega}{1-b\omega^2}\right)^2} \cdot \frac{a(1-b\omega^2) - a\omega(-2b\omega)}{(1-b\omega^2)^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{a(1+b\omega^2)}{(1-b\omega^2)^2 + a^2\omega^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{a(1+b\omega^2)}{1 + (a^2 - 2b)\omega^2 + b^2\omega^4}$$

$b^2\omega^4$ è il termine che varia meno, con $\omega < 1$.

$$\tau_{gr} \approx \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{a(1+b\omega^2)}{1 + (a^2 - 2b)\omega^2} \quad \text{che è una costante}$$

$$\rightarrow 1 + b\omega^2 = 1 + (a^2 - 2b)\omega^2$$

$$\Rightarrow b = a^2 - 2b \quad (1)$$

$$|A(j\omega)|^2 = \frac{1}{(1-b\omega^2)^2 + a^2\omega^2} \Big|_{\omega=1} = \frac{1}{2}$$

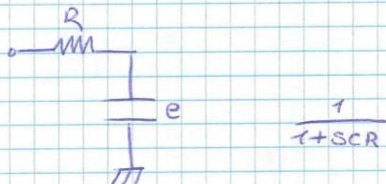
$$\Rightarrow (1-b)^2 + a^2 = 2 \quad (2)$$

07/04/2016

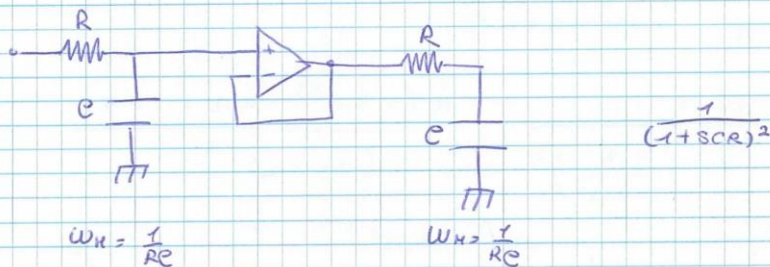
Costituzione Circuitale di un Filtro

Le celle che lo compongono sono sempre del primo o secondo ordine

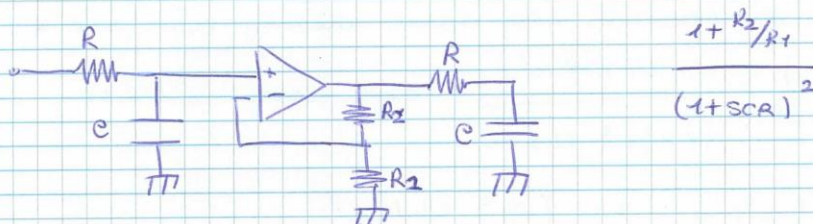
I° ORDINE FILTRO PASSIVO



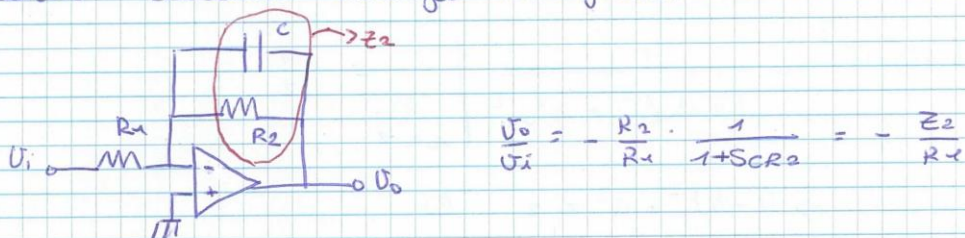
Filtro Sottosmorimento Bode di Ordine 2.



