

ELETTRONICA DELLE TELECOMUNICAZIONI

[Fotocopie di Appunti PARTE 2]

A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

PROFESSORE: Bruno Neri (<http://www.iet.unipi.it/b.neri/>)

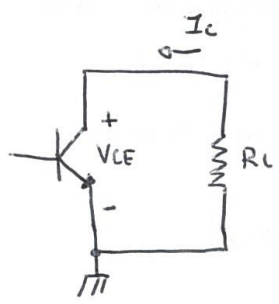
LINK AL CORSO ANNO 2016/2017: <http://www.iet.unipi.it/b.neri/>

FREQUENTAZIONE: Consigliata.

La massima di prestazione massima si verifica in ...
 La retta di carico statico è verticale e, in continua,
 $V_{CEQ} = V_{CC}$.

I_{BQ} fissa (V_{CEQ}, I_{CQ}) ovvero al p.to di riposo.

Il p.to istantaneo di funzionamento si muove su
 di una retta con pendenza $-1/R_L$:



$$v_{ce}(t) = -R_L \cdot i_c(t) \rightarrow \Delta V_{CE} = -R_L \cdot \Delta I_c$$

$$V_{CE}(t) = V_{CEQ} + v_{ce}(t)$$

$$i_c(t) = I_{CQ} + i_c(t)$$

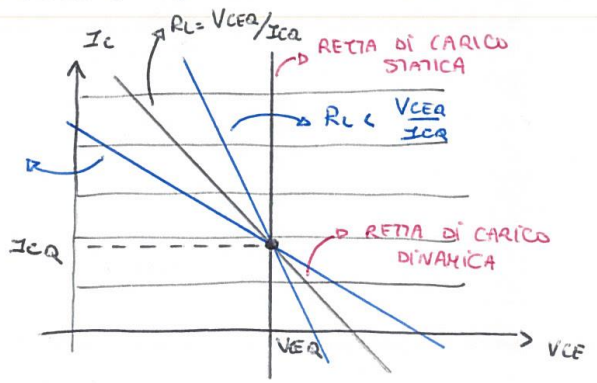
La posizione del punto di riposo una variazione $v_{ce}(t)$
 determina una variazione $i_c(t)$ che fa muovere
 il p.to istantaneo di lavoro sulla retta di carico.
 L'oscillazione $v_{ce}(t)_{MAX}$ e $i_c(t)_{MAX}$ dipendono da R_L

Trascurando V_{CESAT} , $R_L : P_L = P_{LMAX} \Rightarrow R_L = V_{CEQ} / I_{CQ}$.

$$\eta = \frac{P_U}{P_E}$$

P_U : Potenza utile sul carico
 ovvero potenza relativa
 alla prima armonica
 di trasmissione

$$R_L > \frac{V_{CEQ}}{I_{CQ}}$$



$$R_L = \frac{V_{CEQ}}{I_{CQ}} \Rightarrow P_L = P_{LMAX}$$

$$P_U = \frac{V_{CEQ}^2}{2R_L} \rightarrow P_U = \frac{V_{CC}^2}{2R_L}$$

$$P_U \Big|_{R_L = \frac{V_{CEQ}}{I_{CQ}}} = \frac{V_{CEQ} I_{CQ}}{2}$$

Trascuriamo la potenza dissipata in base e nella resistenza di polarizzazione della base:

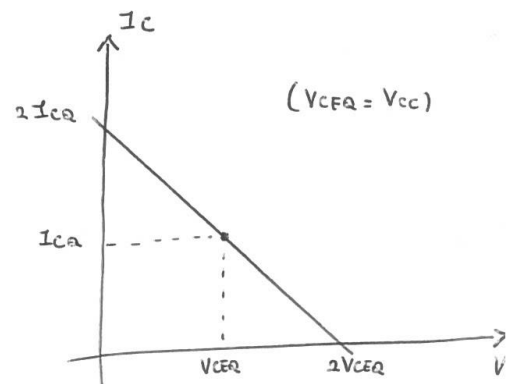
$$P_E = V_{CEQ} \cdot I_{CQ} = V_{CC} \cdot I_{CQ}$$

$$\eta = \frac{P_U}{P_E} = \frac{V_{CC}^2}{2R_L} \cdot \frac{1}{V_{CC} I_{CQ}} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Il valore cercato è $\eta = \eta_{MAX}$ che si ottiene solo in presenza di un segnale ad ampiezza ampia da causare la massima escursione di V_{CE} e I_C .

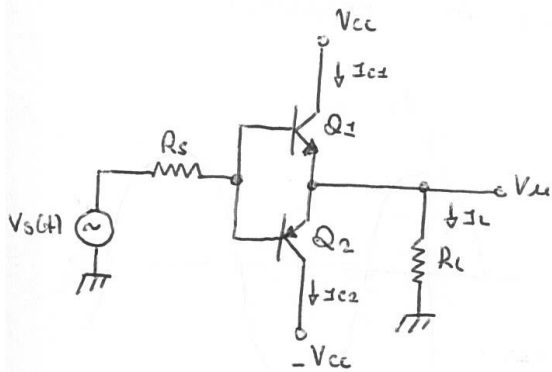
Se l'ampiezza del segnale è minore $\eta < \eta_{MAX}$.

$$\theta_{\mu} = \frac{P_{\mu}}{V_{CEMAX} \cdot I_{CMAX}} = \frac{V_{CC}^2}{2R_L} \cdot \frac{1}{2V_{CC} \cdot 2I_{CQ}} = \frac{1}{8} = 0,125 \dots$$



AMPLIFICATORE IN CLASSE B

Amplificatore Push-Pull con transistor complementari:



Ipotesi:

- $V_{\gamma} = \phi$
- NPN e PNP con caratteristiche simmetriche

1) due transistori non potranno mai condurre contemporaneamente.

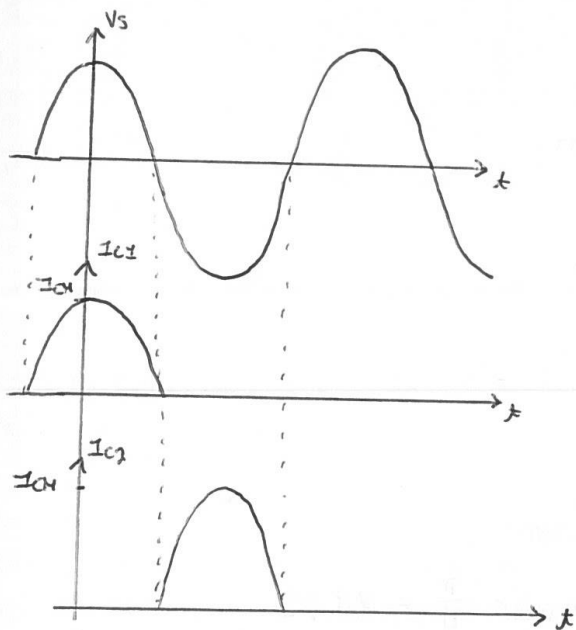
Situazione di Riposo: $V_s = \phi$

Q_1 e Q_2 sono interdetti.

1) punti di riposo saranno:

$$\begin{cases} V_{CE1} = V_{CC} \\ I_C = \phi \end{cases} \quad \begin{cases} V_{CE2} = -V_{CC} \\ I_{CE2} = \phi \end{cases}$$

Supponiamo $V_s = V_{SM} \cdot \cos(\omega t)$



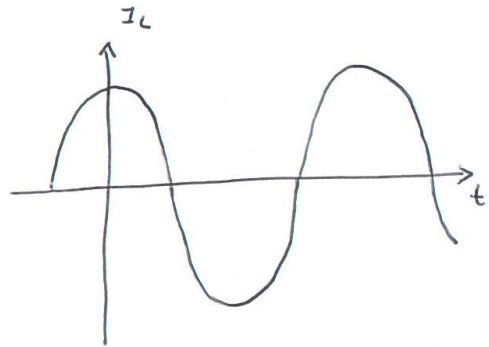
mecc semiperiodo positivo:

Q1 ON, Q2 OFF

Q1 funziona in modalità amplificatore di emettitore e $\beta R_L (h_{fe} + 1) \gg h_{ie} + R_S$ risultata:

$$V_u \approx V_s$$

$$I_L = I_{c1}$$



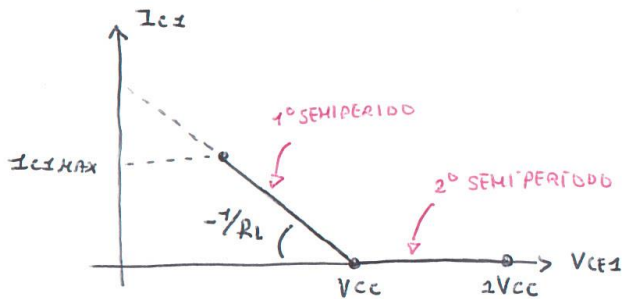
mecc semiperiodo negativo:

Q1 OFF, Q2 ON

$$V_u \approx V_s$$

$$I_L = -I_{c1}$$

Massimo del p.to istantaneo di carico:



$$\eta = \frac{P_u}{P_E}$$

Supponiamo trascurabile V_{CEsat} .

$$P_u = \frac{I_{c1}^2}{2} R_L$$

$$I_{c1} = \frac{V_{cc}}{R_L} = I_{c1MAX}$$

$$P_E = V_{cc} \cdot \frac{I_{c1}}{\pi} \cdot 2$$

DOPPIA BATTERIA
VALOR MEDIO DELLA SINUSOIDE
RADDRIZZATA A SINGOLA SEMIONDA

$$\eta = \frac{I_{c1}^2}{2} R_L \cdot \frac{\pi}{V_{cc} I_{c1} \cdot 2} = \frac{I_{c1} R_L \pi}{4 V_{cc}} \rightarrow \eta_{MAX} = \frac{\pi}{4} = 78\%$$

$$\Theta_M = \frac{P_M}{V_{CEMAX} \cdot I_{CHMAX}}$$

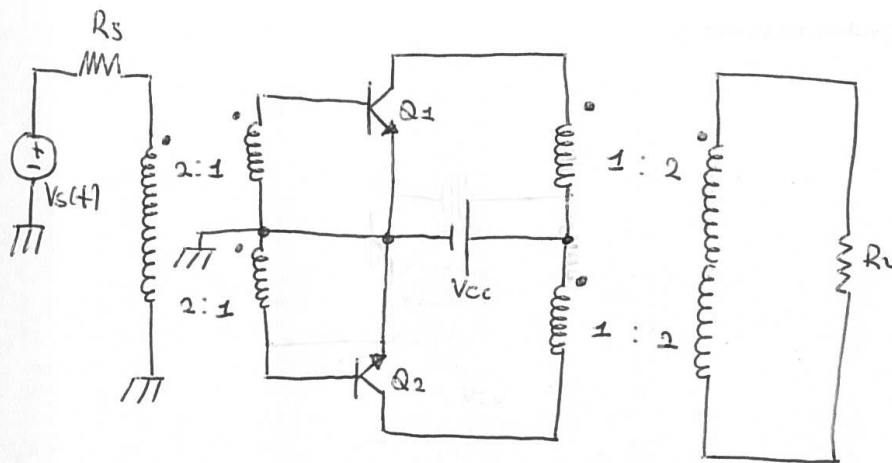
$$V_{CEMAX} = 2V_{CC}$$

$$I_{CHMAX} = V_{CC}/R_L$$

$$\rightarrow \Theta_M = \frac{V_{CC}^2}{2R_L} \cdot \frac{R_L}{2V_{CC}V_{CC}} = 1/4 = 0,25$$

Amplificatore Push-Pull con transistori complementari:

Utilizzo due BJT n-pn.



A riposo:

Q_1 e Q_2 si trovano una V_{CE} pari a V_{CC} .

$$V_{CE1} = V_{CC}$$

$$V_{CE2} = V_{CC}$$

Q_1 e Q_2 risultano inoltre essere interdetti.

Trascuriamo V_f dei due BJT.

Durante la semionda positiva:

$$V_{B1} > \phi \rightarrow Q_1 \text{ ON}$$

$$V_{B2} < \phi \rightarrow Q_2 \text{ OFF}$$

Durante la semionda negativa:

$$V_{B1} < \phi \rightarrow Q_1 \text{ OFF}$$

$$V_{B2} > \phi \rightarrow Q_2 \text{ ON}$$

$$P_u = \frac{V_{cc}^2}{2R_L''}$$

R_L'' : R_L riportata al secondario

$$P_E = V_{cc} \cdot \overline{I_C} = V_{cc} \cdot 2 \cdot \frac{V_{cc}}{\pi R_L''}$$

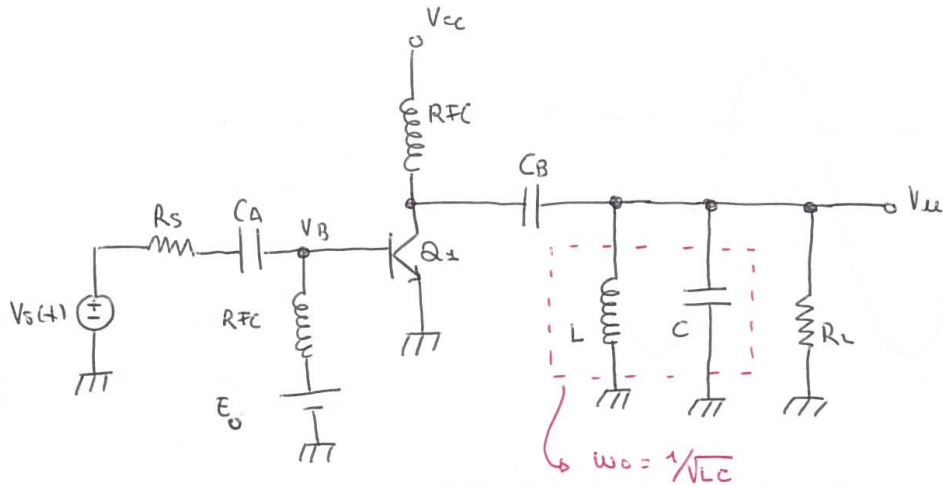
$\rightarrow I_C$ RADDAZZATA A DOPPIA SEZIONDA

$$\eta = \frac{P_u}{P_E} = \frac{V_{cc}^2}{2R_L''} \cdot \frac{\pi R_L''}{V_{cc}^2 \cdot 2} = \frac{\pi}{4}$$

Vantaggi:

- Assenza di BJT pnp;
- Singola alimentazione;

AMPLIFICATORE IN CLASSE C



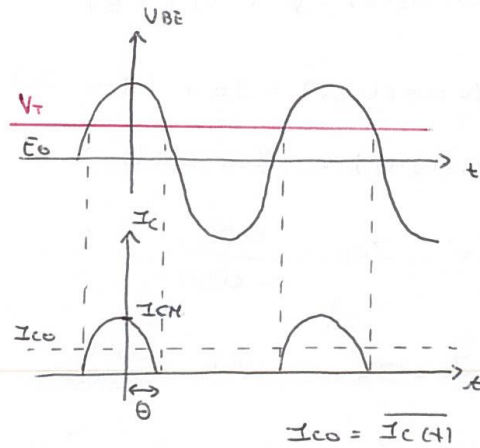
Supponiamo $C_A \rightarrow \infty$, e caduta su R_S trascurabile:

$$V_B = E_0 + V_S(t)$$

$$V_S = V_{SH} \cdot \cos(\omega_0 t)$$

analisi

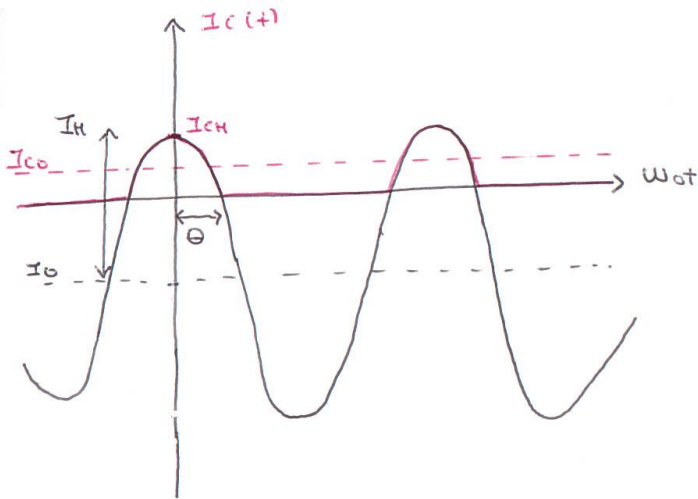
- $V_T > E_0 + V_{SH} \Rightarrow Q1 \text{ OFF}$
- $E_0 + V_{SH} > V_T > E_0 \Rightarrow \text{CLASSE C}$
- $E_0 = V_T \Rightarrow \text{CLASSE B}$
- $E_0 > V_T > E_0 - V_{SH} \Rightarrow \text{CLASSE AB}$
- $E_0 - V_{SH} > V_T \Rightarrow \text{CLASSE A}$



Prendiamo come riferimento il funzionamento in classe c.

$$I_c = \begin{cases} g_m (V_{BE} - V_T) & V_{BE} > V_T \\ \emptyset & V_{BE} \leq V_T \end{cases}$$

$$I_c = \begin{cases} I_0 + I_m \cos(\omega_0 t) & |\omega_0 t| < \theta \\ \emptyset & \text{altrove} \end{cases}$$



Esprimiamo $I_c(t)$ in funzione di θ ed I_{cH} :

$$I_0 + I_H = I_{cH} \quad (\omega t = \phi) \quad \rightarrow \quad I_H = I_{cH} - I_0$$

$$I_0 + I_H \cos(\theta) = \phi \quad (\omega t = \theta)$$

$$I_0 + I_H \cos(\theta) = I_0 + (I_{cH} - I_0) \cos(\theta) = \phi$$

$$I_0 (1 - \cos \theta) = - I_{cH} \cos \theta$$

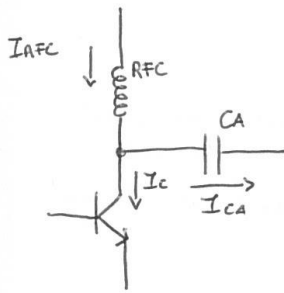
$$\rightarrow I_0 = - I_{cH} \cdot \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$I_{cH} = I_0 + I_H = - I_{cH} \cdot \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} + I_H$$

$$\rightarrow I_H = I_{cH} \left(1 + \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = \frac{I_{cH}}{1 - \cos \theta}$$

$$I_c = I_0 + I_H \cos(\omega t) = - I_{cH} \cdot \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{I_{cH}}{1 - \cos \theta} \cos(\omega t)$$

$$I_c(t) = \begin{cases} \frac{I_{cH}}{1 - \cos \theta} \cdot [\cos(\omega t) - \cos \theta] & |\omega t| < \theta \\ \phi & \text{altrove.} \end{cases}$$



Dal bilancio nel nodo del collettore si ottiene:

$$I_{RFC} - I_C - I_{CA} = 0$$

$$I_{CA} = I_{RFC} - I_C$$

R_{FC} è un blocco per le radiofrequenze, quindi è attraversata solo dalla componente continua I_{C0} . La componente continua di I_{CA} sarà dunque nulla.

$$I_{RFC} = I_{C0} = \overline{I_C(t)}$$

I_C è periodica e quindi si sviluppa in serie di Fourier con un termine continuo I_{C0} più tutte le sue armoniche.

$$I_C = I_{C0} + i_C(t)$$

$$I_{RFC} = I_{C0} \Rightarrow I_{CA} = I_{RFC} - I_C = -i_C(t)$$

La corrente che scorre nel condensatore CA è l'opposto della componente variabile della corrente di collettore.

Per il gruppo LC:

$$\omega_{0L} = \frac{1}{\omega_{0C}} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

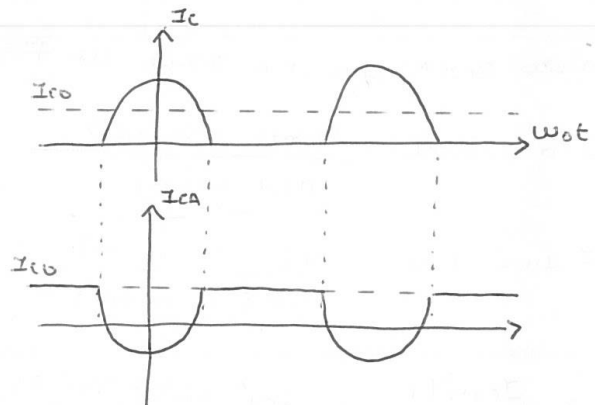
La prima armonica di I_{CA} cade tutta nel carico R_L .

Le armoniche successive si ripartiscono nei tre rami in

rapporto inverso al modulo dell'impedenza di ciascun ramo.

$$\text{Per la terza armonica} \Rightarrow 3\omega_{0L} = 3 \cdot \frac{1}{3\omega_{0C}}$$

La corrente in C è nove volte maggiore di quella in L.



$$Q = \frac{R_L}{\frac{1}{\omega_0 C}} = \omega_0 C R_L = 10.$$

$R_L \gg \frac{1}{\omega_0 C}$, perciò per tutte le armoniche superiori alla prima si può trascurare nel parallelo con C , l'effetto di R_L .

Non meno che n , numero di armonica, aumenta questo effetto è più accentuato,

l'ampiezza della armonica con $n > 1$ è quasi trascurabile e si può concludere che la tensione sul carico è quasi sinusoidale.