Imserendo il guadagno:



Con questo circuito ottengo un filtro attivo del I° ordine:



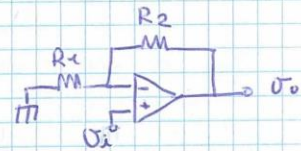
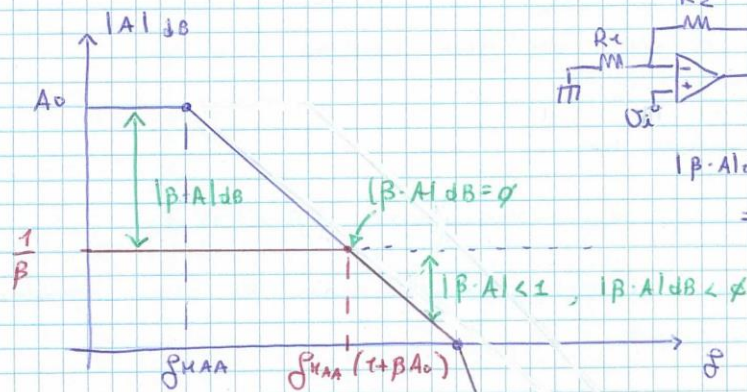
Per un A.O. reattivo

$$f.d.t. = \frac{1}{B} \cdot \frac{BA}{1+BA} \quad \text{per non inv.} \quad f.d.t. = \frac{U_o}{U_i}$$

Se $\beta \cdot A \gg 1$, ovvero vale c.c.r.

$$\rightarrow f.d.t. = \frac{1}{B}$$

Quindi $f.d.t. = \frac{1}{B}$ se $\beta \cdot A \gg 1$ ovvero se vale c.c.r.



$$\begin{aligned} |\beta \cdot A|_{dB} - |\beta|_{dB} + |A|_{dB} \\ = |A|_{dB} - \left| \frac{1}{\beta} \right|_{dB} \end{aligned}$$

Con retroazione riduco le guadagni per aumentare la banda passante.

per un immediato:

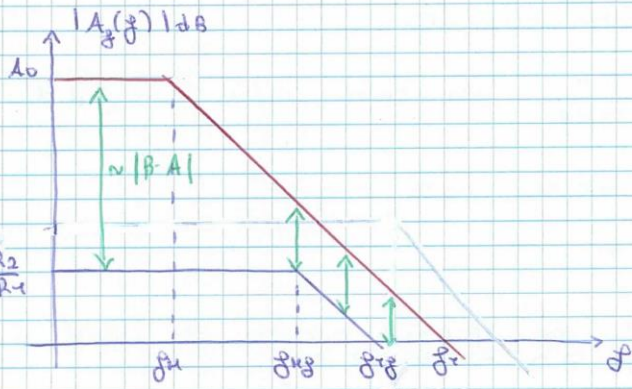
$$f.d.t. = \frac{1}{1 - \frac{1}{\beta}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \cdot A}{1 + \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \cdot A}$$

Quindi tornando al stato stazionario $\omega = 0$ R.D.I.C.E

$$\frac{U_o}{U_i} = - \frac{R_2}{R_1} \quad \text{valido se } \beta \cdot A \gg 1 \rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A \gg 1$$

$$\frac{U_o}{U_i} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_{HA}}} \quad \text{con } f_{HA} = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

\uparrow
 $A_g(f)$



$f_{Tg} \ll f_r$ per f_{Hc} molto e c.c. v.
 ↑
 fattore 100

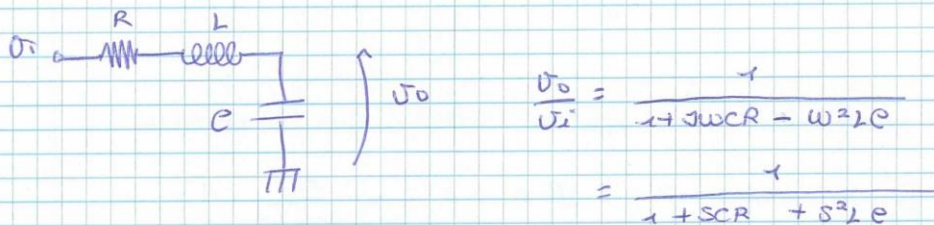
in questo caso si deve ricordare $|B \cdot A| \gg 1$.