L'effetto del gruppo $R_L C$ è ottenere una corrente sinusoidale da una pila: $V_{UH} = I_{cH} \cdot R_L$.

$$\eta = \frac{P_U}{P_E}$$

$$P_E = V_{CC} \cdot I_{C0}$$

$$P_U = \frac{V_{UH}^2}{2R_L} = \frac{(I_{cH} R_L)^2}{2R_L} = \frac{I_{cH}^2 R_L}{2}$$

Dallo sviluppo in serie di Fourier risulta:

$$I_{C0} = I_{cH} \cdot \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

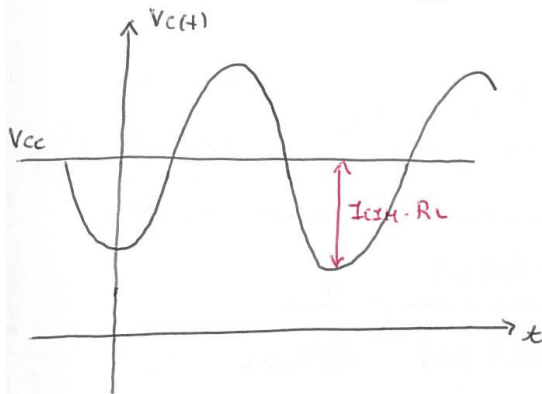
$$I_{cH} = I_{cH} \cdot \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi(1 - \cos \theta)}$$

$$\eta = \frac{I_{cH}^2 R_L}{2V_{CC} \cdot I_{C0}} = I_{cH}^2 \frac{[2\theta - \sin(2\theta)]^2}{[2\pi(1 - \cos \theta)]^2} \cdot \frac{R_L}{2V_{CC}} \cdot \frac{\pi(1 - \cos \theta)}{I_{cH}(\sin \theta - \theta \cos \theta)}$$

$$= \frac{I_{cH} [2\theta - \sin(2\theta)]^2 R_L}{8\pi V_{CC} (1 - \cos \theta) (\sin \theta - \theta \cos \theta)}$$

Il procedimento descritto è valido per il funzionamento in classe C ed in particolare è applicabile a ciò che è noto con il BJT lavora in zona FAR/INTERO.

Risulta che I_{cH} è limitato dalla saturazione del componente attivo



Per evitare la saturazione è necessario che:

$$I_{cH} R_L < V_{cc}$$

$$I_{cH_{MAX}} = I_{cH_{MAX}} \cdot \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi(1 - \cos\theta)} = \frac{V_{cc}}{R_L}$$

$$I_{cH_{MAX}} = \frac{V_{cc}}{R_L} \cdot \frac{2\pi(1 - \cos\theta)}{2\theta - \sin(2\theta)}$$

$$\eta_{MAX} = \frac{V_{cc}}{R_L} \cdot \frac{2\pi(1 - \cos\theta)}{2\theta - \sin(2\theta)} \cdot \frac{[2\theta - \sin(2\theta)]^2 R_L}{4\pi V_{cc} (1 - \cos\theta) (\sin\theta - \theta \cos\theta)}$$

$$= \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{4(\sin\theta - \theta \cos\theta)}$$

Per il funzionamento in classe A risulta: $\left\{ \begin{array}{l} \theta = \pi \\ \eta_{MAX} = 0,5 \end{array} \right.$

" " " " " B " : $\left\{ \begin{array}{l} \theta = \pi/2 \\ \eta_{MAX} = \pi/4 \end{array} \right.$

La differenza del Push Pull che risulta essere una soluzione a larga banda, questa soluzione in classe B una soluzione a banda stretta in prossimità di ω_0 .

$$\theta_{\mu} = \frac{P_{\mu}}{I_{CH_{MAX}} \cdot V_{CE_{MAX}}}$$

$$I_{CH_{MAX}} = I_{CH}$$

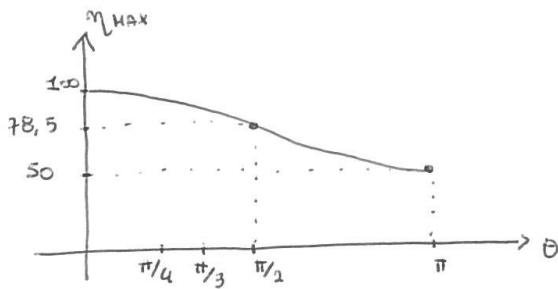
$$V_{CE_{MAX}} = 2V_{CC}$$

$$\rightarrow \theta_{\mu_{MAX}} = \frac{I_{CH}^2 \cdot R_L}{2 I_{CH_{MAX}} \cdot 2V_{CC}} =$$

$$= \frac{I_{CH_{MAX}}^2 [2\theta - \sin(2\theta)]^2}{[2\pi(1 - \cos\theta)]^2} \cdot \frac{R_L}{4V_{CC}} \cdot \frac{1}{I_{CH_{MAX}}} =$$

$$= \frac{I_{CH_{MAX}} [2\theta - \sin(2\theta)]^2}{[2\pi(1 - \cos\theta)]^2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi(1 - \cos\theta)}{2\theta - \sin(2\theta)} \cdot \frac{1}{I_{CH_{MAX}}}$$

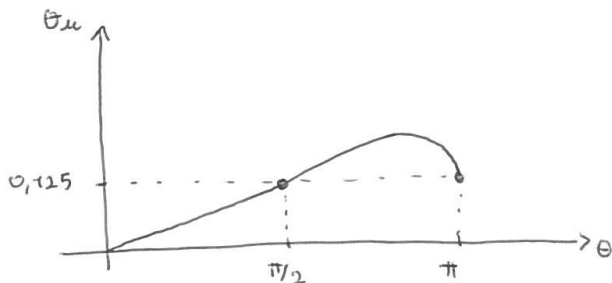
$$= \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{8\pi(1 - \cos\theta)}$$



$$\theta \rightarrow \phi \Rightarrow \eta_{MAX} \rightarrow 1$$

$$\theta \rightarrow \phi \Rightarrow \theta_{\mu} \rightarrow \phi$$

$$\text{otherwise } V_{CE_{MAX}} \cdot I_{CH_{MAX}} \rightarrow \infty.$$



Per $\theta \rightarrow \phi$ il transistoro è chiamato a supportare tensioni e/o correnti che tendono ad ∞ .

È chiaramente necessario utilizzare valori di θ significativamente $> \phi$.

questo stato di cose è comprensibile se si considera che il BJT fornisce potenza al carico solo negli intervalli in cui $I_c \neq \emptyset$. Se lo deve fare per tempi che rappresentano frazioni trascurabili di periodo, allora il picco di corrente dovrà avere valore max estremamente elevato.

3um compromesso: $\theta \approx 60^\circ \Rightarrow \eta_{MAX} = 85\%$.

Gli amplificatori in classe C vengono utilizzati per potenze di ~ 100 Watt a $f \sim 1$ GHz.

Da $f > 100$ GHz non si trovano amplificatori in classe C perché gli effetti capacitivi interni non permettono di interdurre il transistor.

Posso utilizzare un classe C come P.A. per un segnale AM?

$$V_S(t) = V_{SH} \cos(\omega t)$$

$$V_{BE}(t) = E_0 + V_{SH} \cos(\omega t)$$

$$I_c = \begin{cases} g_m (E_0 + V_{SH} \cos(\omega t) - V_T) & V_{BE} > V_T \\ \emptyset & V_{BE} \leq V_T \end{cases}$$

$$I_{cH} = g_m (E_0 + V_{SH} - V_T)$$

$$V_{cH} = I_{cH} \cdot R_L$$

$$I_c(\omega t = \emptyset) = g_m (E_0 + V_{SH} - V_T) = I_{cH}$$

$$I_c(\omega t = \theta) = g_m (E_0 + V_{SH} \cos \theta - V_T) = \emptyset$$

$$\rightarrow \cos \theta = \frac{V_T - E_0}{V_{SH}}$$

$$1 - \cos \theta = \frac{V_{SH} - V_T + E_0}{V_{SH}}$$

$$V_{MH} = I_{CH} \cdot R_L = I_{CH} \cdot \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi(1 - \cos\theta)} \cdot R_L$$

$$= I_{CH} \cdot R_L \cdot \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi(V_{SH} - V_T + E_0)} \cdot V_{SH}$$

$$= g_m (E_0 + V_{SH} - V_T) \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi(V_{SH} - V_T + E_0)} \cdot V_{SH} \cdot R_L$$

$$= g_m V_{SH} R_L \cdot \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi}$$

$V_{MH} \propto V_{SH}$, sembrerebbe che V_{MH} abbia una relazione lineare con V_{SH} .

ma attenzione: $\theta = \theta(V_{SH})$

Quindi $V_{MH} \not\propto V_{SH}$.

Casi particolari:

$$\theta = \pi/2 \quad (\text{CLASSE B}) \Rightarrow V_{MH} = g_m V_{SH} R_L \cdot \frac{2 \cdot \frac{\pi}{2} - \sin(2 \cdot \frac{\pi}{2})}{2\pi}$$

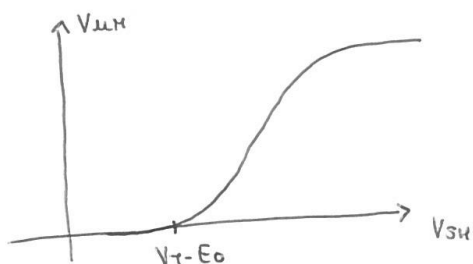
$$= \frac{g_m R_L}{2} \cdot V_{SH}$$

$$\theta = \pi \quad (\text{CLASSE A}) \Rightarrow V_{MH} = g_m V_{SH} R_L \cdot \frac{2\pi - \sin(2\pi)}{2\pi}$$

$$= g_m R_L V_{SH}$$

CLASSE C:

$$E_0 + V_{SH} > V_T > E_0$$



La caratteristica della classe C non è lineare

→ non va bene per i segnali AM.

AMPLIFICATORI IN CLASSE D (CONVERTITORE DI POTENZA)

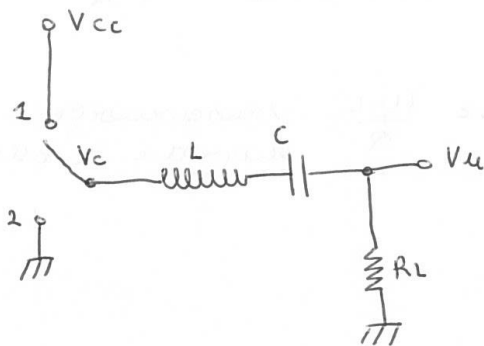
Fanno parte di una classe di amplificatori detti "ad alta efficienza".

Per ottenere $\eta = 1$, si deve ridurre al minimo la potenza dissipata dal componente attivo, facendo in modo che

$$V_{CE}(t) \cdot I_C(t) = 0, \forall t.$$

Quando il dispositivo è in conduzione deve risultare $V_{CE} = 0$, mentre se $V_{CE} \neq 0$ deve risultare interdetto.

Deve avere comportamento simile ad un switch.

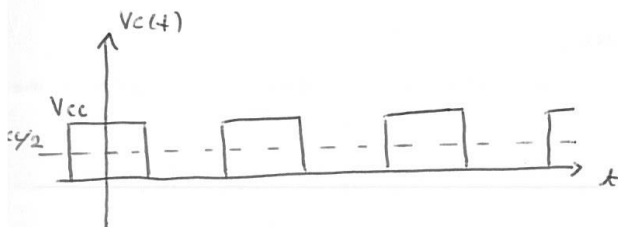


La tensione che aziona lo switch è un'onda quadra:

$$V_c(t) = \frac{V_{cc}}{2} + V_{cc} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{2}\right)}{\frac{m\pi}{2}} \cos(m\omega_0 t)$$

Il gruppo RLC serie risona a $\omega = \omega_0$ e si suppone caratterizzato da un Q elevato ($Q \geq 10$).

$$Q = \frac{1}{\omega_0 C R_L} = \frac{\omega_0 L}{R_L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$



Ad $\omega = \omega_0$, RLC risona e pertanto si comporta come un c.c.

→ Significa che $V_{c\pm n} = V_{u\pm n} = V_{cc} \cdot \frac{2}{\pi} \quad (n=1)$

Per $m > 1$, nella serie tra L e C prende il sopravvento L che già alla terza armonica assume un valore di resistenza 9 volte maggiore rispetto a quello della componente capacitiva.

La componente continua di $V_c(t)$ viene bloccata da C .

Per la terza armonica risulta:

$$V_{c3\pi} = V_{cc} \cdot \frac{2}{3\pi} \quad (m=3).$$

$$V_{u3\pi} = V_{c3\pi} \cdot \left| \frac{R_L}{j3\omega_0 L + \frac{1}{j3\omega_0 C} + R_L} \right| \approx V_{cc} \cdot \frac{2}{3\pi} \cdot \frac{R_L}{3\omega_0 L} = \frac{V_{u1\pi}}{9Q}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_L} \rightarrow \omega_0 L = Q \cdot R_L \rightarrow R_L = \frac{\omega_0 L}{Q} \quad \text{trascurabile rispetto a } 3\omega_0 L$$

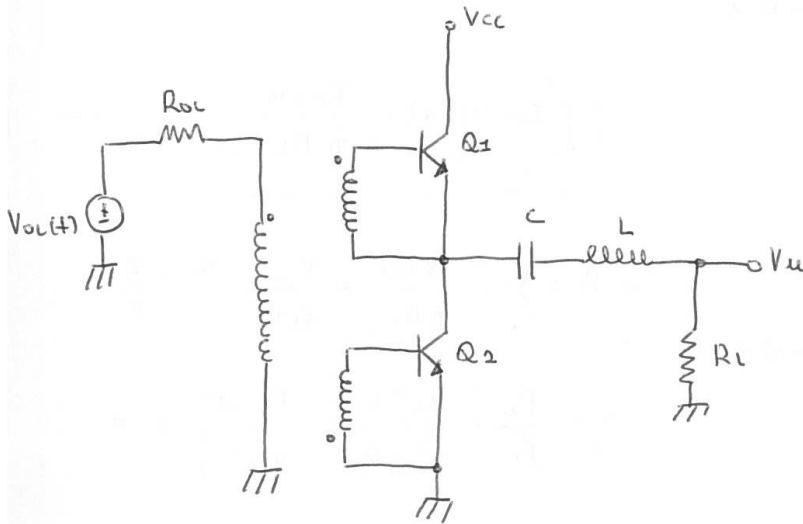
$$\frac{1}{3\omega_0 C} \ll 3\omega_0 L$$

$$\text{Se } Q=10 \Rightarrow V_{u3\pi} = \frac{1}{90} \cdot V_{u1\pi}$$

$V_{uH} \approx V_{u1\pi}$ e la tensione di out in prima approssimazione può dirsi sinusoidale.

A partire da una tensione continua si riesce ad ottenere una tensione ad RF.

Soluzione al commutatore:



V_{BE1} e V_{BE2} sono sempre in opposizione di fase:

$$V_{in} = H \Rightarrow Q_1 \text{ ON} \quad Q_2 \text{ OFF}$$

$$V_{in} = L \Rightarrow Q_1 \text{ OFF} \quad Q_2 \text{ ON}$$

Con questo sistema si riesce ad ottenere $\eta = 80\%$ a $f \sim 100 \text{ kHz}$.

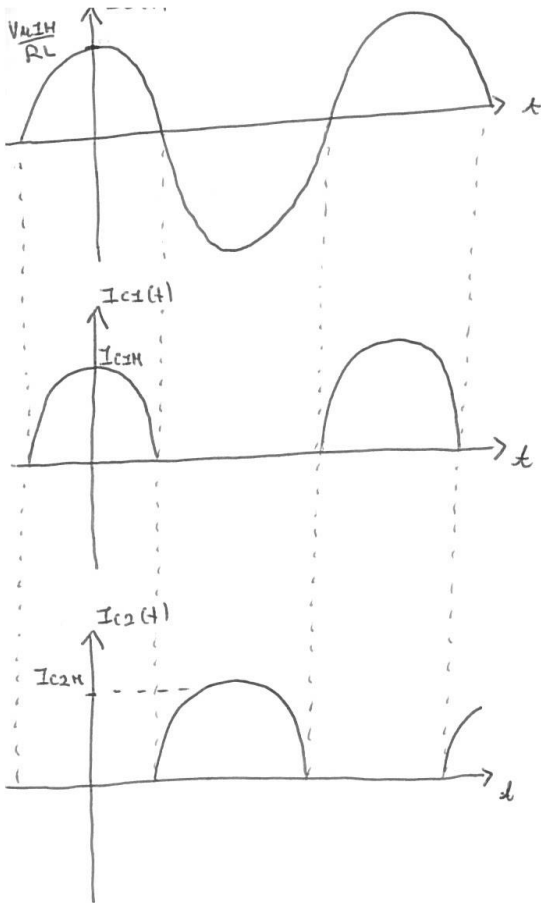
$$\eta = \frac{P_u}{P_E}, \quad P_u \approx \frac{V_{u1k}^2}{2R_L} = \frac{V_{CC}^2 \cdot 4}{\pi^2 \cdot 2R_L}$$

Definiamo $I_{CC}(t)$ la corrente erogata dalla batteria risulta:

$$P_E = \frac{1}{T} \int_0^T V_{CC} I_{CC}(t) dt = \frac{V_{CC}}{T} \int_0^T I_{CC}(t) dt$$

Per metà periodo, quando Q_1 è OFF, $I_{CC}(t)$ è nulla e la corrente che attraversa il carico si recupera attraverso Q_2 che è ON.

Considerando trascurabili le armoniche con $n \gg 1$ a causa di un $Q \rightarrow \infty$, allora la corrente nel carico è sinusoidale e durante il semiperiodo in cui Q_1 è ON, $I_C(t)$ è un arco di sinusoidale coincidente con la corrente che scorre in R_L .



$$\frac{1}{T} \int_{\phi}^{\tau} I_{cc}(t) dt = \frac{V_{u±H}}{\pi R_L}$$

$$\rightarrow P_E = V_{cc} \cdot \frac{V_{u±H}}{\pi R_L} = \frac{V_{cc}}{R_L \pi} \cdot V_{cc} \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_E} = \frac{V_{cc}^2 \cdot 4}{\pi^2 \cdot 2 R_L} \cdot \frac{R_L \cdot \pi^2}{V_{cc}^2 \cdot 2} = 1$$

$$\Theta_u = \frac{P_u}{I_{CHMAX} \cdot V_{CEMAX}} = \frac{V_{u±H}^2}{2 R_L} \cdot \frac{1}{V_{cc}} \cdot \frac{R_L}{V_{u±H}} = \frac{V_{u±H}}{2 V_{cc}} = \frac{1}{\pi}$$

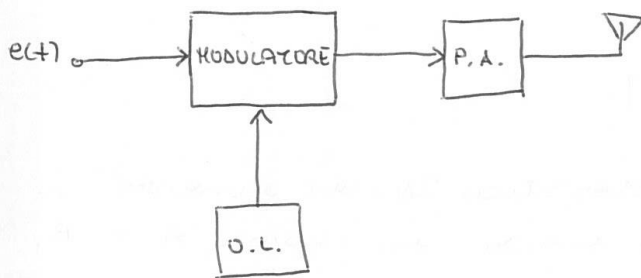
OPERAZIONI

Operazioni che svolgono:

- 1) modulazione della portante;
- 2) filtraggio di componenti spurie frutto della modulazione;
- 3) amplificazione del segnale;
- 4) trasmissione mediante antenna;

MODULAZIONE A BASSO LIVELLO:

Stadio di modulazione separato dallo stadio di amplificazione.



CONVERSIONE DIRETTA:

Se la modulazione avviene alla stessa frequenza della portante di trasmissione.

CONVERSIONE MULTIPLA:

nel caso in cui vi sia prima dell'antenna, un mixer utilizzato per la modulazione in alta frequenza.

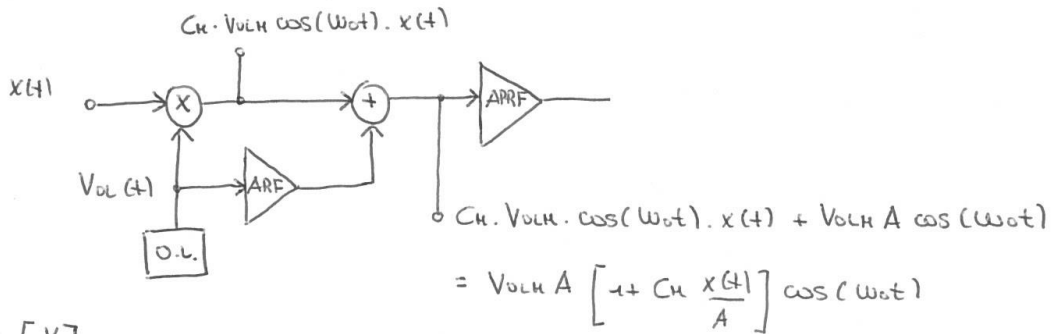
MODULAZIONE AD ALTO LIVELLO:

Stadio di modulazione ed amplificazione unico.

TRASMETTORI PER SEGNALE MODULATO

$$V_{ANT}(t) = V_{AH} [1 + m_a x(t)] \cos(\omega_c t)$$

MODULAZIONE A BASSO LIVELLO



$$x(t) = [V]$$

$$V_{OL}(t) = V_{OL} \cos(\omega_c t)$$

$$C_M: \text{coefficiente Mixer} [V^{-1}]$$

APRF deve avere una caratteristica IN-OUT lineare e quindi sarà necessario usare un classe A o B.

CONTRO:

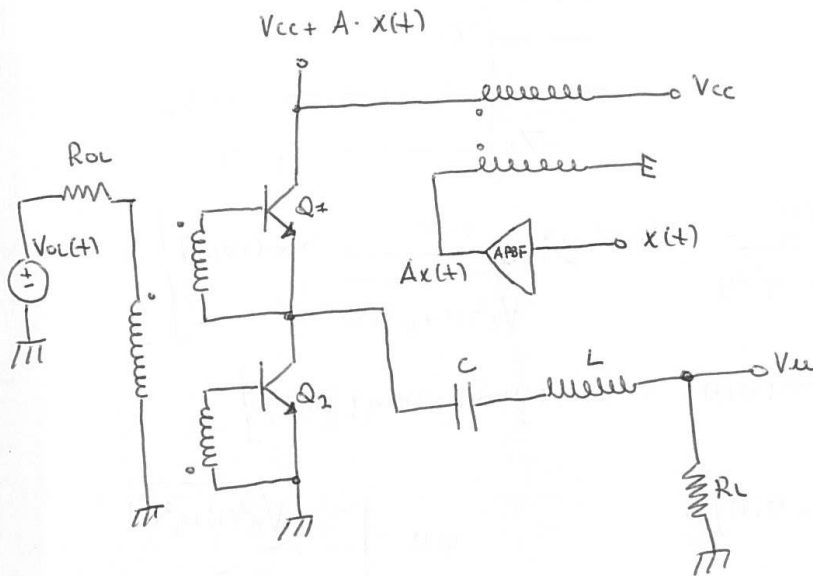
Efficienza di conversione non sarà mai quella max possibile in classe A o B poiché questo risultato si consegue se l'ampiezza del segnale è costantemente pari a quella max accettabile dall'amplificatore senza andare in SAT/INTERDIZ.

PRO:

È una modulazione a bassa banda per via del fatto che non si usano filtri selettivi.

MODULAZIONE AD ALTO LIVELLO

Si realizza un P.A. in classe D, nel quale il segnale modulante viene utilizzato per quello che si chiama "modulazione per caratteristica di cecettore".



$$x(t) = [V]$$

$$V_{u\pm H} = [V_{cc} + A \cdot x(t)] \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$V_u(t) = V_{u\pm H} \cdot \cos(\omega_0 t) = \frac{2V_{cc}}{\pi} \left[1 + \frac{A}{V_{cc}} \cdot x(t) \right] \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$m_a = \frac{A}{V_{cc}}$$

N.B.: Il segnale modulante varia molto lentamente rispetto alla portante.

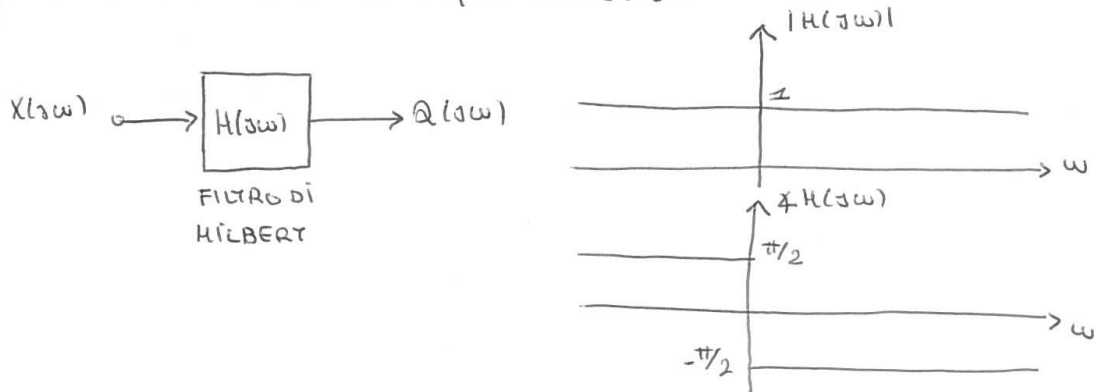
l'efficienza è virtualmente unitaria indipendente dall'ampiezza del segnale modulante.

Il montemore a eta e l'efficienza, sarà necessario che APBF sia un amplificatore ad alta efficienza.

APBF necessario perché x(t) segnale informativo LOW POWER.

TRASMETTITORI PER SEGNALI MODULATI

$$V_{SSB}(t) = x(t) \cos(\omega_0 t) + q(t) \sin(\omega_0 t)$$

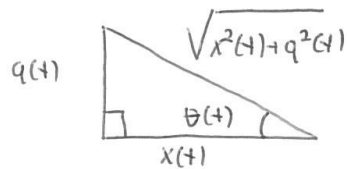


$$V_{SSB}(t) = \sqrt{x^2(t) + q^2(t)} \cdot \left[\frac{x(t)}{\sqrt{x^2(t) + q^2(t)}} \cos(\omega_0 t) + \frac{q(t)}{\sqrt{x^2(t) + q^2(t)}} \sin(\omega_0 t) \right]$$

$$= \sqrt{x^2(t) + q^2(t)} \cdot \left[\cos(\omega_0 t) \cos(\theta(t)) + \sin(\omega_0 t) \sin(\theta(t)) \right]$$

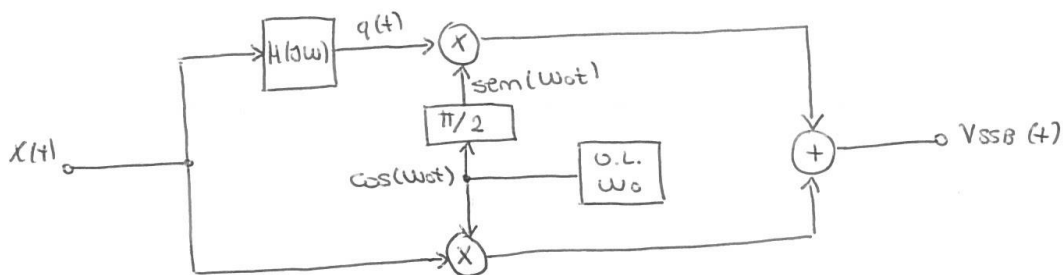
$$= \sqrt{x^2(t) + q^2(t)} \cdot \cos(\omega_0 t - \theta(t))$$

$$\theta(t) = \arctg\left(\frac{q(t)}{x(t)}\right)$$

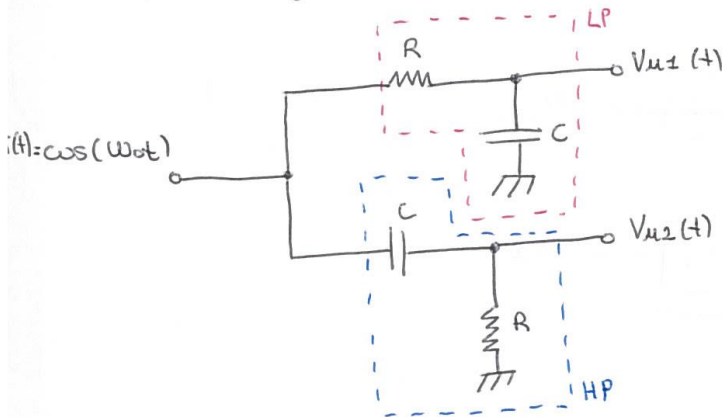


$V_{SSB}(t)$ è un segnale modulato in ampiezza e fase e necessita di un P.A. classe A o B.

MODULATORE SSB NEL DOMINIO t

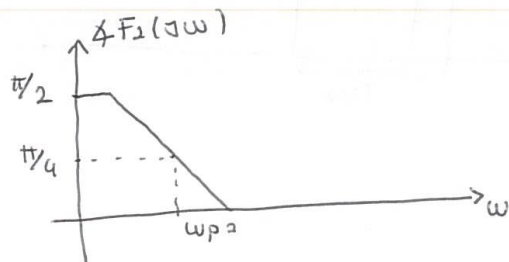
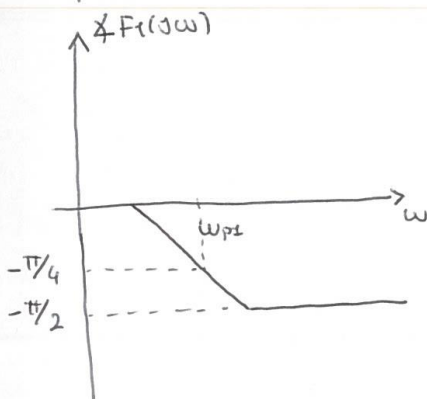
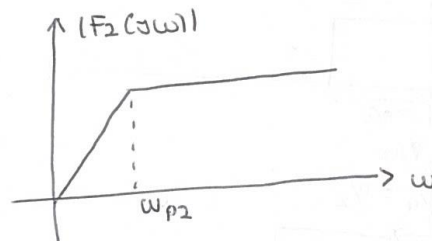
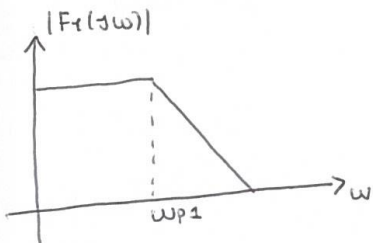


Soluzione a banda stretta per generazione di
Componenti fase e quadratura



$$F_1(s) = \frac{V_{u1}(s)}{V_i(s)} = \frac{1/c s}{R + 1/c s} \Rightarrow F_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

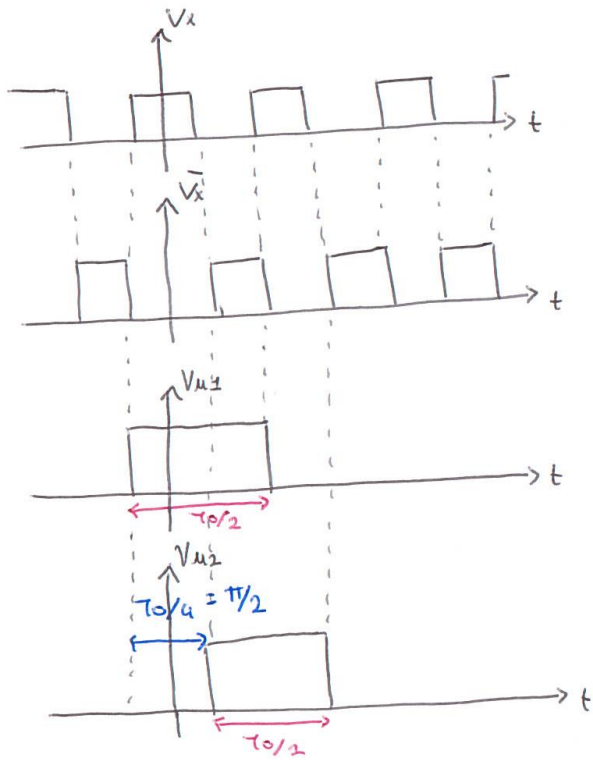
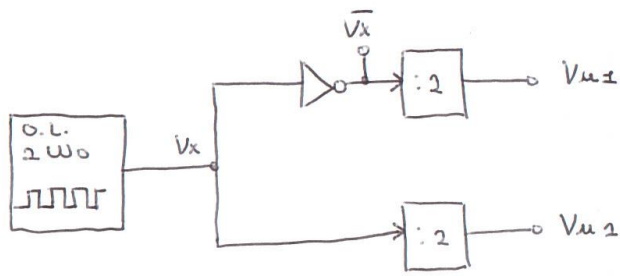
$$F_2(s) = \frac{V_{u2}(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{R + 1/c s} \Rightarrow F_2(j\omega) = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}$$



Se $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_0 \Rightarrow V_{u1}$ è ritardato di $\pi/4$ rispetto a U_i
e V_{u2} è anticipato di $\pi/4$ rispetto a U_i .

V_{u1} e V_{u2} sono sfasati di $\pi/2$.

Soluzione a larga banda per generazione di componenti in fase e in quadratura.

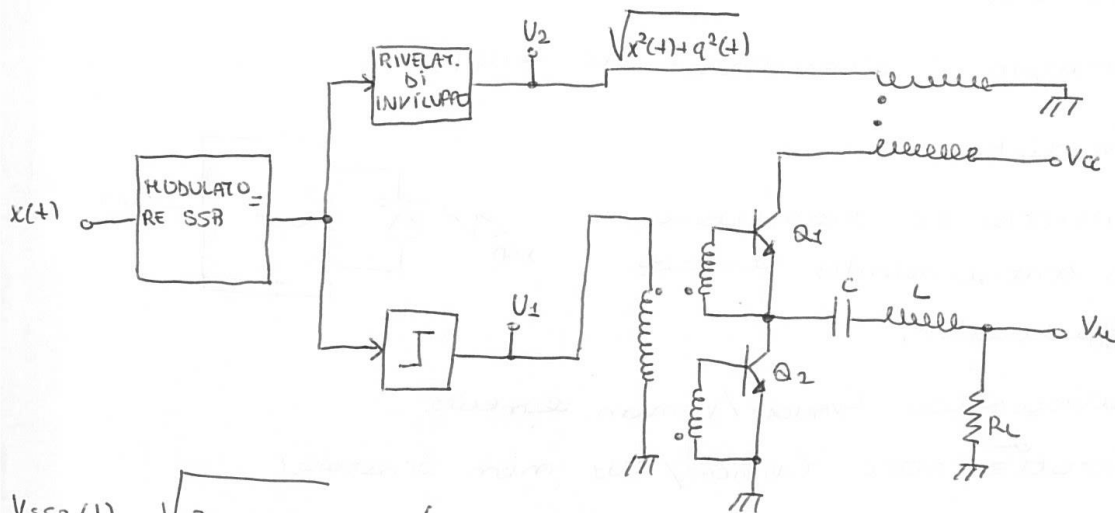


MODULAZIONE A BASSO LIVELLO



MODULAZIONE AD ALTO LIVELLO

MODULATORE AD ELIMINAZIONE E RICOSTRUZIONE DI INVILUPPO



$$V_{SSB}(t) = \sqrt{x^2(t) + q^2(t)} \cos(\omega_0 t + \theta(t))$$

V_1 porta informazione sulla fase di $V_{SSB}(t) \rightarrow \theta(t)$

V_2 porta informazione sull'ampiezza di $V_{SSB}(t)$

V_2 pilota l'alimentazione di un PA. in classe D, mentre V_1 pilota lo switch.

$$V_u(t) = \left[V_{CC} + \sqrt{x^2(t) + q^2(t)} \right] \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \cos(\omega_0 t - \theta(t))$$

TRASMETTITORI PER SEGNALI MODULATI FM

Si utilizzano modulatori a basso livello, dotati di P.A. in classe C o D per massimizzare l'efficienza.

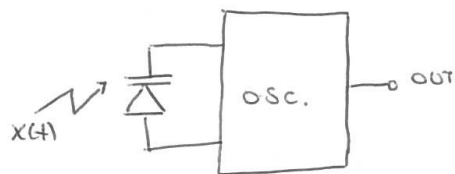
MODULATORI DIRETTI

Segnale modulante utilizzato per far variare il valore di un parametro circuitale dal quale dipende ω_0 .

Un esempio è l'oscillatore di Clapp.

Problematiche:

1) frequenza di oscillazione a riposo estremamente stabile ed affidabile;



2) Caratteristica $C_{VARICAP}/V$ non lineare

=> Caratteristica $C_{VARICAP}/\omega_0$ non lineare

Modulazione FM non lineare.

Possibile considerare lineare solo per piccolissimi valori di $x(t)$ e piccole variazioni di $C_{VARICAP}$ intorno al suo valore medio.

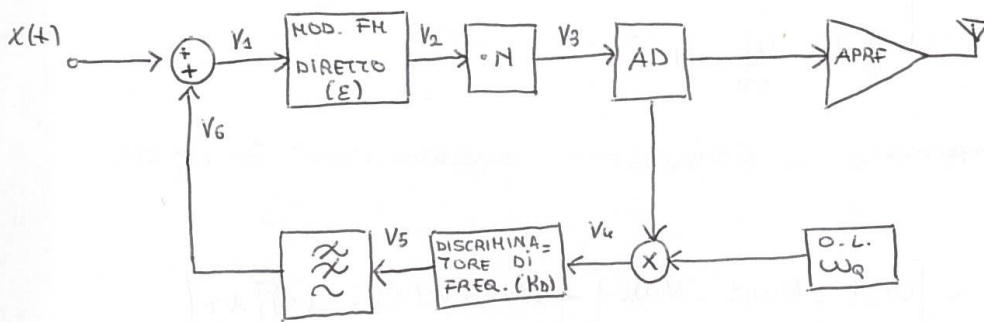
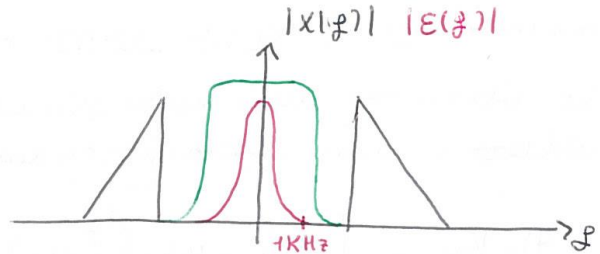
f_0 (deviazione di frequenza) piccola $\Rightarrow D \approx 10^{-1} \div 10^{-3}$

Soluzione alla variazione della frequenza della Portante:

CAF (CONTROLLO AUTOMATICO DELLA FREQUENZA)

La modulazione è necessaria se lo spettro dei circuiti risulta separato dallo spettro del modulante.

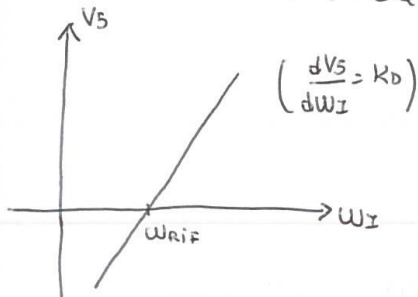
$E(f)$: Spettro del circuito



Supponiamo che $E(t)$ abbia sotto forma di controllo addittivo nel modulatore.

AD: Accoppiatore di reazione, si occupa di derivare le segnali in due contributi.

DISCRIMINATORE DI FREQUENZA



Presenta in uscita una tensione proporzionale allo scostamento di ω_I in input da ω_{RIF} .

$$\begin{cases} \omega_I = \omega_{RIF} \Rightarrow V_5 = 0 \\ \omega_I > \omega_{RIF} \Rightarrow V_5 > 0 \\ \omega_I < \omega_{RIF} \Rightarrow V_5 < 0 \end{cases}$$

$$V_1(t) = x(t) + V_0(t)$$

$$V_2(t) = V_{2M} \cdot \cos \left[\omega_c t + \omega_D \int_{\phi}^t [x(\tau) + V_0(\tau) + E(\tau)] d\tau \right]$$

il questo stadio il valore di D , indice di modulazione è minore di quello previsto dallo standard in modo da supporre lineare il modulatore.

Per ottenere il valore finale di D richiesto si utilizza un moltiplicatore di frequenza $\cdot N$.

$$V_3(t) = V_{3M} \cdot \cos \left[N\omega_c t + N\omega_D \int_{\phi}^t [x(\tau) + V_0(\tau) + E(\tau)] d\tau \right]$$

$$D' = N \cdot D \quad , \quad f_{D'} = \frac{\omega_D}{2\pi} \cdot N$$

$V_4(t)$ è il segnale a frequenza differenza in cui due MIXER:

$$V_4(t) = V_{4M} \cdot \cos \left[\omega_a t - N\omega_c t - N\omega_D \int_{\phi}^t [x(\tau) + V_0(\tau) + E(\tau)] d\tau \right]$$

Scegliendo $\omega_{RIF} = \omega_a - N\omega_c$

$$\omega_1 = \omega_a - N\omega_c - N\omega_D [x(t) + V_0(t) + E(t)]$$

$$V_5(t) = -K_D N \omega_D [x(t) + V_0(t) + E(t)]$$

LP FILTER

$$V_6(t) = -K_D N \omega_D [V_0(t) + E(t)]$$

$$V_6(t) = -E(t) \cdot \frac{K_D N \omega_D}{1 + K_D N \omega_D}$$

$$V_6(t) + E(t) = E(t) \cdot \left[1 - \frac{K_D N \omega_D}{1 + K_D N \omega_D} \right] = E(t) \cdot \frac{1}{1 + K_D N \omega_D}$$

Da cui risulta:

$$V_2(t) = V_{2H} \cdot \cos \left[\omega_0 t + \omega_0 \int_0^t \left[x(\tau) + \frac{\varepsilon(\tau)}{1 + K_0 N \omega_0} \right] d\tau \right]$$

Il sistema è rettonato nei confronti del disturbo che risulta attenuato di un fattore $(1 + K_0 N \omega_0)$.

La soluzione risulta valida nell'ipotesi in cui l'oscillatore quarzato ed il discriminatore di frequenza non sia affetti da errore.

Standard Radiodiffusione FM:

$$f_0 = 88 \div 108 \text{ MHz}$$

$$f_D = 75 \text{ KHz}$$

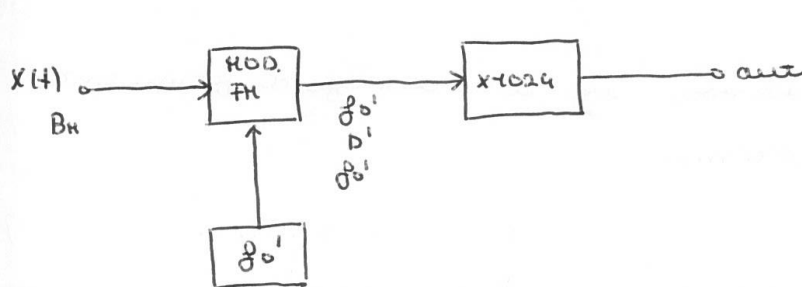
$$B_H = 15 \text{ KHz}$$

$$D = \frac{f_D}{B_H} = 5$$

$$\frac{f_D}{f_0} \Big|_{f_0 = 100 \text{ MHz}} = 7,5 \cdot 10^{-4}$$

Ridurre $\frac{f_D}{f_0}$, mantenendo inalterato D:

1° SOLUZIONE: NON EFFICACE



$$f_0 = 75 \text{ KHz}$$

$$D = 5$$

$$f_0 = 108 \text{ MHz}$$

$$f_0' = f_0 / 1024 = 73,24 \text{ Hz}$$

$$D' = D / 1024 = 4,88 \cdot 10^{-3}$$

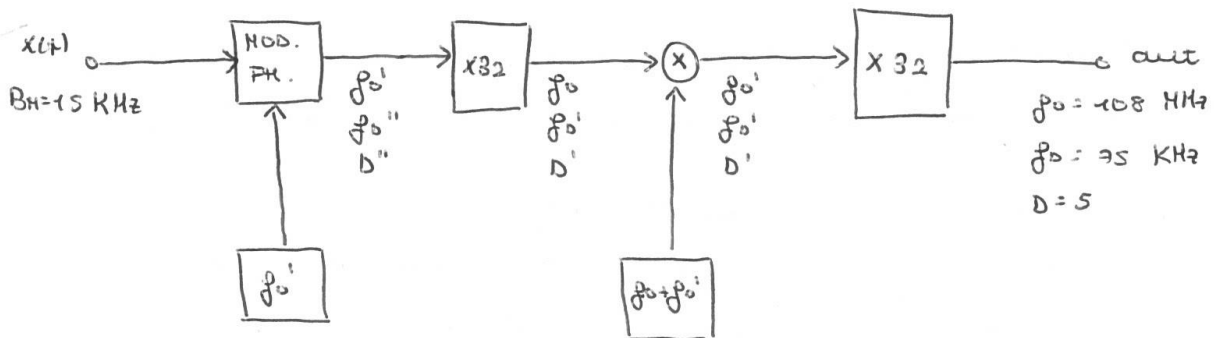
$$f_0' = f_D / 1024 = 105468,75 \text{ Hz}$$

Non si risolve il problema

$$\frac{f_D}{f_0'} \approx \frac{f_D}{f_0}$$

Inoltre $x(t)$ non è a banda stretta rispetto a f_0' .