Nei casi di fase parallela di discesa si deve essere sempre
 $|B \cdot A|_{dB} \approx 40 \text{ dB}$

$$f_{Tg} = f_{Hc} \cdot A \ll f_r$$

N.B.: FILTRO SMOZZAMENTO CRITICO: Ha tutti i poli reali e coincidenti.

FILTRO II° ORDINE PASSIVO



normalizzando rispetto ad ω_H :

$$\frac{V_0}{V_i} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_H} \underbrace{\omega_H CR}_a - \underbrace{\frac{\omega^2}{\omega_H^2} \omega_H^2 LC}_b}$$

$$\frac{V_0}{V_i} = \frac{1}{1 + as + bs^2}$$

$$L = \frac{b}{\omega_k^2 \cdot e}$$

Siccome $C \approx \mu\text{F}$

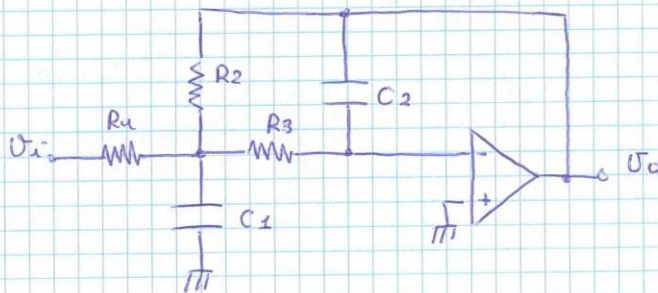
Supponiamo $b = 1$

Se $f_H = 10 \text{ Hz}$

$\rightarrow L = 10 \div 10^2 \text{ H}$ valore troppo grande!

FILTRO 4° ORDINE ATTIVO

CELLA MFB (MULTIPLE FEEDBACK)



Suppongo volendo c.c.n.v.

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \alpha_{MFB} s + \beta_{MFB} s^2}$$

$$\alpha_{MFB} = f_1(R_1, R_2, R_3, C_1, C_2)$$

$$\beta_{MFB} = f_2(R_1, R_2, R_3, C_1, C_2)$$

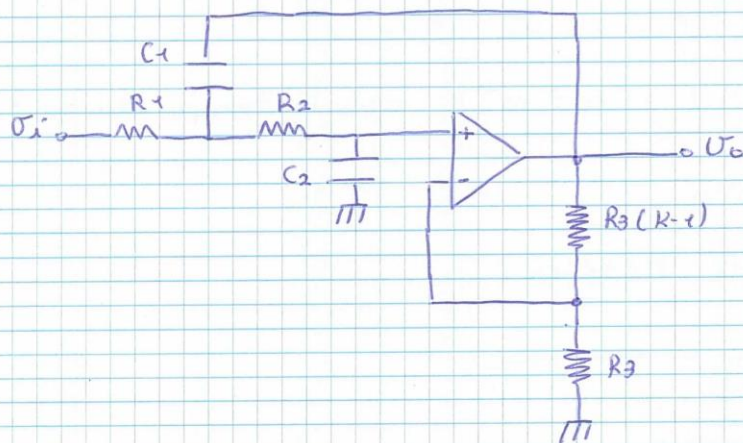
Magari volerò una cosa di questo genere

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{A_0}{1 + \alpha s + \beta s^2}$$

Qui A_0 è incognita ed A_0 a disposizione
5 parametri

\rightarrow fissa C_1 e C_2 e fissa R_1, R_2, R_3 .

CELLA SL (SOLLEN KEY)



$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{K}{1 + \alpha_{SK} s + \beta_{SK} s^2}$$

$$A_o = K$$

$$\alpha_{SK} = f_3(R_1, R_2, C_1, C_2)$$

$$\beta_{SK} = f_4(R_1, R_2, C_1, C_2)$$

→ fissato C_1 e C_2 e scelto R_1 e R_2 .