2° SOLUZIONE : EFFICACE



$$f_0' = f_0 / 32 = 3,375 \text{ MHz}$$

$$f_0'' = f_0' / 32 = 2343,75 \text{ Hz}$$

$$D' = D / 32 = 0,15625$$

$$\frac{f_0'}{f_0} = \frac{f_0''}{f_0'} = 6,94 \cdot 10^{-4}$$

$$f_0 + f_0' = 111,375 \text{ MHz}$$

$$f_0'' = f_0' / 32 = 73,24 \text{ Hz}$$

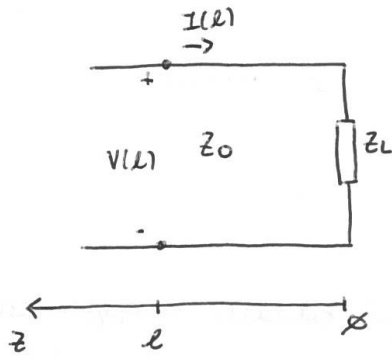
$$D'' = D' / 32 = 4,79 \cdot 10^{-3}$$

$x(t)$ è a banda stretta rispetto a f_0'

$$\frac{f_0''}{f_0'} = 2,77 \cdot 10^{-5} \ll 6,94 \cdot 10^{-4}$$

Il modulatore FH lavora in un range di frequenze molto stretto rispetto a prima.

LINEE DI TRASMISSIONE



Z_0 : impedenza caratteristica

$Z_0 \in \mathbb{R}$ (linea non dispersiva e priva di perdite)

$$\begin{cases} V(l) = V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l} \\ I(l) = \frac{V^+}{Z_0} e^{j\beta l} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-j\beta l} \end{cases}$$

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ costante di propagazione

$$\lambda = \frac{v_F}{f}; \quad v_F = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_R}}$$

$$Z(l) = Z_0 \cdot \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)}$$

V^+ : fasore dell'onda di tensione incidente

V^- : " " " " " riflessa.

$$\begin{cases} V(\varphi) = V^+ + V^- \\ I(\varphi) = \frac{V^+}{Z_0} - \frac{V^-}{Z_0} \end{cases} \Rightarrow \Gamma_V(l) = \frac{Z(l) - Z_0}{Z(l) + Z_0}$$

$$\rightarrow \Gamma_V(z=l) = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Potenza che attraversa la linea di Tx a $z=l$.

$$P(l) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V \cdot I^* \} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ (V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l}) \left(\frac{V^{+*}}{Z_0} e^{-j\beta l} - \frac{V^{-*}}{Z_0} e^{j\beta l} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2Z_0} \operatorname{Re} \left\{ |V^+|^2 - V^+ V^{-*} e^{2j\beta l} + V^{+*} V^- e^{-2j\beta l} - |V^-|^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2Z_0} \left[|V^+|^2 - |V^-|^2 \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{|V^+|^2}{Z_0} - \frac{|V^-|^2}{Z_0} \right] = \frac{1}{2} \left[|a|^2 - |b|^2 \right]$$

con $a = \frac{V^+}{\sqrt{Z_0}}$, $b = \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}}$.

$|a|^2$: Potenza incidente

$|b|^2$: Potenza riflessa

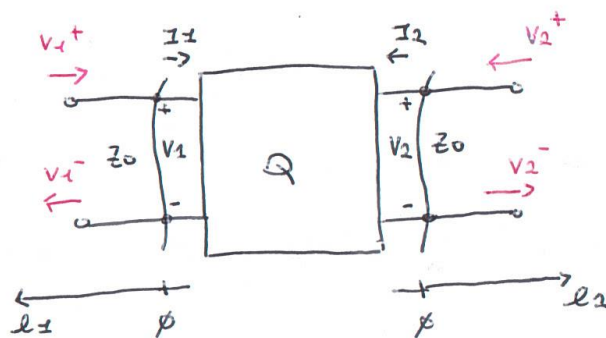
a : onda di potenza incidente.

b : " " " riflessa.

$P(l) = P \quad \forall l$ in quanto la linea è stata supposta
priva di perdite.

PARAMETRI S

Un quadrupolo è collegato al resto del sistema con
delle connessioni che, nel fine della comprensione
del significato fisico dei parametri S, è utile che
diamo nomi come linee di trasmissione alle
quasi si propagano flussi di potenza in
direzioni opposte.



Per $l_1 = \phi$:

$$\begin{cases} V_1 = V_1^+ + V_1^- \\ I_1 = \frac{V_1^+}{Z_0} - \frac{V_1^-}{Z_0} \end{cases} \rightarrow Z_0 I_1 = V_1^+ - V_1^-$$

$$\begin{cases} V_1 + Z_0 I_1 = 2V_1^+ \\ V_1 - Z_0 I_1 = 2V_1^- \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{2V_1^+}{2\sqrt{Z_0}} = a_1 \\ \frac{V_1 - Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{2V_1^-}{2\sqrt{Z_0}} = b_1 \end{cases}$$

Analogamente per la porta 2 risulta:

$$\begin{cases} a_2 = \frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}} = \frac{V_2 + Z_0 I_2}{2\sqrt{Z_0}} \\ b_2 = \frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{2\sqrt{Z_0}} \end{cases}$$

$$P_1 = P_{in}$$

$$P_2 = -P_{out}$$

$$\underline{b} = \underline{S} \cdot \underline{a} \quad (\underline{S}: \text{matrice di Scattering})$$

nel caso di una rete due porte:

$$\begin{cases} b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{cases}$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2 = \phi}$$

$a_2 = \phi \Rightarrow$ non è presente onda incidente sulla porta 2. Questa condizione si verifica se la porta 2 è chiusa su un carico $Z_L = Z_0$.

$$a_2 = \phi \Rightarrow V_2 + Z_0 I_2 = \phi \Rightarrow V_2 = -Z_0 I_2$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2 = \phi} = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{\sqrt{Z_0}}{V_1^+} \Big|_{a_2 = \phi} = \frac{V_1^-}{V_1^+} \Big|_{a_2 = \phi} = \Gamma_1 \Big|_{a_2 = \phi} = \Gamma_{im} \Big|_{a_2 = \phi} =$$

$$= \frac{Z_{im} - Z_0}{Z_{im} + Z_0} \Big|_{a_2 = \phi} = \frac{Z_{im} \Big|_{a_2 = \phi} - Z_0}{Z_{im} \Big|_{a_2 = \phi} + Z_0}$$

S_{11} è il coefficiente di riflessione sulla porta di ingresso quando la porta di uscita è chiusa, o $Z_L = Z_0$.

$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = \phi}$ è il rapporto tra l'ondata di potenza usante dal quadripolo chiuso su $Z_L = Z_0$ e la potenza incidente in ingresso al quadripolo.

Per un quadripolo passivo: $|S_{21}| \leq 1$
 " " " attivo: $|S_{21}| > 1$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1 = \phi}$$

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1 = \phi} = \Gamma_{out} \Big|_{a_1 = \phi} = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} \Big|_{a_1 = \phi} = \frac{Z_{out} \Big|_{a_1 = \phi} - Z_0}{Z_{out} \Big|_{a_1 = \phi} + Z_0}$$

S_{22} è il coefficiente di riflessione sulla porta di uscita quando la porta di ingresso è chiusa, o $Z_L = Z_0$.

DEF: SISTEMA ADATTATO

Un generico sistema è adattato sulla porta J se

$$S_{JJ} = \emptyset$$

S_{JJ} è il coefficiente di riflessione sulla porta J quando tutte le altre porte sono chiuse su un carico $Z_L = Z_0$.

QUADRIPOLO ADATTATO

Se tutti gli elementi della diagonale principale sono pari a \emptyset .

$$S_{JJ} = \emptyset, \forall J$$

$$a_1 = \frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}}; \quad b_1 = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}}$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=\emptyset} = \left. \frac{V_1^-}{V_1^+} \right|_{a_2=\emptyset} = \frac{Z_{in}|_{a_2=\emptyset} - Z_0}{Z_{in}|_{a_2=\emptyset} + Z_0}$$

Se il quadripolo è adattato $\rightarrow S_{11} = \emptyset$

$$S_{11} = \emptyset \Rightarrow Z_{in}|_{a_2=\emptyset} = Z_0$$

Se il quadripolo è adattato, l'impedenza di ingresso Z_{in} del quadripolo è pari a Z_0 , quando le altre porte sono chiuse su $Z_L = Z_0$.

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=\phi} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} = \frac{2V_2}{V_1 + Z_0 I_1}$$

$$(-Z_0 I_2 = V_2)$$

Se il dispositivo è adattato sulla porta 1:

$$Z_0 I_1 = V_1$$

$$\rightarrow S_{21} = \frac{2V_2}{2V_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

Se il dispositivo è adattato:

$$\bullet S_{11} = \phi$$

$\bullet S_{12}$ è la f.d.t. tra V_1 e V_2 dopo aver chiuso tutte le altre porte su Z_0 .

$$\begin{cases} b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{cases}$$

M_{im} : Coefficiente di riflessione sulla porta 1

È il coefficiente di riflessione di una linea con Z_0 chiusa su Z_{im} , calcolata in fondo alla linea.

$$M_{im} = \frac{Z_{im} - Z_0}{Z_{im} + Z_0} \neq M_{im} \Big|_{a_2=\phi}$$

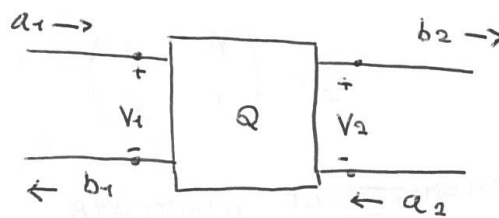
$$M_{im} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{b_1}{a_1}$$

$$\begin{cases} \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + S_{12} \frac{a_2}{a_1} \\ \frac{b_2}{a_1} = S_{21} + S_{22} \frac{a_2}{a_1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + S_{12} \cdot \frac{a_2}{b_2} \cdot \frac{b_2}{a_1} \\ \frac{b_2}{a_1} = S_{21} + S_{22} \cdot \frac{a_2}{b_2} \cdot \frac{b_2}{a_1} \end{cases}$$

$$\frac{a_2}{b_2} = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

È il coefficiente di riflessione di una linea con Z_0 chiusa, su Z_L calcolato in fondo alla linea.

Γ_L : coefficiente di riflessione sul carico.



$$\begin{cases} \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + S_{12} \cdot \Gamma_L \cdot \frac{b_2}{a_1} \\ \frac{b_2}{a_1} = S_{21} + S_{22} \cdot \Gamma_L \cdot \frac{b_2}{a_1} \end{cases} \rightarrow \frac{b_2}{a_1} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$

$$\frac{b_1}{a_1} = S_{11} + S_{12} \cdot \Gamma_L \cdot \frac{S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$

$$\Rightarrow \Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12} \Gamma_L S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_L} \quad ; \quad \Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12} \Gamma_L S_{21}}{1 - S_{11} \Gamma_L}$$

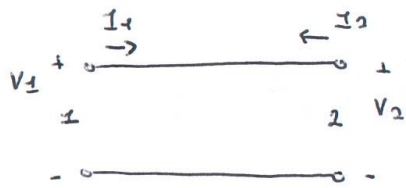
$$\text{Se } Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma_L = 0 \Rightarrow \Gamma_{in} = S_{11}$$

In generale $\Gamma_{in} = \Gamma_{in}(\Gamma_L)$, ma se il dispositivo è unilaterale ($S_{12} = 0$)

$\Rightarrow \Gamma_{in}$ non dipende da Γ_L .

ANALISI DI RETI A PARAMETRI

CORTO CIRCUITO



È un dispositivo adattato:

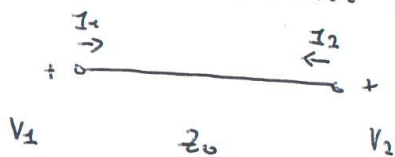
$$S_{11} = S_{22} = \phi$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = \phi} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} \bigg|_{a_2 = \phi} = \frac{2V_2}{2V_1} = \frac{V_2}{V_1} = 1$$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1 = \phi} = \frac{V_1 - Z_0 I_1}{V_2 + Z_0 I_2} \bigg|_{a_1 = \phi} = \frac{2V_1}{2V_2} = \frac{V_1}{V_2} = 1$$

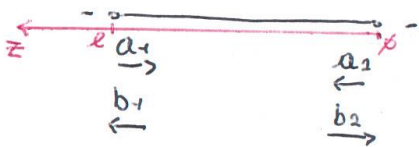
$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \phi & 1 \\ 1 & \phi \end{pmatrix}$$

LINEA DI TRASMISSIONE ADATTATA



È un dispositivo adattato:

$$S_{11} = S_{22} = \phi$$



$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = \phi} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} \bigg|_{a_2 = \phi} = \frac{2V_2}{2V_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V^+ + V^-}{V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l}}$$

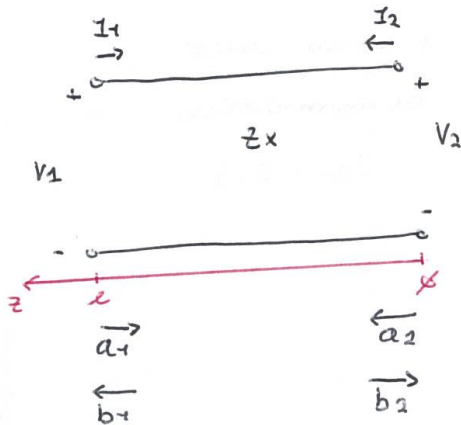
$V^- = \phi$ per via dell'adattamento

$$S_{11} = e^{-j\beta l}$$

Il dispositivo è simmetrico, per cui: $S_{12} = S_{21}$.

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \emptyset & e^{-\gamma \beta l} \\ e^{-\gamma \beta l} & \emptyset \end{pmatrix}$$

LINEA DI TRASMISSIONE NON ADATTATA



\bar{S} è simmetrico ma non è unitario:

$$\begin{cases} S_{11} = S_{22} \\ S_{12} = S_{21} \end{cases}$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2 = \emptyset} = \left. \Gamma_{im} \right|_{a_2 = \emptyset} = \frac{Z_{im} \big|_{a_2 = \emptyset} - Z_0}{Z_{im} \big|_{a_2 = \emptyset} + Z_0}$$

$$Z_{im} = Z_x \cdot \frac{Z_0 + j Z_x \tan(\beta l)}{Z_x + j Z_0 \tan(\beta l)}$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = \emptyset} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} = \frac{2 V_2}{V_1 \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{im}} \right)} = \frac{2 (V^+ + V^-)}{(V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l}) \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{im}} \right)}$$

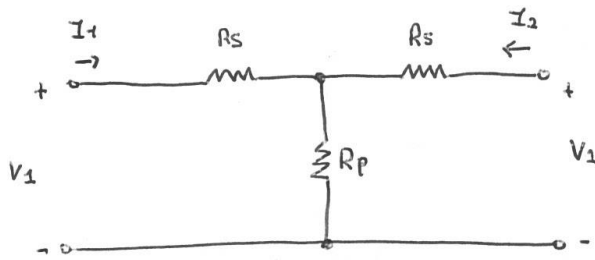
$$V_2 = V^+ + V^- = V^+ \left(1 + \frac{V^-}{V^+} \right) = V^+ (1 + \Gamma)$$

$$\Gamma = \frac{Z_0 - Z_x}{Z_0 + Z_x}$$

$$V_1 = V^+ (e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l})$$

$$\rightarrow S_{21} = \frac{2 (1 + \Gamma)}{e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{Z_0}{Z_{im}} \right)}$$

ATTENUATORE ADATTATO



È un dispositivo adattato:

$$S_{11} = S_{22} = \phi$$

È una rete simmetrica

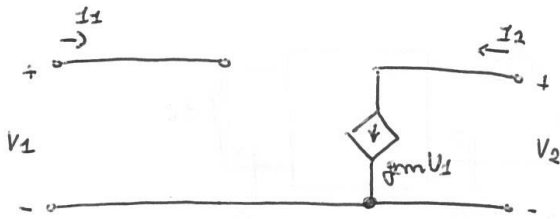
$$S_{21} = S_{12}$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=\phi} = \left. \Gamma_{im} \right|_{a_2=\phi} = \frac{Z_{im}|_{a_2=\phi} - Z_0}{Z_{im}|_{a_2=\phi} + Z_0} = \phi$$

$$Z_{im} = R_s + \frac{(R_s + Z_0) R_p}{R_s + Z_0 + R_p} = Z_0$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=\phi} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} = \frac{2 V_2}{V_1 \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{im}} \right)} = \frac{2}{1 + \frac{Z_0}{Z_{im}}} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

KETE ATTIVA



$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=\phi} = M_{im} \Big|_{a_2=\phi} = \frac{Z_{im} \Big|_{a_2=\phi} - Z_0}{Z_{im} \Big|_{a_2=\phi} + Z_0} = 1 \quad (Z_{im} \rightarrow \infty)$$

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=\phi} = M_{out} \Big|_{a_1=\phi} = \frac{Z_{out} \Big|_{a_1=\phi} - Z_0}{Z_{out} \Big|_{a_1=\phi} + Z_0} = 1 \quad (Z_{out} \rightarrow \infty)$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=\phi} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} \Big|_{a_2=\phi} = \frac{2V_2}{V_1 \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{im}} \right)} \Big|_{a_2=\phi} \xrightarrow{Z_{im} \rightarrow \infty} 2 \frac{V_2}{V_1} = -2 g_m Z_0$$

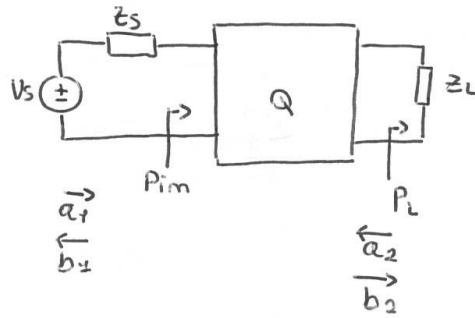
$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=\phi} = \frac{V_1 - Z_0 I_1}{V_2 + Z_0 I_2} = \frac{2V_1}{V_2 \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{out}} \right)} = \phi$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \phi \\ -2 g_m Z_0 & 1 \end{pmatrix}$$

GUADAGNI DI POTENZA

G_p :

$$G_p = \frac{P_L}{P_{im}}$$



$$G_p = \frac{\frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2)}{\frac{1}{2} (|a_1|^2 - |b_1|^2)} = \frac{|b_2|^2}{|a_1|^2} \cdot \frac{1 - \left| \frac{a_2}{b_2} \right|^2}{1 - \left| \frac{b_1}{a_1} \right|^2}$$

$$\frac{a_2}{b_2} = M_L = \frac{z_L - z_0}{z_L + z_0}$$

$$\frac{b_1}{a_1} = M_{im} = \frac{z_{im} - z_0}{z_{im} + z_0}$$

z_{im} è calcolato con la porta 2 chiusa su z_L .

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2$$

$$\rightarrow \frac{b_2}{a_1} = S_{21} + S_{22} \cdot \frac{a_2}{b_2} \cdot \frac{b_2}{a_1}$$

$$\rightarrow \frac{b_2}{a_1} = S_{21} + S_{22} M_L \cdot \frac{b_2}{a_1}$$

$$\rightarrow \frac{b_2}{a_1} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22} M_L}$$

$$G_p = \left| \frac{S_{21}}{1 - S_{22} M_L} \right|^2 \cdot \frac{1 - |M_L|^2}{1 - |M_{im}|^2}$$

Casi notevoli:

Z_L esatto puramente resistivo

$$|M_L| = 1 \Rightarrow G_p = \phi$$

Z_{im} puramente reattivo

$$|M_{im}| = 1 \Rightarrow G_p \rightarrow \infty$$

~> Significa che non
entra potenza nel
2 porte, ma ne
esce.

$Z_L = Z_0$

$$|M_L| = \phi \rightarrow G_p = \frac{|S_{21}|^2}{1 - |M_{im}|^2}$$

E se il due porte è anche adattato a $Z_L = Z_0$,

$$Z_{im} = Z_0 \text{ e } M_{im} = \phi$$

$$\rightarrow G_p = |S_{21}|^2$$

$|S_{21}|^2$ può essere visto come il guadagno operativo
di potenza di un 2 porte adattato quando l'
uscita è chiusa sulle impedenza di normalizza-
zione.

Segno del G_p :

$$G_p = \left| \frac{S_{21}}{1 - S_{22}M_L} \right|^2 \cdot \frac{1 - |M_L|^2}{1 - |M_{im}|^2}$$

$$\left| \frac{S_{21}}{1 - S_{22}M_L} \right|^2 > \phi$$

$1 - |M_L|^2 > \phi$ se lavoriamo con circuiti passivi

$$1 - |M_{im}|^2 \geq \phi$$

In particolare $1 - |M_{im}|^2 < \phi$ e $|M_{im}| > 1$, il che avviene quando $\text{Re}\{z_{im}\} < \phi$

$\text{Re}\{z_{im}\} < \phi$ viene mappata fuori del cerchio di Smith.

Se le due porte \bar{z} I.S., $\Rightarrow G_P > \phi$.

G_T :

$$G_T = \frac{P_L}{P_{Aim}} = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{|1 - M_{out} M_L|^2 |1 - S_{11} M_S|^2} = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{|1 - M_{im} M_S|^2 |1 - S_{22} M_L|^2}$$

Che risulta due porte che:

$$|1 - M_{out} M_L|^2 |1 - S_{11} M_S|^2 = |1 - M_{im} M_S|^2 |1 - S_{22} M_L|^2$$

Analisi:

Se si compie un adattamento c.c. in $IN \Rightarrow P_{im} = P_{aim}$

$$\rightarrow G_T (M_S = M_{im}^*) = G_P$$

$$G_T = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{[1 - |M_S|^2]^2 |1 - S_{22} M_L|^2} = \left| \frac{S_{21}}{1 - S_{22} M_L} \right|^2 \cdot \frac{1 - |M_L|^2}{1 - |M_S|^2} = G_P$$

in quanto $|M_S|^2 = |M_{im}|^2$.

$$G_T (Z_S = Z_0, Z_L = Z_0) \Rightarrow |M_S| = \phi, |M_L| = \phi$$

$$\rightarrow G_T (Z_S = Z_0, Z_L = Z_0) = |S_{21}|^2$$

$|S_{21}|^2$ coincide con G_T nel caso in cui le due porte lavorano con generatore e carico adattati.

G_A :

$$G_A = \frac{P_{A_{out}}}{P_{A_{in}}} = G_T (|M_L| = |M_{out}|^2)$$

Se si compie adattamento c.c. in out.

$$G_A = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{[1 - |M_L|^2]^2 |1 - S_{11} M_S|^2} = \left| \frac{S_{21}}{1 - S_{11} M_S} \right|^2 \cdot \frac{1 - |M_S|^2}{1 - |M_{out}|^2}$$

Se Z_S è un'impedenza puramente reattiva

$$M_S = \pm 1 \Rightarrow G_A = \emptyset \text{ in quanto } P_{A_{in}} = \infty.$$

Segno del G_A :

$$P_{A_{in}} > \emptyset$$

$$P_{A_{out}} \geq \emptyset \Rightarrow G_A \geq \emptyset$$

$$G_A < \emptyset \text{ se } |M_{out}| > 1$$

ANALISI DEL G_T

$$G_T = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{|1 - M_{out} M_L|^2 |1 - S_{11} M_S|^2}$$

G_{T0} : G_T unieportalizzato ($S_{12} = \emptyset$)

Se $S_{12} = \emptyset \Rightarrow M_{out} = S_{22}$

$$G_{T0} = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{|1 - S_{22} M_L|^2 |1 - S_{11} M_S|^2}$$

G_{TMAX} :

Se le disposizioni è i.s.

$$\begin{cases} |S_{11}| < 1 & (g_i > \emptyset) \\ |S_{22}| < 1 & (g_o > \emptyset) \end{cases}$$

G_{TMAX} si ottiene impostando adattamento e.c.

in IN ed OUT.

$$\begin{cases} M_L = M_{out}^* = S_{22}^* \\ M_S = M_{in}^* = S_{11}^* \end{cases}$$

$$G_{TMAX} = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{|1 - |S_{22}|^2|^2 |1 - |S_{11}|^2|^2} = \frac{|S_{21}|^2}{[1 - |S_{22}|^2][1 - |S_{11}|^2]}$$

STABILITA'

Un dispositivo si definisce i.s. a $f=f_0$ se

$$\begin{cases} \forall Z_s : \operatorname{Re}\{Z_s\} \neq \emptyset \Rightarrow Z_{out} : \operatorname{Re}\{Z_{out}\} > \emptyset \\ \forall Z_L : \operatorname{Re}\{Z_L\} \neq \emptyset \Rightarrow Z_{in} : \operatorname{Re}\{Z_{in}\} > \emptyset \end{cases}$$

In termini di coefficienti di riflessione

$$\begin{cases} \forall \Gamma_s : |\Gamma_s| \leq 1 \Rightarrow \Gamma_{out} : |\Gamma_{out}| < 1 \\ \forall \Gamma_L : |\Gamma_L| \leq 1 \Rightarrow \Gamma_{in} : |\Gamma_{in}| < 1 \end{cases}$$

$$\Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = S_{11} + \frac{S_{12} \cdot \Gamma_L \cdot S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_L} ; \Gamma_{in} = \Gamma_{in}(\Gamma_L)$$

$$\Gamma_{out} = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} = S_{22} + \frac{S_{12} \cdot \Gamma_s \cdot S_{21}}{1 - S_{11} \Gamma_s} ; \Gamma_{out} = \Gamma_{out}(\Gamma_s)$$

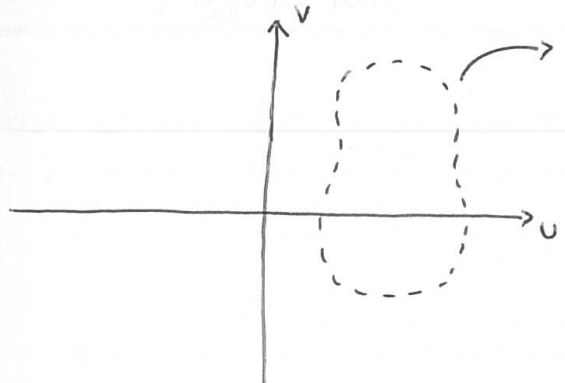
Condizione di demarcazione:

$|\Gamma_{out}(\Gamma_s)| = 1 \rightarrow \exists \Gamma_s$ che determinano questa condizione, rappresentiamo nel piano dei Γ_s , un luogo di punti.

$$|\Gamma_{out}(\Gamma_s)| = 1 \Leftrightarrow |\Gamma_{out}(\Gamma_s)|^2 = 1$$

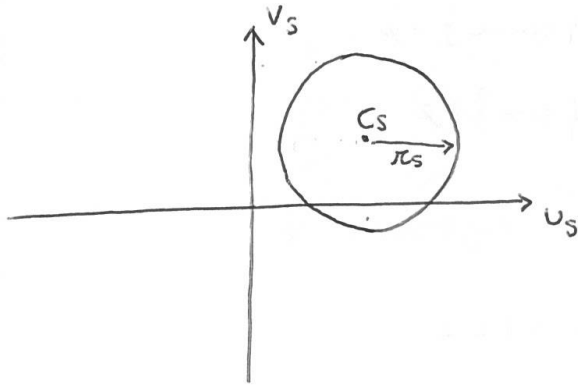
$$|\Gamma_{out}|^2 = \Gamma_{out} \cdot \Gamma_{out}^*$$

$$\Gamma_s \in \mathbb{C}, \Gamma_s = u_s + jv_s$$



luogo dei punti che soddisfano la condizione $|\Gamma_{out}(\Gamma_s)| = 1$.

Si può dimostrare che questi punti descrivono una circonferenza: il CERCHIO DI STABILITA' IN INGRESSO.



$$C_S = \frac{(S_{11} - S_{22}^* D)^*}{|S_{11}|^2 - |D|^2}$$

$$r_S = \frac{|S_{12} S_{21}|}{||D|^2 - |S_{11}|^2|}$$

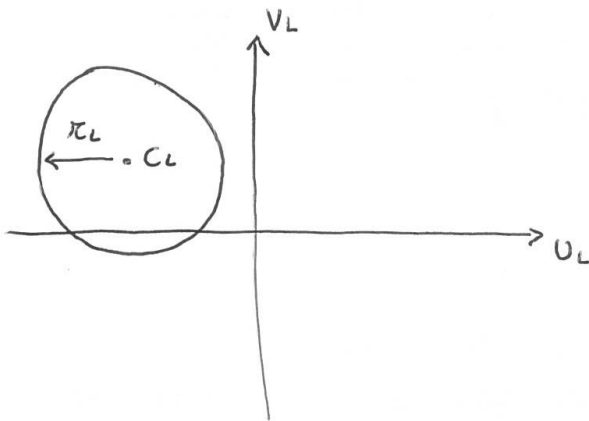
D è il determinante di $\underline{\underline{S}}$.

$$D = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$$

Sul piano dei M_L risulta:

$$M_L = U_L + jV_L.$$

Le luogo dei punti per cui: $|Mim(M_L)| = 1$ è definito come: CERCHIO DI STABILITA' IN USCITA



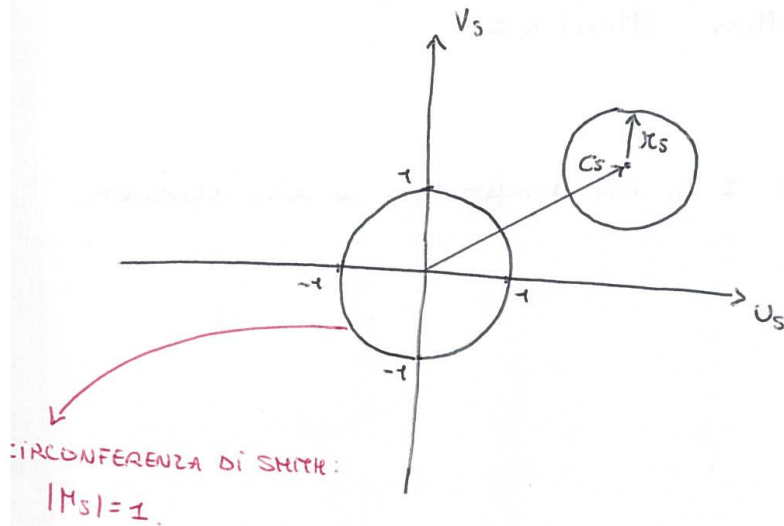
$$C_L = \frac{(S_{22} - S_{11}^* D)^*}{|S_{22}|^2 - |D|^2}$$

$$r_L = \frac{|S_{12} S_{21}|}{||D|^2 - |S_{22}|^2|}$$

DEF: AREA DI STABILITÀ IN INGRESSO

Insieme dei M_s : $|M_{aut}(M_s)| < 1$

N.B. L'area di stabilità in ingresso, o è tutta dentro, o è tutta fuori, o escluso di stabilità in ingresso.



Condiz. dell'area di stabilità in ingresso:

$$M_{aut}(M_s = \emptyset) = S_{22}$$

Se $|M_{aut}(M_s = \emptyset)| = |S_{22}| < 1$, allora l'area di stabilità in ingresso è esterna al cerchio di stabilità in ingresso; altrimenti è interna.

DEF:

Dispositivo I.S. in ingresso se:

$$\forall M_s: |M_s| \leq 1 \Rightarrow M_{aut}: |M_{aut}| < 1.$$

DEF:

Dispositivo I.S. in uscita se:

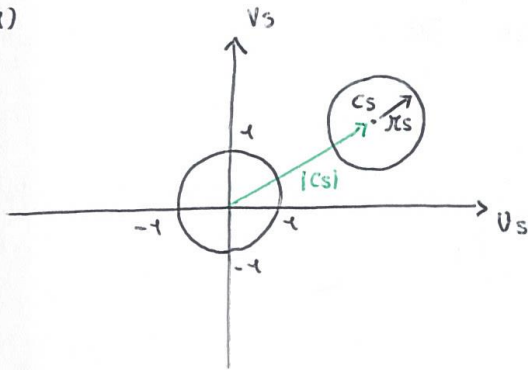
$$\forall M_L: |M_L| \leq 1 \Rightarrow M_{im}: |M_{im}| < 1.$$

DEF:

Dispositivo I.S. se \bar{e} I.S. in ingresso e in uscita.

Costitica in ingresso:

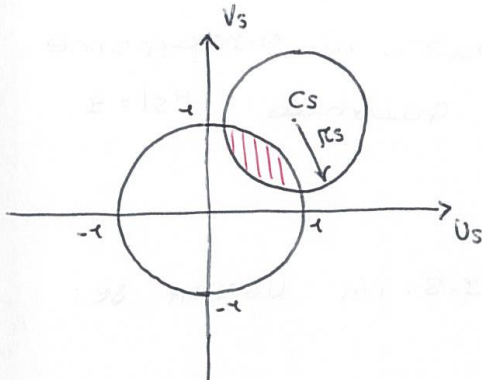
1)



È I.S. in INGRESSO se:

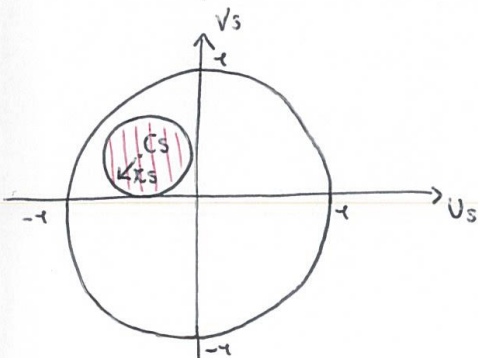
$$\begin{cases} |Cs| - Ks > 1 \\ |S_{22}| < 1 \end{cases}$$

2)



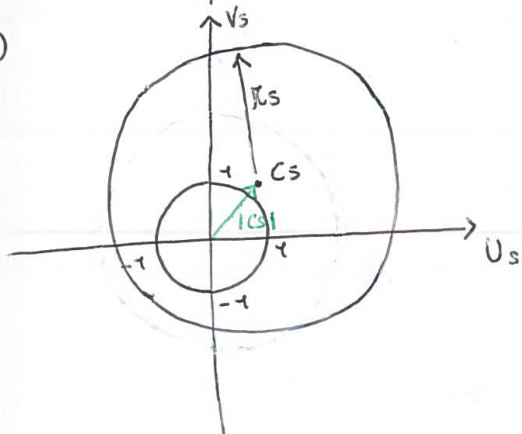
NO I.S. in INGRESSO

3)



NO I.S. in INGRESSO

4)



È I.S. in INGRESSO se:

$$\begin{cases} Ks - |Cs| > 1 \\ |S_{22}| < 1 \end{cases}$$

Un dispositivo richiesta che:

Il dispositivo è I.S. in INGRESSO se:

$$\begin{cases} | |C_s| - \kappa_s | \geq 1 \\ |S_{22}| < 1 \end{cases}$$

Il caso $| |C_s| - \kappa_s | = 1$ si presenta nel caso in cui il cerchio di stabilità in ingresso si sovrappone al cerchio di Smith, ovvero quando $|K_s| = 1$.

Analogamente, il dispositivo è I.S. in USCITA se:

$$\begin{cases} | |C_L| - \kappa_L | \geq 1 \\ |S_{11}| < 1 \end{cases}$$

CRITERIO DI STABILITÀ BASATO SUL COEFFICIENTE K

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |D|^2}{2|S_{12}S_{21}|}; \quad D = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

un dispositivo è I.S.S. se:

$$\begin{cases} K > 1 \\ |D| < 1 \end{cases}$$

nel caso di dispositivo unilaterale ci troviamo di fronte ad una similitudine e ne quindi necessitato che:

$$\begin{cases} |M_{in}| = |S_{11}| < 1 \\ |M_{out}| = |S_{22}| < 1 \end{cases}$$

STUDIO DEG G_P

$$G_P = \left| \frac{S_{21}}{1 - S_{22}M_L} \right|^2 \cdot \frac{1 - |M_L|^2}{1 - |M_{in}|^2} = G_P(M_L)$$

Definisco g_P : $g_P = \frac{G_P}{|S_{21}|^2} = \frac{1}{|1 - S_{22}M_L|^2} \cdot \frac{1 - |M_L|^2}{1 - |M_{in}|^2}$

Fisso il valore di $g_P = \bar{g}_P$.

Risulta che il luogo dei punti equi \bar{g}_P è una circonferenza.

$$C_P = \frac{\bar{g}_P (S_{22} - S_{11}^* D)^*}{1 + \bar{g}_P (|S_{22}|^2 - |D|^2)}$$

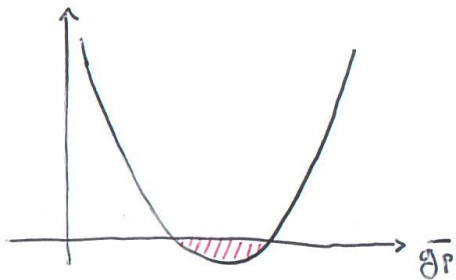
$$x_P = \frac{\sqrt{1 - 2K |S_{12} S_{21}| \bar{g}_P + \bar{g}_P^2 |S_{12} S_{21}|^2}}{|1 + \bar{g}_P (|S_{22}|^2 - |D|^2)|}$$

Da notare che:

C_P e C_L si trovano sulla stessa retta.

Tutti i centri dei cerchi equi \bar{g}_P stanno sulla congiungente origine $\rightarrow C_L$ nel piano dei M_L .

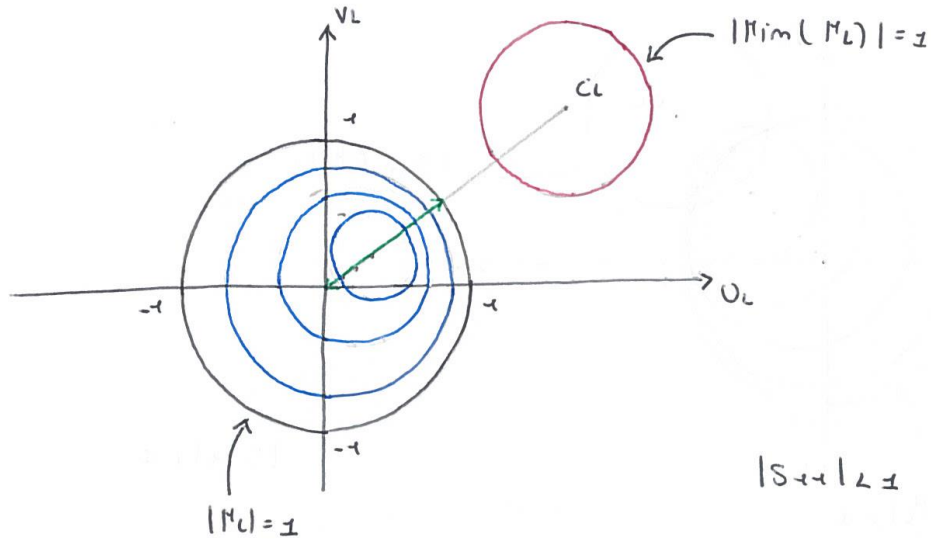
Il radicando di x_P , un funzione di \bar{g}_P è una parabola:



Risulta evidente che per certi \bar{g}_P , x_P non può esistere.

\rightarrow Esiste un insieme di \bar{g}_P :
cerchi equi \bar{g}_P non esiste.

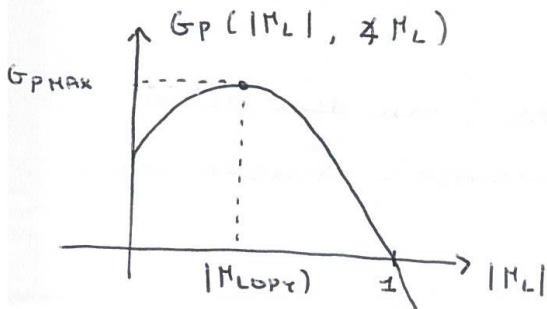
CASO DI SISTEMA I.S.



Sue segmento \bullet il g_P può assumere qualsiasi valore in quanto tutti i cerchi equi g_P passano da qua: $g_{P_{MIN}} \leq g_P \leq g_{P_{MAX}}$

tenendo G_P una funzione di una sola variabile e imponendo $\angle M_L = \angle C_L$ e $G_P = G_P(|M_L|, \angle M_L)$.

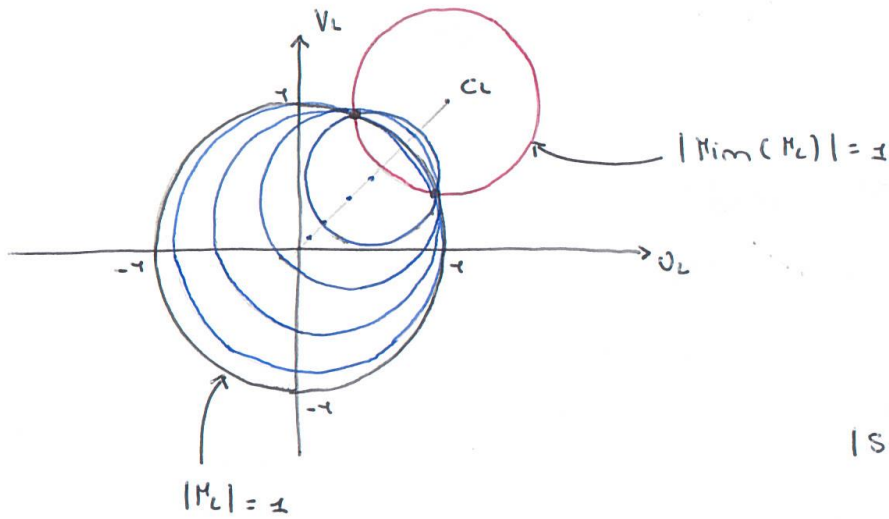
Quando avremo a risultato $G_{P_{MAX}}$:



$G_{P_{MAX}}$ è in corrispondenza di $M_L = M_{LOPT}$.

$$M_{LOPT} = |M_{LOPT}| e^{j\angle M_{LOPT}}, \quad \angle M_{LOPT} = \angle C_L$$

CASE DI SISTEMA P. I.



$$|S_{11}| < 1$$

$$\text{sp} \rightarrow \infty \begin{cases} \text{se } M_L = \frac{1}{S_{22}} \\ \text{se } |M_{im}| = 1 \end{cases}$$

nelle intersezioni tra $|M_L| = 1$ e $|M_{im}| = 1$ accade
che: $\text{num}(G_p) \rightarrow \neq$; $\text{den}(G_p) \rightarrow \neq$

Siamo in presenza di una forma indeterminata
del tipo $\left(\frac{\neq}{\neq}\right)$.