Vogliamo che Q, ω_0 siano poco sensibili a variazioni di R_1 e C_1

$$S_{R_1}^Q = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta R_1}{R_2}} < \pm 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{R_1, C_1}^Q < \pm 1 \\ S_{R_1, C_1}^{\omega_0} < \pm 1 \end{array} \right.$$

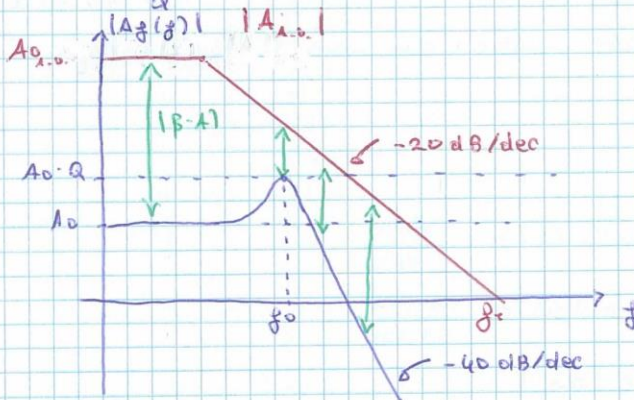
Sia per celle VFB che SL.

Queste celle rispettano questi parametri.

Considerazioni su A.O. per celle I° ORDINE ATTIVE

$$A_f = \frac{A_0}{1 + \frac{1}{Q}s + s^2}$$

$$A_{A.O.} = \frac{A_{A.O.}}{1 + s - \frac{\beta}{f_H}}$$



$$A_f \approx \frac{1}{\beta} \quad \text{se } |\beta A| \gg 1$$

Il punto cut-off è $f = f_0$

$$|A_{A.O.}(f_0)| \gg A_0 \cdot Q \quad \text{⊗}$$

↑
guadagno 100

f_T : frequenza di transizione

e armonismo di

GBW: Prodotto guadagno e larghezza di banda

$$f_T = \text{GBW} = A_0 \cdot f_H$$

Per $f > f_H$

$$|A_{A.O.}| = \frac{A_{O.L.}}{\frac{f}{f_H}} \rightarrow |A_{A.O.}(f)| \cdot f = \underbrace{A_0 \cdot A_0 \cdot f_H}_{\text{GBW}}$$

$$\text{⊗ } |A_{A.O.}(f_0)| = \frac{\text{GBW}}{f_0}$$

$$\rightarrow \text{GBW} \geq 100 \cdot A_0 \cdot Q \cdot f_0$$

nel caso di ceeea s.l. con $k > 1$

$$\rightarrow GBW \hat{=} 100 \cdot A_0^2 \cdot f \cdot Q^3$$

12/04/2016

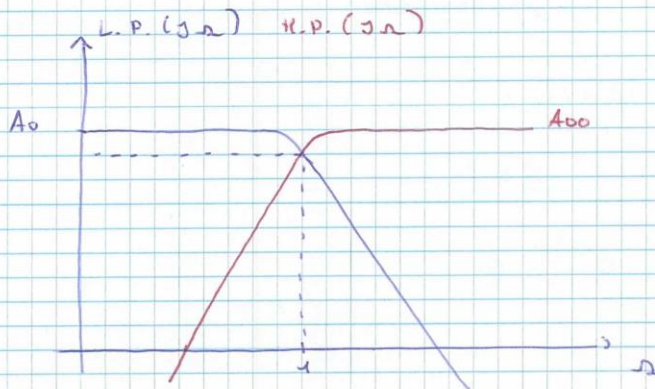
Riconvertire un filtro passa basso da un passa basso