Studiando la GA risulta che, nei due punti
di intersezione, esso può assumere qualsiasi
valore $(-\infty; +\infty)$

È chiaro che tutti i cerchi $\overline{\text{arg}} p$ passeranno
per quei due punti. ●

Definendo $B_2 = 1 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - |D|^2$

$$C_2 = S_{22} - S_{11}^* D$$

$$|M_{LOPE}| = \frac{B_2}{2|C_2|} - \sqrt{\frac{B_2^2 - 4|C_2|^2}{4|C_2|^2}}$$

$$\angle M_{LOPE} = \angle C_2^*$$

$G_P = G_{P_{MAX}}$ in corrispondenza di $M_L = M_{LOPE}$, ovvero
in corrispondenza di $\pi_P = \phi$

Risolvendo si trova:

$$1 - 2K |S_{12} S_{21}| \bar{g}_P + \bar{g}_P^2 |S_{12} S_{21}|^2 = 0$$

$$\bar{g}_P = \frac{2K |S_{12} S_{21}| \pm \sqrt{4K^2 |S_{12} S_{21}|^2 - 4 |S_{12} S_{21}|^2}}{2 |S_{12} S_{21}|^2}$$

$$= \frac{K \pm \sqrt{K^2 - 1}}{|S_{12} S_{21}|}$$

$$K^2 - 1 > 0 \Rightarrow K < -1 \vee K > 1$$

$K > 1$ se il dispositivo è IS.

$$G_P = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| \cdot (K \pm \sqrt{K^2 - 1})$$

$$G_{P_{MAX}} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (K - \sqrt{K^2 - 1})$$

STUDIO DEL G_a

$$G_a = \left| \frac{S_{21}}{1 - S_{11} M_S} \right|^2 \cdot \frac{1 - |M_S|^2}{1 - |M_{out}|^2}$$

$$g_a = \frac{G_A}{|S_{21}|^2} = \frac{1}{|1 - S_{11} M_S|^2} \cdot \frac{1 - |M_S|^2}{1 - |M_{out}|^2}$$

Il luogo dei punti g_a è una circonferenza

$$C_A = \frac{\bar{g}_a (S_{11} - S_{22}^* D)^*}{1 + \bar{g}_a (|S_{11}|^2 - |D|^2)}$$

$$r_a = \frac{\sqrt{1 - 2K |S_{12} S_{21}| \bar{g}_a + \bar{g}_a^2 |S_{12} S_{21}|^2}}{|1 + \bar{g}_a (|S_{11}|^2 - |D|^2)|}$$

Ed in particolare $G_A = G_{A_{MAX}}$ quando $M_S = M_{SOPT}$

Definendo $B_1 = 1 - |S_{22}|^2 + |S_{11}|^2 - |D|^2$

$$C_1 = S_{11} - S_{22}^* D$$

$$|M_{SOPT}| = \frac{B_1}{2|C_1|} - \sqrt{\frac{B_1^2 - 4|C_1|^2}{4|C_1|^2}}$$

$$\angle M_{SOPT} = \angle C_1^*$$

Procedendo al calcolo di G_{MAX} risulta:

$$g_{MAX} = \frac{k - \sqrt{k^2 - 1}}{|S_{21} S_{12}|}$$

$$G_{MAX} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (k - \sqrt{k^2 - 1})$$

Da cui risulta $G_{MAX} = G_{MAX}$.

Se un dispositivo è I.S., G_P possiede un MAX ed anche G_A possiede un MAX.

$$G_{P_{MAX}} = G_P(M_{LOPT}) = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (k - \sqrt{k^2 - 1})$$

$$G_{A_{MAX}} = G_A(M_{SOPT}) = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (k - \sqrt{k^2 - 1})$$

Insomma è anche vero che, se il dispositivo è I.S.:

1) $G_{P_{MAX}} = G_{P_{MAX}} = G_{A_{MAX}}$

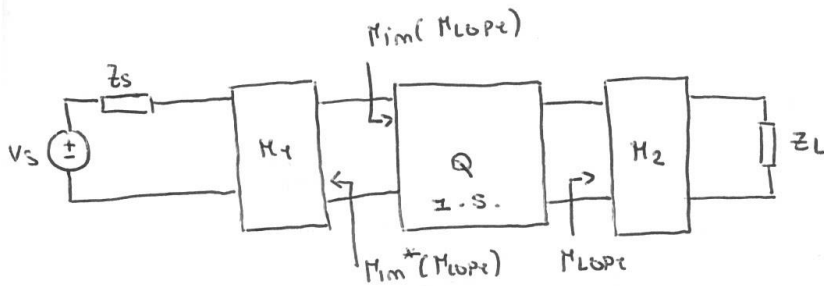
2) $M_{SOPT} = M_{im}^*(M_{LOPT})$

$M_{LOPT} = M_{att}^*(M_{SOPT})$

Ovvero le terminazioni che realizzano i massimi guadagni sono anche le terminazioni:

che realizzano adattamento c.c. in IN e OUT.

Dimostrazione:



Resisto H_2 in maniera da vedere Γ_{Lopt} .

Se faccio questo $G_p = G_p(M_L = M_{Lopt}) = G_{pmax}$

A questo punto resisto H_1 in maniera da vedere $\Gamma_{in}(M_{Lopt})^*$.

Se $M_s = \Gamma_{in}^* \Rightarrow P_{in} = P_{aim} \Rightarrow G_T = G_p = G_{pmax}$

$$G_T = G_{pmax} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (K - \sqrt{K^2 - 1})$$

$$G_T \leq G_{Tmax} \leq G_{Amax} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (K - \sqrt{K^2 - 1})$$

Quindi significa che $G_T = G_{Tmax} = G_{Amax} = G_{pmax} \quad (1)$

Ma se $G_A = G_{Amax} \Rightarrow M_s = \Gamma_{in}^* = M_{sopt}$

$$\rightarrow M_{sopt} = \Gamma_{in}^*(M_{Lopt})$$

$$P_L = G_p \cdot P_{in} = G_{pmax} \cdot P_{aim} = P_{Lmax}$$

ma se

$P_L = P_{Lmax} \Rightarrow M_L = M_{out}^* = M_{Lopt}$

$$\rightarrow M_{Lopt} = M_{out}^*(M_{sopt}) \quad (2)$$

STUDIO DEL G_T

$$G_T = \frac{(1 - |M_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |M_L|^2)}{|1 - M_{out} M_L|^2 |1 - S_{11} M_S|^2}$$

Fissato M_S , come varia G_T in funzione di M_L ?

Fissare $M_S = \bar{M}_S$ implica fissare $M_{out} = \bar{M}_{out}$ in quanto

$$M_{out} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} M_S}{1 - S_{11} M_S}$$

Fisso valore $G_T = \bar{G}_T$ per amplificare i segni
sopra \bar{G}_T .

$$\bar{G}_T \cdot \frac{|1 - S_{11} \bar{M}_S|^2}{(1 - |\bar{M}_S|^2) |S_{21}|^2} = G_{T1} = \frac{1 - |M_L|^2}{|1 - \bar{M}_{out} M_L|^2}$$

$$M_L = U_L + j \cdot V_L, \quad M_{out} = U_{out} + j \cdot V_{out}$$

$$G_{T1} |1 - \bar{M}_{out} M_L|^2 = 1 - |M_L|^2$$

$$G_{T1} |1 - (U_{out} U_L + j U_{out} V_L + j V_{out} U_L - V_{out} V_L)|^2 = 1 - U_L^2 - V_L^2$$

$$G_{T1} [(1 - U_{out} U_L + V_{out} V_L)^2 + (-U_{out} V_L - V_{out} U_L)^2] = 1 - U_L^2 - V_L^2$$

$$G_{T1} [1 + U_{out}^2 U_L^2 + V_{out}^2 V_L^2 - 2 U_{out} U_L + 2 V_{out} V_L - 2 U_{out} U_L V_{out} V_L + U_{out}^2 V_L^2 + V_{out}^2 U_L^2 + 2 U_{out} V_L V_{out} U_L] = 1 - U_L^2 - V_L^2$$

$$[G_{T1} U_{out}^2 + G_{T1} V_{out}^2 + 1] U_L^2 + [G_{T1} V_{out}^2 + G_{T1} U_{out}^2 + 1] V_L^2 + [-2 U_{out} U_L G_{T1} + 2 V_{out} V_L G_{T1} + G_{T1} - 1] = 0$$

È l'equazione di una circonferenza:

$$U_L^2 + V_L^2 - \frac{2G_{r1} U_{aut} U_L}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1} + \frac{2G_{r1} V_{aut} V_L}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1} + \frac{G_{r1} - 1}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1} = 0$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$C_r = \frac{G_{r1}}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1} (M_{aut})^* = \frac{G_{r1}}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1} \cdot (U_{aut} - jV_{aut})$$

$$r_r = \sqrt{\frac{G_{r1}^2 |M_{aut}|^2}{(G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1)^2} + \frac{1 - G_{r1}}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1}}$$

analisi: $\left(r_r = |C_r|^2 - \frac{G_{r1} - 1}{G_{r1} |M_{aut}|^2 + 1} \right)$

$$G_{r1} > 0$$

r_r definito perché il denominatore è maggiore di 0, perché G_{r1} non è troppo grande.

$$G_{r1} = G_{r1 \text{ MAX}} \quad \text{quando } r_r = 0$$

Fissato M_s , qual'è la M_L che massimizza G_r ?

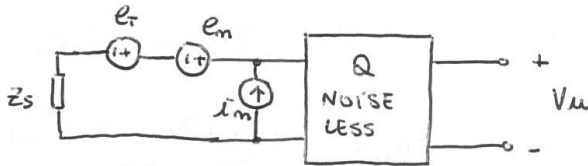
$$G_r = G_{r \text{ MAX}} \quad \text{sse } M_L = M_{aut}^* \quad \text{ed esiste sse } R_0$$

fissato z_s nell'interno della zona di stabilità

$$\text{per cui } \operatorname{Re}\{z_s\} > 0 \Rightarrow \operatorname{Re}\{z_{aut}\} > 0$$

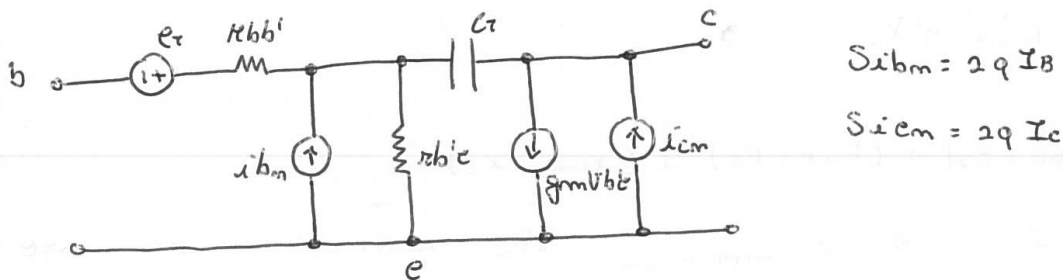
CIFRA DI RUMORE

$$NF = \frac{N_{tot}}{N_{zs}} = \frac{N_{zs} + N_{nQ}}{N_{zs}} = 1 + \frac{N_{nQ}}{N_{zs}}$$



l'ipotesi che lo spettro incrementato tra S_{em} e S_{im} sia uguale a ϕ è valida solo alle basse frequenze. A bassa frequenza e_m e i_m sono considerati indipendenti, ipotesi non valida ad alta frequenza.

Modello di giunzione con sorgenti di rumore:



$$S_{ibm} = 2qI_B$$

$$S_{icm} = 2qI_C$$

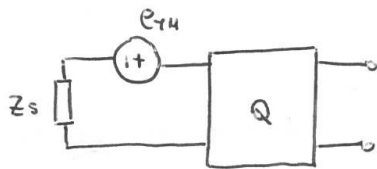
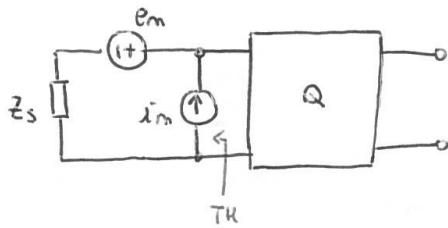
Supponiamo dunque e_m ed i_m correlati:

$$e_m = e_i + Z_{COR} i_m$$

e_i : componente di e_m indipendente da i_m .

Z_{COR} : Impedenza di correlazione $e_m - i_m$.

calcolo di N_{uq} :



$$e_{TH} = e_m + i_m Z_s$$

$$= e_x + Z_{COR} i_m + i_m Z_s$$

$$= e_x + (Z_{COR} + Z_s) i_m$$

$$S_{A_{TH}} = \frac{S_i + |Z_{COR} + Z_s|^2 S_{im}}{4R_s}$$

$$N_{uq} = S_{A_{TH}} \cdot G_T \cdot \Delta f$$

$$N_{uZ_s} = kT G_T \Delta f$$

$$NF = 1 + \frac{S_i + |Z_{COR} + Z_s|^2 S_{im}}{4R_s} \cdot \frac{G_T \Delta f}{kT \cdot G_T \Delta f}$$

$$Z_{COR} = R_{COR} + jX_{COR}$$

$$Z_s = R_s + jX_s$$

$$\rightarrow |Z_{COR} + Z_s|^2 = (R_{COR} + R_s)^2 + (X_{COR} + X_s)^2$$

Quale è $Z_{SON} \equiv Z_{S_{OPTIMUM}} NOISE$ che riduce

$$NF = NF_{min} \text{ se } Z_s = Z_{SON}$$

$$Z_{SON} = R_{SON} + jX_{SON}$$

$$\rightarrow X_{SON} = -X_{COR}$$

$$R_{SON} \text{ si ricava da: } \left. \frac{d}{dR_s} \left(\frac{S_i + (R_{COR} + R_s)^2 S_{im}}{4kT R_s \Delta f} \right) \right|_{R_s = R_{SON}} = 0$$

una nota fissata in punto di riposo,

$S_i, S_{iM}, Z_{WR} = R_{WR} + jX_{WR}$ sono quozienti note.

NF si riduce a $NF = NF(Z_s)$.

De costantare permette avere 4 parametri:

NF_{min} : cifra di rumore minima

κ_m : coefficiente adimensionale ($R_m = \kappa_m \cdot Z_0$)

M_{SON} : $M_{SUPRIMUH NOISE}$

$$NF(M_s) = NF_{min} + \frac{4\kappa_m |M_s - M_{SON}|^2}{(1 - |M_s|^2) |1 + M_{SON}|^2}$$

$$\begin{cases} NF_{min} \in \mathbb{R} \\ \kappa_m \in \mathbb{R} \\ M_{SON} \in \mathbb{C} \end{cases}$$

Troncare e' insieme dei M_s : $NF(M_s) = \overline{NF}$

$$\frac{(\overline{NF} - NF_{min}) |1 + M_{SON}|^2}{4\kappa_m} = \frac{|M_s - M_{SON}|^2}{1 - |M_s|^2} = N_i$$

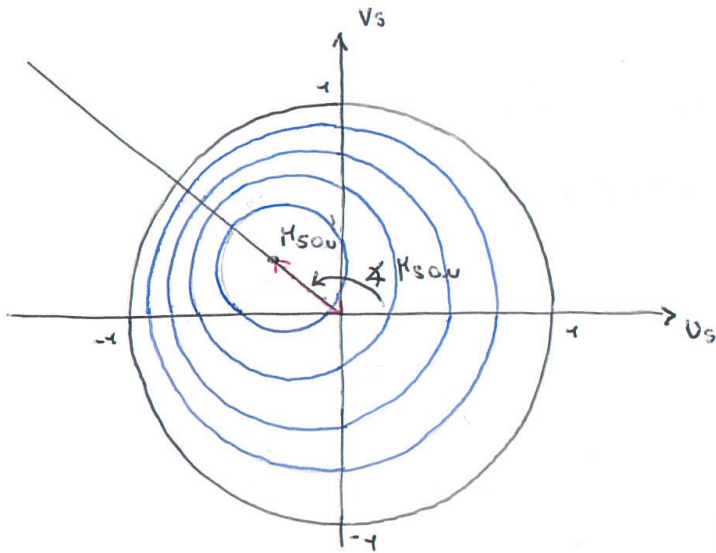
$$M_s = U_s + jV_s$$

$$M_{SON} = U_{SON} + jV_{SON}$$

Le M_s che soddisfanno $NF(M_s) = \overline{NF}$ sono disposti su una circonferenza che prende il nome di cerchio equi-rumore sul piano dei M_s .

$$C_i = \frac{M_{SON}}{1 + N_i}$$

$$\kappa_i = \sqrt{\frac{(1 + N_i) N_i - N_i |M_{SON}|^2}{(1 + N_i)^2}}$$



I centri \$C_i\$ stanno
tutti sulla retta
con $\angle M_{SOU}$.

Essendo $N_i > \phi$
 $\Rightarrow |C_i| < |M_{SOU}|$

C_i si trovano qui

$$M_S = M_{SOU} \Rightarrow NF = NF_{HIW}$$

$$\begin{cases} C_i = M_{SOU} \\ \angle_i = \phi \end{cases}$$

Se $NF \rightarrow \infty \Rightarrow C_i = \phi, \angle_i = \pm$

La circonferenza di Smith è la circonferenza
equi-moise per cui $NF \rightarrow \infty$ ($|M_S| = 1$).

il noise viene fornito:

$$NF_{50} = NF_{HIW} + \frac{4 \gamma_m |M_{SOU}|^2}{|1 + M_{SOU}|^2}$$

$$(M_S = \phi)$$

OSCILLATORI

Condizioni di Barkhausen:

$$\begin{cases} |BA|_{f=f_0} = 1 \\ \angle BA_{f=f_0} = \phi \end{cases}$$

In termini di impedenza equivalente a due, in uscita, che:

$$Z_{out} = -Z_L \Big|_{f=f_0}$$

In queste condizioni il sistema è in grado di autosostenere un'oscillazione in assenza di eccitazioni.

Espresso questa condizione in termini di T_{out} :

$$M_{out} = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} = \frac{-Z_L - Z_0}{-Z_L + Z_0} = \frac{Z_L + Z_0}{Z_L - Z_0} = \frac{1}{M_L}$$

In termini di coefficiente di riflessione, e' oscillazione si autosostiene se:

$$M_{out} = \frac{1}{M_L} \Big|_{f=f_0}$$

Orvero:

$$\begin{cases} |M_L M_{out}| = 1 \\ \angle M_L + \angle M_{out} = \phi \end{cases}$$

Condizioni di Backhausen all'immerso:

$$\begin{cases} |M_L \cdot M_{out}| = 1 \\ \angle M_L + \angle M_{out} = \phi \end{cases}$$

COROLLARIO:

$$\begin{cases} |M_L \cdot M_{out}| = 1 \\ \angle M_L = -\angle M_{out} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |M_S \cdot M_{in}| = 1 \\ \angle M_S = -\angle M_{in} \end{cases}$$

Un dato SSE è dispositivo \bar{e} non unilaterale.

Dimostrazione:

Posteponendo: $M_S M_{in} = 1 \Leftrightarrow M_L M_{out} = 1$

SSE è dispositivo \bar{e} non unilaterale.

$$M_{in} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} M_L}{1 - S_{22} M_L} = \frac{S_{11} - S_{11} S_{22} M_L + S_{12} S_{21} M_L}{1 - S_{22} M_L} = \frac{S_{11} - D M_L}{1 - S_{22} M_L}, \quad D = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$$

analogamente $M_{out} = \frac{S_{22} - D M_S}{1 - S_{11} M_S}$

Ipotesi $M_{in} \cdot M_S = 1$.

$$M_S = \frac{1}{M_{in}}$$

$$M_{out} = \frac{S_{22} - \frac{v}{M_{in}}}{1 - \frac{S_{11}}{M_{in}}} = \frac{S_{22} - D \cdot \frac{1 - S_{22} M_L}{S_{11} - D M_L}}{1 - S_{11} \cdot \frac{1 - S_{22} M_L}{S_{11} - D M_L}}$$

$$= \frac{S_{11} S_{22} - S_{22} D M_L - D + S_{22} D M_L}{S_{11} - D M_L - S_{11} + S_{11} S_{22} M_L} = \frac{S_{11} S_{22} - D}{S_{11} S_{22} M_L - D M_L} = \frac{1}{M_L}$$

È dimostrato che se: $M_S M_{in} = 1 \iff M_L \cdot M_{out} = 1$.

nel caso di unilaterale ($S_{12} = 0$) il risultato non sarebbe verificato.

Ho quindi dimostrato che, se le condizioni di backscattering sono verificate su IN lo sono anche su OUT.

COROLLARIO:

Se un dispositivo è I.S. in IN, lo è anche in OUT.

$$\text{I.S. in IN} \iff \text{I.S. in OUT.}$$

Dimostrazione:

$$(\forall M_S : |M_S| \leq 1 \Rightarrow M_{out} : |M_{out}| \leq 1)$$



$$(\forall M_L : |M_L| \leq 1 \Rightarrow M_{in} : |M_{in}| \leq 1)$$

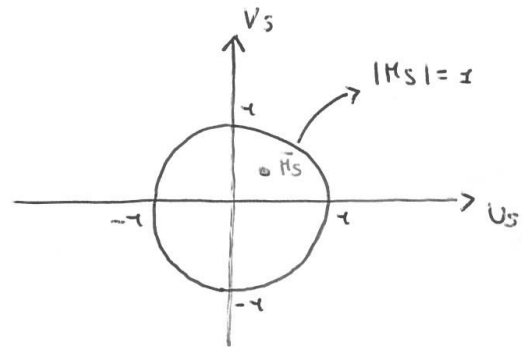
Dimostrazione:

Proprietà di immittanza la riflessione del carico:

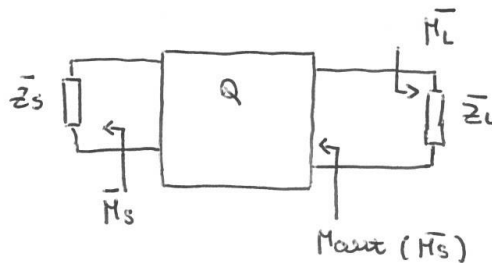
$$P.I. \text{ in } IN \Leftrightarrow P.I. \text{ in } OUT.$$

Ipotesi: dispositivo i.s. in IN.

$$\exists \bar{H}_s : |\bar{H}_s| \leq 1 \Rightarrow \text{Maut} : |\text{Maut}| \geq 1$$



$$\text{Maut} : |\text{Maut}(\bar{H}_s)| \geq 1$$



$$\bar{H}_L = \frac{1}{\text{Maut}(\bar{H}_s)}$$

Selezioniamo \bar{z}_s in modo da ottenere \bar{H}_s .

Selezioniamo \bar{z}_L in modo da ottenere $\bar{H}_L = \frac{1}{\text{Maut}(\bar{H}_s)}$

Essendo $|\text{Maut}| \geq 1 \Rightarrow |\bar{H}_L| \leq 1$.

ma, sotto queste condizioni, in uscita risulta

$$\bar{H}_L \cdot \text{Maut}(\bar{H}_s) = 1$$

che implica:

$$\bar{H}_s \cdot \text{Mim}(\bar{H}_L) = 1$$

Ricordando che $|M_S| \leq 1$ significa che:

$$|\text{Ker}(M_L)| \geq 1$$

In conclusione:

Se $\exists \bar{M}_S : |M_S| \leq 1 \Rightarrow |\overline{\text{Aut}}(M_S)| \geq 1$, allora

$$\exists \bar{M}_L : |M_L| \leq 1 \Rightarrow |\text{Ker}(M_L)| \geq 1$$

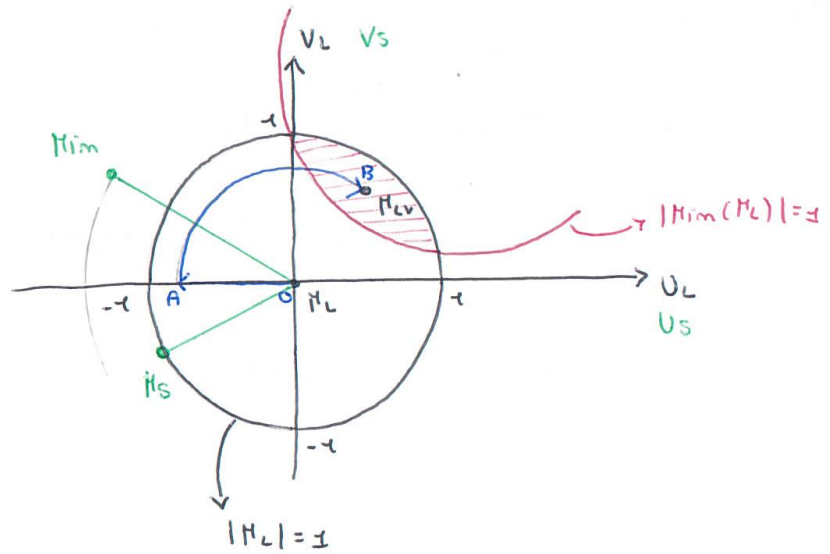
$$P.I. \text{ in } IN \Leftrightarrow P.I. \text{ in } OUT$$

COSTRUZIONE DI UN OSCILLATORE AL VARIARE DI Z_S
E Z_L SENZA IMPEDENZA A PONTE TRA IN ED OUT.

Supponiamo un dispositivo P.I. a $\phi = \phi_0$:

$$M_L = U_L + jV_L$$

$$|S_{11}| \ll 1$$



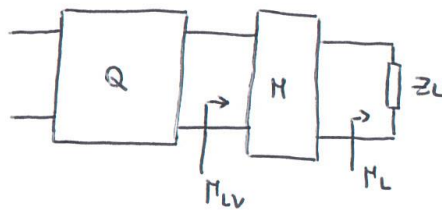
Supponendo:

$$Z_L = Z_0 = 50 \Omega$$

$$\Rightarrow M_L = 1$$

Trasferiamo quindi M_L in M_{LV} tramite:

- OA trasformatore $\lambda/4$;
- AB pezzo di linea;



Definito M_{LV} : $|M_{LV}| \leq 1 \Rightarrow M_{Im}$; $|M_{Im}| \geq 1$, e viceversa M_{Im}
e lo riporta nel piano dei M_S .

Mi preoccupo, quindi, di realizzare le condizioni
di Barkhausen sull'ingresso:

$$M_{Im} \cdot M_S = 1 \quad \Big| \quad f = f_0$$

Ornere :

$$\begin{cases} |M_{im} \cdot M_s| = 1 \\ \angle M_{im} + \angle M_s = \phi \end{cases}$$

$$M_s = U_s + jV_s$$

Risulta molto anche selettività

$$\begin{cases} |M_{im} \cdot M_s| > 1 \\ \angle M_{im} + \angle M_s = \phi \end{cases}$$

Siccome $|M_{im}| > 1$, può anche risultare $|M_s| < 1$
se fine di ottenere $|M_{im} \cdot M_s| = 1$.

→ Posso quindi scegliere Z_s passivo che soddisfi
questa condizione.

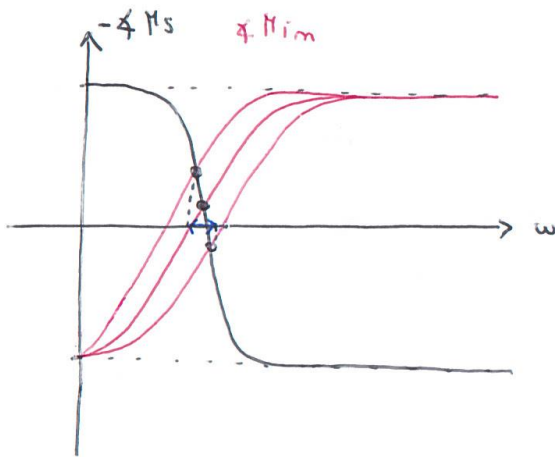
Scego però $M_s = |M_s| = 1$ per due motivi:
 $\angle M_s = -\angle M_{im}$

- 1) Verificare le condizioni di Barkhausen all'im-
messo con un certo margine;
- 2) realizzare un circuito puramente resistivo al
fine di non dissipare potenza.

v.B: Un circuito passivo, fornisce sempre un
coefficiente di riflessione Γ con $|\Gamma| \leq 1$.

Verifichiamo che, per $\omega = \omega_0$:

$$\begin{cases} \varphi_{Min} = -\varphi_{Ms} \\ \varphi_{Max} = -\varphi_{L} \end{cases}$$



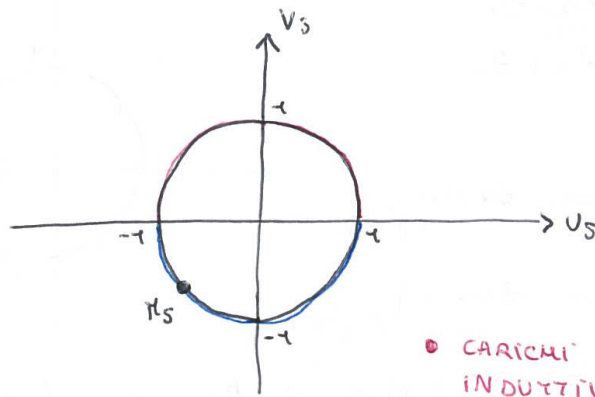
- oscillazioni della frequenza di oscillazioni a causa di perturbazioni del nostro φ_{Min}

È necessario che φ_{Ms} abbia un andamento molto rapido in corrispondenza di ω_0 , al fine di ottenere una buona accoppiatura di ω_0 .

OSCILLATORE A PARAMETRI CONCENTRATI

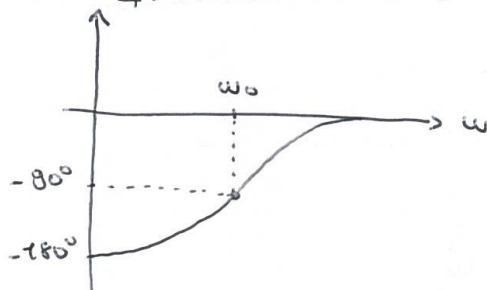
Suppongo di avere
 un'attenuazione quadrata M_s .

$$M_s = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} = \frac{\frac{1}{j\omega_0 C} - Z_0}{\frac{1}{j\omega_0 C} + Z_0}$$



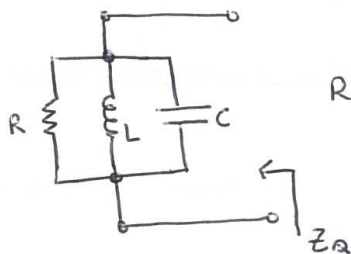
- CARICHI INDUTTIVI
- CARICHI CAPACITIVI

Com'è fatta $\angle M_s$ nel caso considerato?



$$\omega_0 = \frac{1}{Z_0 C}$$

Scego adesso un gruppo LC:



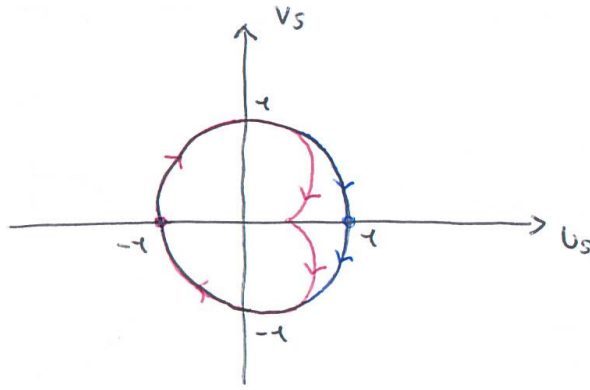
R dovuta alle perdite

Cosa fa M_s in questo caso?

$$M_s = \frac{z_a - z_0}{z_a + z_0}$$

• M_s con $z_a = R$ | $f = f_0$

• M_s con $z_a = \infty$ | $f = f_0$

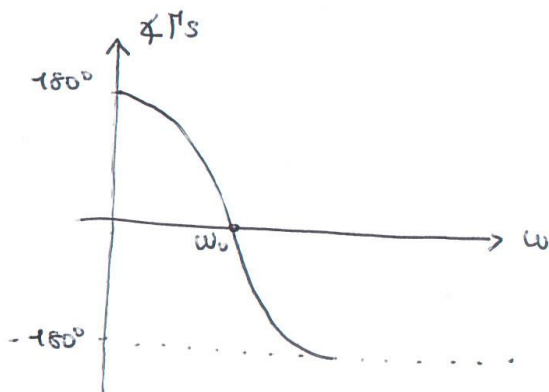


$f \rightarrow \phi \Rightarrow z_a = \phi \Rightarrow M_s = -1$ ($\phi M_s = 180^\circ$)

alle basse frequenze il carico è induttivo.

$f = f_0 \Rightarrow z_a = R$, Se $R \rightarrow \infty \Rightarrow M_s = 1$ •

alle alte frequenze il carico è capacitivo.



N.B. La fase scende tanto più velocemente quanto più elevato è il Q.

DISPOSITIVI PASSIVI

Un dispositivo passivo è un dispositivo in cui

$$P_{im} \geq P_{out}$$

ci occupiamo, spesso, di dispositivi passivi

($P_{im} \geq P_{out}$), non dissipativi ($P_{im} = P_{out}$), reciproci ed adattati.

Funzione di questi oggetti:

- introduzione di un ritardo specifico;
- divisione della potenza proveniente da una sorgente su due vie;
- combinazione della potenza proveniente da due sorgenti su una via;
- Realizzazione di funzioni analoghe a quella di un BALUN;

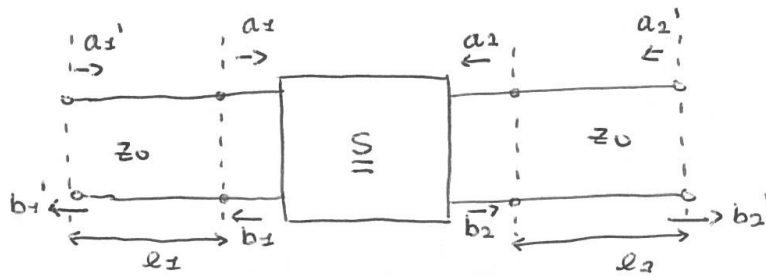
TRASLAZIONE DEI PIANI DI RIFERIMENTO

Consideriamo un dispositivo caratterizzato da una certa matrice \underline{S} .

Prevedo ad ogni porta degli operatori di linea di impedenza Z_0 e lunghezza l .

nel caso di un due porte:

Z_0 è l'impedenza di normalizzazione della rete a porte.



Com'è definita la matrice S' del quadrupolo risultante?

$$\underline{b}' = \underline{S}' \cdot \underline{a}'$$

$$a_1 = a_1' e^{-\gamma \beta l_1}$$

$$a_2 = a_2' e^{-\gamma \beta l_2}$$

$$b_1' = b_1 e^{-\gamma \beta l_1}$$

$$b_2' = b_2 e^{-\gamma \beta l_2}$$

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix} \cdot \underline{a}'$$

$$\underline{b}' = \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix} \cdot \underline{b}$$

$$\underline{b}' = \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix} \cdot \underline{S} \cdot \underline{a} = \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix} \cdot \underline{S} \cdot \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix} \underline{a}'$$

$$\underline{S}' = \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix} \cdot \underline{S} \cdot \begin{pmatrix} e^{-\gamma \beta l_1} & \emptyset \\ \emptyset & e^{-\gamma \beta l_2} \end{pmatrix}$$

Questa proprietà è nota come: Proprietà di traslazione dei piani di riferimento.

Esempio :

$$l_1 = l_2 = \frac{\lambda}{4}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \beta \cdot l_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$e^{-j\beta l_1} = e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$$

$$\underline{\underline{S}}' = \begin{pmatrix} -j & \phi \\ \phi & -j \end{pmatrix} \cdot \underline{\underline{S}} \cdot \begin{pmatrix} -j & \phi \\ \phi & -j \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -j & \phi \\ \phi & -j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -j S_{11} & -j S_{12} \\ -j S_{21} & -j S_{22} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -S_{11} & -S_{12} \\ -S_{21} & -S_{22} \end{pmatrix} = - \underline{\underline{S}}$$

Proprietà di dispositivi conservativi (passivi e non dissipativi) :

La potenza entrante dalla parte di ingresso è pari alla potenza uscente dalla parte di uscita.

Posso scrivere :

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (|a_i|^2 - |b_i|^2) = \phi$$

m: numero di porte

$$\sum_{i=1}^m |a_i|^2 = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_m^2 = \underline{a}^T \cdot \underline{a}^* = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} [a_1^* \ a_2^* \ \dots \ a_m^*]$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^m |a_i|^2 = \sum_{i=1}^m |b_i|^2 \rightarrow \underline{a}^T \cdot \underline{a}^* = \underline{b}^T \cdot \underline{b}^*$$

$$\underline{b}^T = [\underline{S} \cdot \underline{a}]^T \rightarrow \underline{a}^T \cdot \underline{a}^* = [\underline{S} \cdot \underline{a}]^T \cdot b^*$$

$$\underline{a}^T \cdot \underline{a}^* = \underline{a}^T \cdot \underline{S}^T \cdot b^*$$

$$\underline{a}^T \cdot \underline{a}^* = \underline{a}^T \cdot \underline{S}^T \cdot \underline{S}^* \cdot \underline{a}^*$$

Per soddisfare il esercizio è dunque necessario

che: $\underline{S}^T \cdot \underline{S}^* = \underline{1}$ (MATRICE IDENTICA)

Un dispositivo è conservativo sse:

$$\underline{S}^T \cdot \underline{S}^* = \underline{1}$$

Esempio:

$$n=3$$

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{S}^T \cdot \underline{S}^* &= \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11}^* & S_{12}^* & S_{13}^* \\ S_{21}^* & S_{22}^* & S_{23}^* \\ S_{31}^* & S_{32}^* & S_{33}^* \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

In particolare:

$$1 = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2$$

$$1 = |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{32}|^2$$

$$1 = |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2$$

Orbene, la norma di ciascunettore è l'identità.

$$\phi = S_{11} \cdot S_{12}^* + S_{21} \cdot S_{22}^* + S_{31} \cdot S_{32}^*$$

$$\phi = S_{11} \cdot S_{13}^* + S_{21} \cdot S_{23}^* + S_{31} \cdot S_{33}^*$$

$$\phi = S_{12} \cdot S_{11}^* + S_{22} \cdot S_{21}^* + S_{32} \cdot S_{31}^*$$

$$\phi = S_{12} \cdot S_{13}^* + S_{22} \cdot S_{23}^* + S_{32} \cdot S_{33}^*$$

$$\phi = S_{13} \cdot S_{11}^* + S_{23} \cdot S_{21}^* + S_{33} \cdot S_{31}^*$$

$$\phi = S_{13} \cdot S_{12}^* + S_{23} \cdot S_{22}^* + S_{33} \cdot S_{32}^*$$

Se un dispositivo è adattato e reciproco:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \phi & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & \phi & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & \phi \end{pmatrix}$$

Se è anche conservativo:

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1$$

$$S_{13} \cdot S_{23}^* = \phi$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 = 1$$

$$S_{12} \cdot S_{23}^* = \phi$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1$$

$$S_{12} \cdot S_{13}^* = \phi$$

Supponiamo $S_{13} = \phi$:

$$|S_{12}| = 1 \rightarrow S_{23}^* = \phi \rightarrow |S_{13}| = 1$$

In conclusione: NON ESISTONO DISPOSITIVI ADATTATI, RECIPROCI E CONSERVATIVI.

Se un dispositivo è adattato:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \phi & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & \phi & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & \phi \end{pmatrix}$$

Se è anche conservativo:

$$|S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 = 1 \quad S_{31} \cdot S_{32}^* = \phi$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{32}|^2 = 1 \quad S_{24} \cdot S_{23}^* = \phi$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad S_{12} \cdot S_{13}^* = \phi$$

Supponiamo $S_{31} = \phi$:

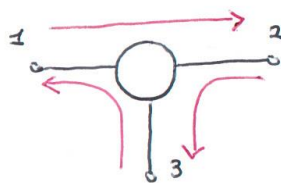
$$|S_{21}| = 1 \rightarrow S_{23}^* = \phi \rightarrow |S_{13}| = 1 \rightarrow S_{12} = \phi \rightarrow |S_{32}| = 1$$

Risulta:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \phi & \phi & 1 \\ 1 & \phi & \phi \\ \phi & 1 & \phi \end{pmatrix}$$

N.B: al posto di 1 potremmo anche avere $e^{j\varphi}$,
in quanto $|e^{j\varphi}| = 1$.

Questa è la matrice \underline{S} di un dispositivo
detto CIRCOLATORE.



Supponiamo di entrare sulla porta 1 e di chiudere 2 e 3 su \mathbb{Z}_0 :

$$S_{11} = \frac{V_1}{V_1} \Big|_{a_2, a_3 = \emptyset} = 1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_1$$

$$S_{31} = \frac{V_3}{V_1} \Big|_{a_2, a_3 = \emptyset} = \emptyset \quad \Rightarrow \quad 3 \text{ \u00e9 perfettamente isolata da } 1.$$

Supponiamo di entrare sulla porta 2 e di chiudere 1 e 3 su \mathbb{Z}_0 :

$$S_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{a_1, a_3 = \emptyset} = \emptyset \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ isolata da } 2$$

$$S_{32} = \frac{V_3}{V_2} \Big|_{a_1, a_3 = \emptyset} = 1 \quad \Rightarrow \quad V_3 = V_2$$

Supponiamo di entrare sulla porta 3 e di chiudere 1 e 2 su \mathbb{Z}_0 :

$$S_{13} = \frac{V_1}{V_3} \Big|_{a_1, a_2 = \emptyset} = 1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_3$$

$$S_{23} = \frac{V_2}{V_3} \Big|_{a_1, a_2 = \emptyset} = \emptyset \quad \Rightarrow \quad 2 \text{ isolata da } 3.$$

Soluzioni esclusivamente valide in condizioni di adattamento.

On termini di flusso di potenza:

Suppongo di entrare su 1 e di chiudere 2 e 3 su Z_0 .

$$P_{in1} = \frac{1}{2} \{ |a_1|^2 - |b_1|^2 \} = \frac{1}{2} |a_1|^2$$

↑
ADATTAMENTO

$$P_{out2} = \frac{1}{2} \{ |b_2|^2 - |a_2|^2 \} = \frac{1}{2} |b_2|^2$$

↑
ADATTAMENTO

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 + S_{23} a_3 = a_1$$

$$\rightarrow P_{out2} = \frac{1}{2} |a_1|^2$$

$$P_{out3} = \frac{1}{2} \{ |b_3|^2 - |a_3|^2 \} = \frac{1}{2} |b_3|^2$$

↑
ADATTAMENTO

$$b_3 = S_{31} a_1 + S_{32} a_2 + S_{33} a_3 = \emptyset$$

$$P_{out3} = \emptyset.$$

Chiudendo 2 su Z_x e 3 su Z_0 ($a_2 \neq \emptyset$)

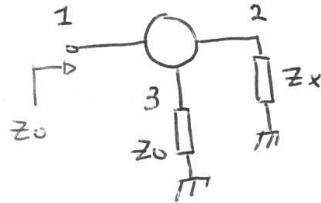
$$b_1 = \underset{\uparrow}{\emptyset} S_{11} a_1 + \underset{\uparrow}{\emptyset} S_{12} a_2 + \underset{\uparrow}{\emptyset} S_{13} a_3 = \emptyset$$

Qualunque impedenza mette su 1, da 1 vedo sempre Z_0 .

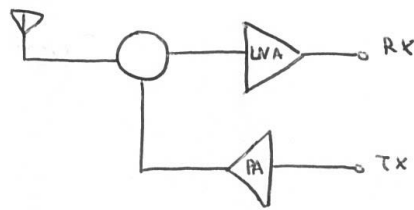
La potenza richiesta da 2 a causa di $Z_x \neq Z_0$ viene comunque su 3.

ISOLATORE

Circolatore a 3 porte che permette di vedere Z_0 su 1 qualsiasi carico sia connesso su 2 una volta che Z_0 è connesso su 3.



Altro uso del circolatore:



In realtà si ottengono isolamento di ≈ 20 dB.