$$LP \rightarrow HP$$

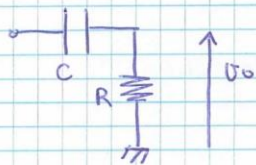
$$s \rightarrow \frac{1}{s}$$

$$L.P.(s) = \frac{A_0}{1+s} \rightarrow H.P.(s) = \frac{A_0 \cdot s}{1+s}$$

$$H.P.(j\omega) = \frac{A_0 \cdot j\omega}{1+j\omega}$$

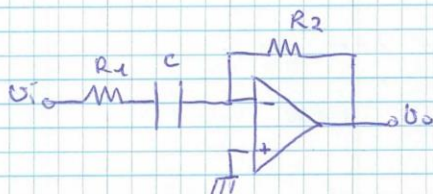


H.P. del 1° ordine passivo



$$H.P.(s) = \frac{sCR}{1+sCR}$$

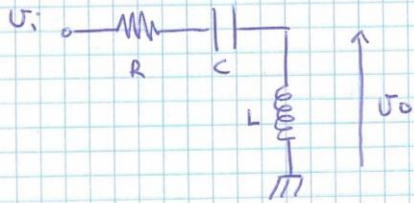
H.P. del 1° ordine attivo



$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = - \frac{j\omega C R_2}{1 + j\omega C R_1}$$

H.P. Secondo ordine passivo

$$L.P.(s) = \frac{1}{1+as+bs^2} \rightarrow H.P.(s) = \frac{1}{1+\frac{a}{s}+\frac{b}{s^2}} = \frac{s^2}{s^2+as+b}$$



$$H.P.(s) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{-\omega^2 LC}{1 + j\omega CR - \omega^2 LC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\rightarrow H.P.(s) = \frac{\left(-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{CR}{\sqrt{LC}}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$\hookrightarrow \alpha$

$$Q = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

H.P. Secondo ordine attivo

\rightarrow scambio C con R magari schermi esclusi.

Ricono un filtro passa banda da un passa basso

LP \rightarrow BP

$$s \rightarrow \frac{1}{\Delta\Omega} \left(s + \frac{1}{s}\right), \quad \Delta\Omega = \Omega_{MAX} - \Omega_{MIN}$$

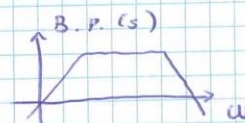
$$\Omega_{MAX} = \frac{1}{\Delta\Omega}$$

$$L.P.(s) = \frac{A_0}{1+s}$$

$$B.P.(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{1}{\Delta\Omega} \left(s + \frac{1}{s}\right)} = \frac{A_0 s \Delta\Omega}{s \Delta\Omega + s^2 + 1}$$

$$Q = \frac{1}{\Delta\Omega}$$

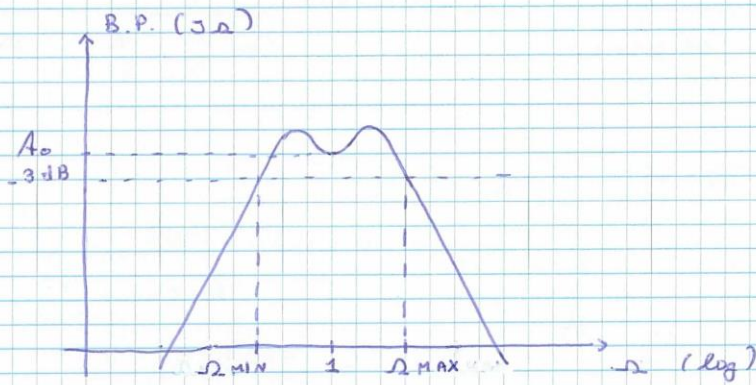
zero in origine e poi due poli \rightarrow



$s \rightarrow \omega$

con $\omega = \frac{\omega}{\omega_r}$

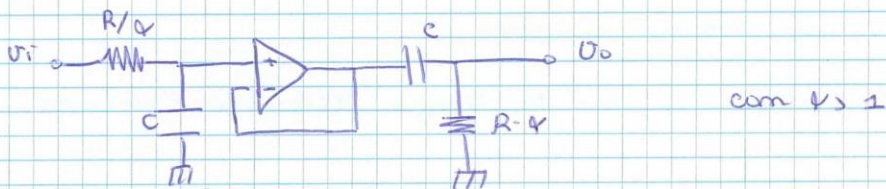
ω_r : ω centro banda



$$|A|^2 = \frac{A_0^2 \omega^2 \Delta^2 \omega}{(1 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Delta^2 \omega^2} \quad \text{se } \omega = 1 \rightarrow |A| = A_0$$

N.B.: Non esiste un filtro B.P. del 1° ordine.

B.P. con cascata di L.P. e H.P.



con $Q > 1$

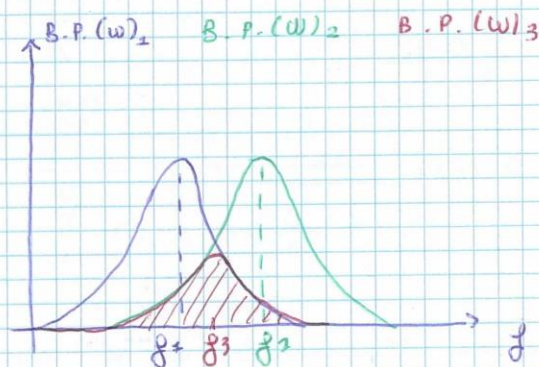
$$B.P.(s) = \frac{1}{1 + \frac{SCR}{Q}} \cdot \frac{SCRQ}{1 + SCRQ} = \frac{SCRQ}{1 + SCR(Q + \frac{1}{Q}) + S^2 C^2 R^2}$$

$$\omega_r = \frac{1}{CR}$$

$$B.P.(s^r) \quad \text{con } s^r = \frac{s}{\omega_r}$$

$$B.P.(s^r) = \frac{s^r Q}{1 + s^r \left(\frac{Q^2 + 1}{Q} \right) + s^{2r}}$$

Se raggio un filtro BP a banda stretta caso due B.P.



• è il filtro a banda stretta BP desiderato.

Per un B.P.

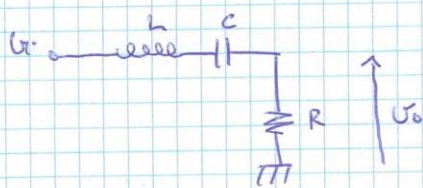
$$Q = \frac{1}{\Delta\omega} = \frac{\omega_r}{\Delta\omega}$$

con $\Delta\omega = 1$

in quanto $\omega = \frac{\omega}{\omega_n}$

e se $\omega = \omega_r \rightarrow \omega = 1$.

Filtro BP del secondo ordine passivo



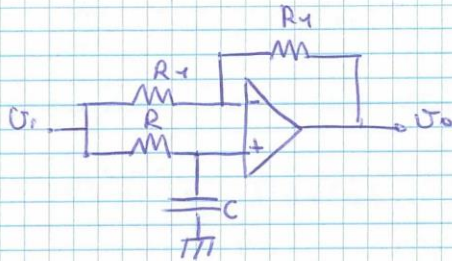
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR - \omega^2 LC}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Filtro AP di ordine 1

$$A.P.(s) = \frac{1-sR}{1+sR}$$

Rappresentazione attiva



Mod p.s.e + c.c.n e ricorrono:

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{1-j\omega CR}{1+j\omega CR}$$

Funzione generale di un filtro di un ordine 2:

$$\frac{d + es + fs^2}{a + bs + cs^2}$$

$$\rightarrow e=f=\phi \quad LP$$

$$\rightarrow d=e=\phi \quad KP$$

$$\rightarrow d=f=\phi \quad BP$$

$$\rightarrow e=\phi, f=d \quad BR$$

$$\rightarrow a=d, c=f, b=-e \quad AP$$

$$KP(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{a}{s} + \frac{b}{s^2}}$$

$$U_{OKP} \left(1 + \frac{a}{s} + \frac{b}{s^2} \right) = A_0 U_i$$

$$U_{OKP} = A_0 U_i - \frac{a}{s} U_{OKP} - \frac{b}{s^2} U_{OKP}$$