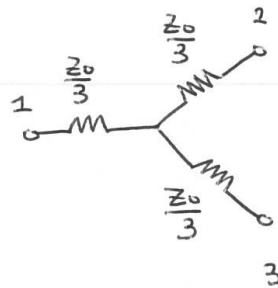
Otterremo isolamento se caso in cui si sommano alle reciproci, adesso otteniamo una conservatività:

Dispositivo non conservativo, reciproco e esattissimo

È facile verificare l'adattamento:

Se chiudo 2 e 3 su Z_0

da 1 vedo Z_0 .



$$S_{21} = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{a_2, a_3 = \phi}$$

$$V_2 = + \left(\frac{1}{2} \frac{V_1}{Z_0} \right) \cdot Z_0 = + \frac{1}{2} V_1$$

$$\rightarrow S_{21} = + \frac{1}{2}$$

Per cui:

$$S = \begin{pmatrix} \phi & +\frac{1}{2} & +\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} & \phi & +\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} & +\frac{1}{2} & \phi \end{pmatrix}$$

$$P_{\text{in}1} = \frac{1}{2} \left\{ |a_1|^2 - |b_1|^2 \right\} = \frac{1}{2} |a_1|^2$$

↑
ADATTAMENTO

$$P_{\text{out}2} = \frac{1}{2} \left\{ |b_2|^2 - |a_2|^2 \right\} = \frac{1}{2} |b_2|^2$$

↑
ADATTAMENTO

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 + S_{23} a_3 = -\frac{1}{2} a_1 - \frac{1}{2} a_3 = -\frac{1}{2} a_1$$

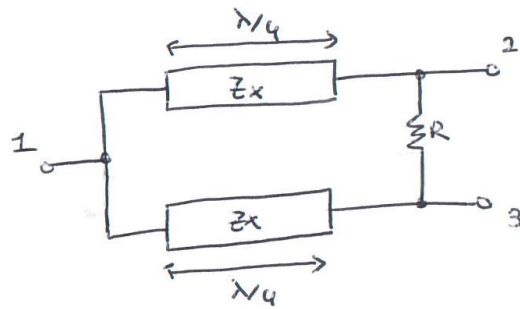
↑
 $S_{22} = \phi$ ↑
 $a_3 = \phi$

$$P_{\text{out}2} = \frac{1}{8} |a_1|^2$$

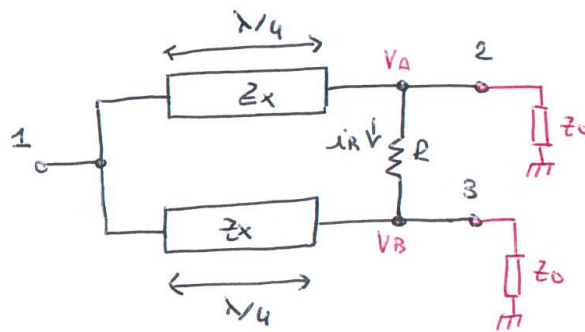
La potenza a_1 è ridotta di un fattore $\frac{1}{4}$ sulla porta 2.

$$P_{\text{out}3} = \frac{1}{8} |a_1|^2$$

ACCOPPIATORE / DIVISORE DI WILKINSON



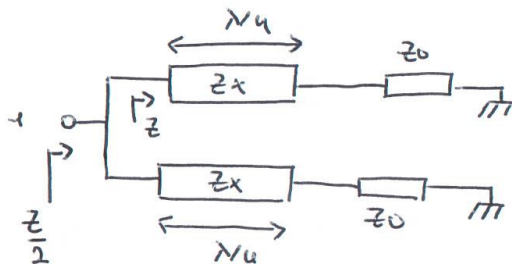
Dimensionamento di Z_x al fine di avere esattamente quello porta 1:



Chiudo la porta 2 e 3 su Z_0

a causa della simmetria $V_A = V_B \Rightarrow i_R = 0$.

R si comporta come un c.a.



$\Rightarrow \frac{Z}{2} = Z_0$ per avere esattamente.

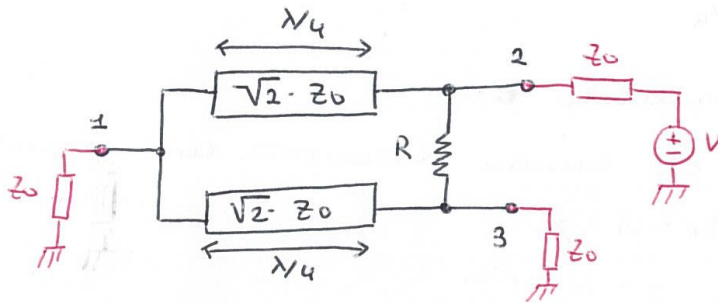
$$Z = Z_x \cdot \frac{Z_0 + j Z_x \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_x + j Z_0 \operatorname{tg}(\beta l)}, \quad \beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$Z = Z_x \cdot \frac{Z_x}{Z_0} = \frac{Z_x^2}{Z_0}$$

$$\frac{Z}{2} = Z_0 \Rightarrow \frac{Z_x^2}{2Z_0} = Z_0 \Rightarrow Z_x = \sqrt{2} \cdot Z_0$$

Da notare che l'adattamento su 1 è indipendente dal valore di R.

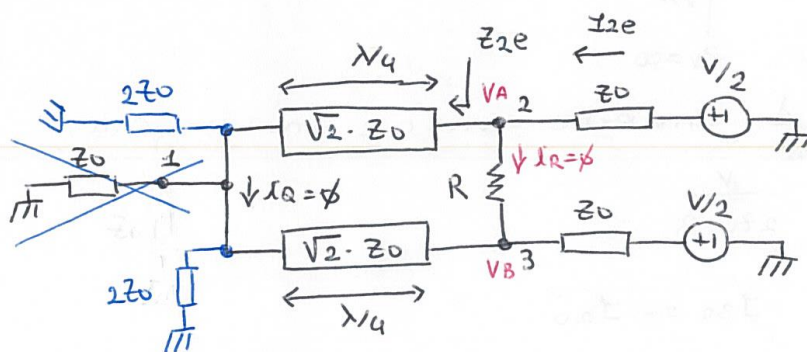
Dimensionamento di R se fare di avere adattamento sulla porta 2:



Alimenta il sistema con un generatore con V impedenza interna Z_0 e carico su porta 1 e 3 su Z_0 .

Scomposizione della eccitazione V :

Componente Pari:



A causa della simmetria del circuito: $V_A = V_B \Rightarrow IR = \phi$

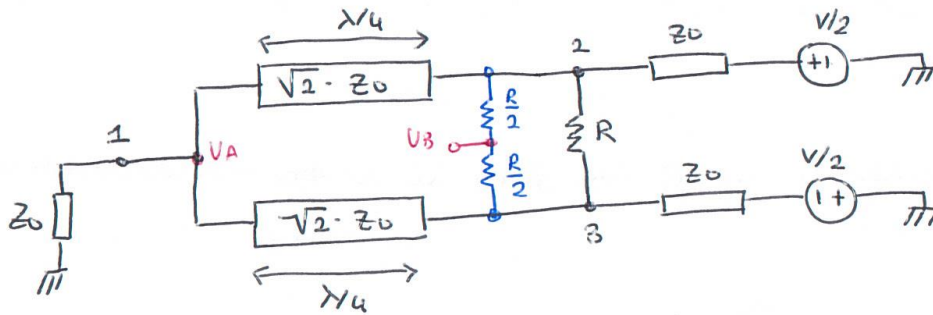
Scompone Z_0 in due componenti

A causa della simmetria del circuito: $I_Q = \phi$.

$$Z_{2e} = \frac{2 \cdot Z_0^2}{2 Z_0} = Z_0, \quad I_{2e} = \frac{V}{2} \cdot \frac{1}{2 Z_0} = \frac{V}{4 Z_0}$$

Insomma: $I_{3e} = I_{2e} = \frac{V}{4 Z_0}$

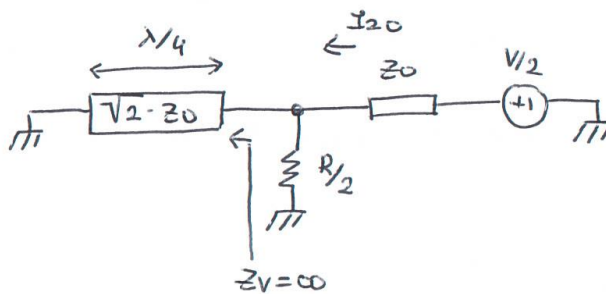
Componente dissipati:



Divido R in due contributi •

Data la simmetria del circuito associata con impedenze antisimmetriche: $V_A = V_B = \phi$

Risultato:



De trasformatore $\frac{\lambda}{4}$ convertito in c.c. in un c.a.

$$I_{20} = \frac{V}{2} \cdot \frac{1}{Z_0 + \frac{R}{2}} = \frac{V}{2Z_0 + R}$$

analogamente: $I_{30} = -I_{20}$

In definitiva:

$$I_2 = I_{2e} + I_{20} = \frac{V}{4Z_0} + \frac{V}{2Z_0 + R}$$

Se il dispositivo è adattato: $I_2 = \frac{V}{2Z_0}$

$$\text{Quindi: } \frac{V}{2Z_0} = \frac{V}{4Z_0} + \frac{V}{2Z_0 + R}$$

$$R = 2Z_0 \Rightarrow \frac{V}{2Z_0} = \frac{2V}{4Z_0} \quad \checkmark$$

$R = 2Z_0$ realizza l'adattamento sulla porta 2.

Se $R = 2Z_0$:

$$I_3 = I_{3e} + I_{3o} = \emptyset.$$

In conclusione :

Alimentando sulla porta 2, se la porta 1 e la porta 3 sono chiuse su Z_0 , da 2 vedo Z_0 (adattamento sulla porta 2).

La corrente che scorre nella porta 3 è nulla (Porta 3 isolata dalla porta 2).

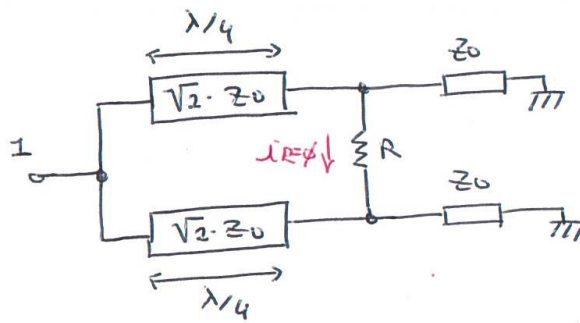
Matrice $\underline{\underline{S}}$

Il dispositivo è adattato e simmetrico (in quanto è costituito da una rete di soli R e linee di TX) :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \emptyset & \cdot & \cdot \\ \cdot & \emptyset & \cdot \\ \cdot & \cdot & \emptyset \end{pmatrix}$$

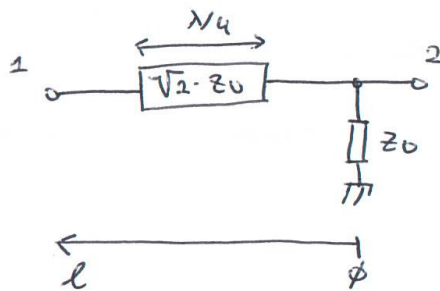
$$I_3 = \emptyset \Rightarrow S_{32} = \emptyset \Rightarrow S_{23} = \emptyset \quad \left(S_{32} = \frac{V_3}{V_2} \mid a_3, a_1 = \emptyset \right)$$

$$S_{21} = \frac{V_2}{V_1} \mid a_2, a_3 = \emptyset \quad (\text{Porta 2 e 3 chiuse su } Z_0)$$



la causa della simmetria: $R=Z_0$

Dunque:



Γ : coefficiente di riflessione a $l=\phi$.

$$V_1 = V^+ e^{j\beta l} + V^- e^{-j\beta l} = V^+ (e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l})$$

$$\Gamma = \frac{Z_0 - \sqrt{2} \cdot Z_0}{Z_0 + \sqrt{2} \cdot Z_0}, \quad \beta \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow V_1 = V^+ \left(j - \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \cdot j \right)$$

$$V_2 = V^+ (1 + \Gamma) = V^+ \left(1 + \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \right) \quad \leftarrow V_2 = V^+ e^{j\beta \phi} + V^- e^{-j\beta \phi} = V^+ + V^- = V^+ (1 + \Gamma)$$

$$V_1 = jV^+ \left(\frac{1 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \right) = jV^+ \cdot \frac{2\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

$$V_2 = V^+ \left(\frac{1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \right) = V^+ \frac{2}{1 + \sqrt{2}}$$

$$S_{21} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V^+ \cdot 2}{1 + \sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{jV^+ \cdot 2\sqrt{2}} = -\frac{j}{\sqrt{2}}$$

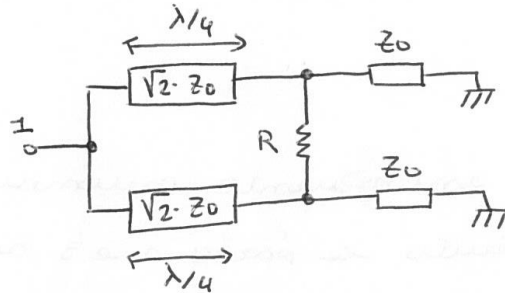
a causa della simmetria : $S_{21} = S_{31}$

a causa della reciprocità : $S_{21} = S_{12}$
 $S_{31} = S_{13}$

$$S = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi \\ 1 & \phi & \phi \end{pmatrix}$$

S indica un dispositivo adattato ma non conservativo (a causa della presenza di R).

UTILIZZO COME DIVISORE DI POTENZA



$$P_{im1} = \frac{1}{2} \left\{ |a_1|^2 - |b_1|^2 \right\} = \frac{1}{2} |a_1|^2$$

adattamento

$$P_{aut2} = \frac{1}{2} \left\{ |b_2|^2 - |a_2|^2 \right\} = \frac{1}{2} |b_2|^2$$

adattamento

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 + S_{23} a_3 = S_{21} a_1 = -\frac{j}{\sqrt{2}} \cdot a_1$$

$$P_{aut2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|a_1|^2}{2} = \frac{1}{2} P_{im1}$$

Analogamente : $P_{aut3} = \frac{1}{2} P_{im1}$

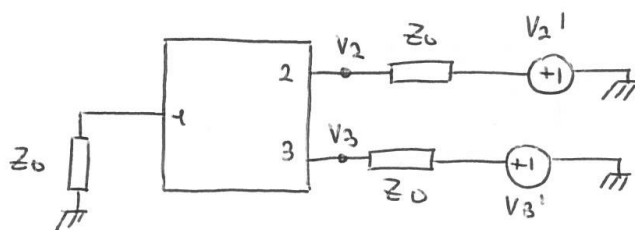
In queste condizioni la potenza in input è redistribuita in eguale modo sulle due porte di output senza perdite.

Siccome sulla porta 1 vedo Z_0 , riesco a sfruttare tutta la potenza disponibile di un generatore con impedenza interna Z_0 .

Alimentando sulla porta 1, a causa della simmetria del circuito, $i_R = 0$ e quindi il risultato ottenuto è indipendente dal valore di R .

R è assolutamente ininfluenza quando alimento sulla porta 1 e chiudo le porte 2 e 3 su due carichi uguali, non solo Z_0 .

UTILIZZO COME COMBINATORE DI POTENZA



Per il P.S.E.: $V_1 = V_1(V_2) + V_1(V_3)$

$$V_1(V_2) = V_{12}$$

$$V_1(V_3) = V_{13}$$

Calcolo di V_{12} :

Pongo $V_3' = \phi$.

a causa dell'adattamento, sulla porta 2 vedo Z_0 .

$$V_2 = V_2' / 2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = S_{21} = -\frac{j}{\sqrt{2}}, \text{ ma } S_{21} = S_{12} \text{ con } S_{12} = \frac{V_1}{V_2} = -\frac{j}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Quindi } V_{12} = S_{12} \cdot V_2 = S_{12} \cdot \frac{V_2'}{2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{V_2'}{2}$$

$$\text{Analogamente: } V_{13} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{V_3'}{2}$$

$$\text{Risulta perciò: } V_1 = V_{12} + V_{13} = -\frac{j}{2\sqrt{2}} (V_2' + V_3')$$

Se $V_2' = V_3' = V'$ (generatori uguali in modulo e fase)

$$\rightarrow V_1 = -\frac{j}{2\sqrt{2}} \cdot 2V' = -\frac{j}{\sqrt{2}} \cdot V'$$

$$P_{\text{out}1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|V_1|^2}{2Z_0} = \frac{|V_1|^2}{4Z_0}$$

$$P_{\text{aim}2} = \frac{|V_2|^2}{8Z_0}$$

$$P_{\text{aim}3} = \frac{|V_3|^2}{8Z_0}$$

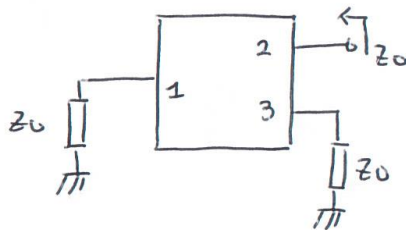
$$P_{\text{aim}} = P_{\text{aim}2} + P_{\text{aim}3} = \frac{|V_1|^2}{4Z_0}$$

$$P_{\text{out}1} = P_{\text{aim}}$$

Se $V_2' = -V_3'$ (generatori uguali in modulo e opposti in fase)

-> $V_1 = \emptyset$ da potenza viene tutta dissipata su R.

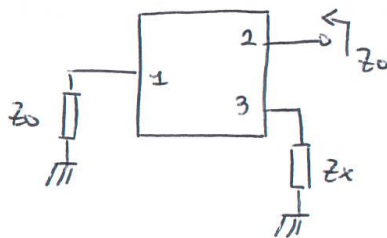
ANALISI DELL'ISOLAMENTO DELLA PORTA 3 DALLA PORTA 2



$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 + S_{23} a_3$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 \emptyset \emptyset \emptyset

$$= \emptyset$$



$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 + S_{23} a_3$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 \emptyset \emptyset \emptyset

$$= \emptyset$$

Qualunque sia il carico connesso alla porta 3, dalla porta 2 vedo sempre Z_0 .

ACCOUPLIATORE DIREZIONALE (AD)

Dispositivo a 4 Porte:

Dispositivo adattato e reciproco:

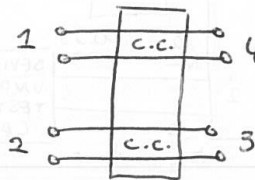
$$S = \begin{pmatrix} \emptyset & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & \emptyset & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & \emptyset & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & \emptyset \end{pmatrix}$$

Dispositivo conservativo:

Impone + 10 condizioni, da cui risultano 2 soluzioni:

Soluzione omale

$$S = \begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{pmatrix}$$



Accoppiatore Direzionale

Simmetrico

$$S = \begin{pmatrix} \emptyset & \alpha & j\beta & \emptyset \\ \alpha & \emptyset & \emptyset & j\beta \\ j\beta & \emptyset & \emptyset & \alpha \\ \emptyset & j\beta & \alpha & \emptyset \end{pmatrix}$$

$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

α, β sfasati di $\frac{\pi}{2}$

Antisimmetrico

$$S = \begin{pmatrix} \emptyset & \alpha & \beta & \emptyset \\ \alpha & \emptyset & \emptyset & -\beta \\ \beta & \emptyset & \emptyset & \alpha \\ \emptyset & -\beta & \alpha & \emptyset \end{pmatrix}$$

α, β in fase

Per avere conservatività:

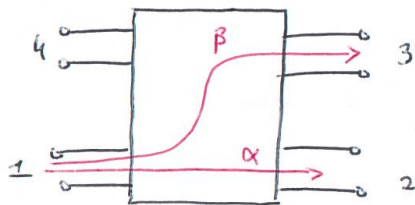
$$\alpha^2 + \beta^2 = 1$$

Per avere conservatività:

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1$$

Porta 1 e Porta 4 Isolate ($S_{14} = S_{41} = \emptyset$)

Porta 2 e Porta 3 Isolate ($S_{23} = S_{32} = \emptyset$)

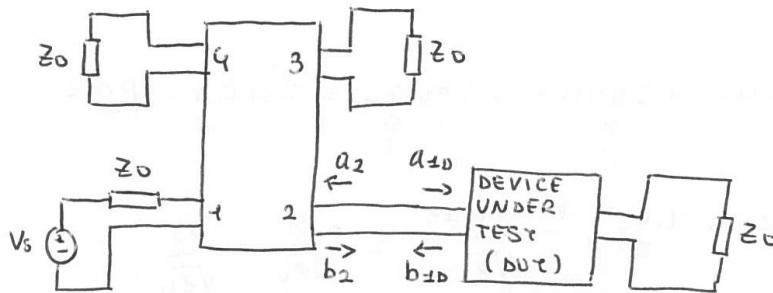


α : fattore di
attenuazione

β : fattore di
accoppiamento

$$S_{41} = \frac{b_4}{a_1} = \frac{V_4}{V_1} \Big|_{a_2, a_3, a_4 = \emptyset} = \emptyset$$

VNA (VECTOR NETWORK ANALYZER)



$$S_{11D} = \left. \frac{b_{1D}}{a_{1D}} \right|_{a_{2D}=\emptyset} = \left. \frac{a_2}{b_2} \right|_{a_{2D}=\emptyset}$$

$$b_1 = \alpha a_2 + \beta a_3 = \alpha a_2$$

$$b_2 = \alpha a_1 - \beta a_4 = \alpha a_1$$

$$b_3 = \beta a_1 + \alpha a_4 = \beta a_1$$

$$b_4 = -\beta a_2 + \alpha a_3 = -\beta a_2$$

$$\rightarrow S_{11D} = -\frac{b_4}{\beta} \cdot \frac{1}{\alpha a_1}$$

$$= -\frac{b_4}{\beta \cdot \alpha} \cdot \frac{\beta}{b_3} = -\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{b_4}{b_3}$$

$$S_{11D} = -\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{b_4}{b_3}$$

$$b_4 = \frac{V_4 - Z_0 I_4}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{2V_4}{2\sqrt{Z_0}}$$

$$b_3 = \frac{2V_3}{2\sqrt{Z_0}}$$

$$\Rightarrow S_{11D} = -\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{V_4}{V_3}$$

$$S_{21D} = \left. \frac{b_{2D}}{a_{1D}} \right|_{a_{2D}=\emptyset}$$

$$a_{1D} = b_2$$

$$b_{2D} = \frac{V_{2D} - Z_0 I_{2D}}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{2V_{2D}}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{V_{2D}}{\sqrt{Z_0}}$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 + S_{23} a_3 + S_{24} a_4 = S_{21} a_1$$

Considerando l'uso di un AD antisimmetrico:

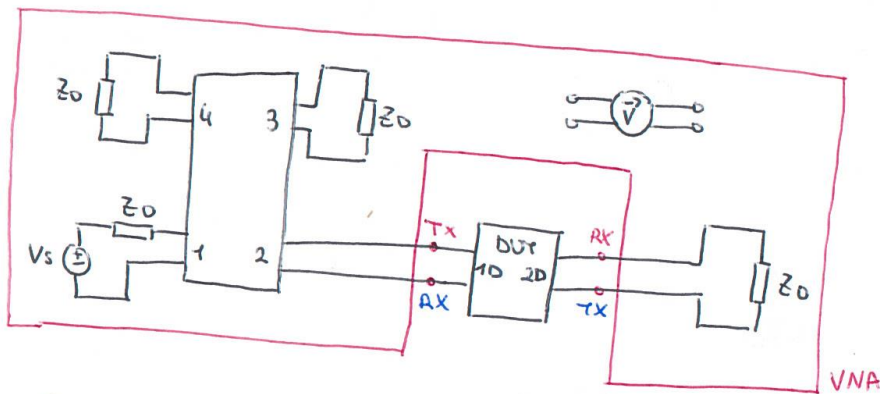
$$b_2 = \alpha a_1$$

$$b_3 = S_{31} a_1 + S_{32} a_2 + S_{33} a_3 + S_{34} a_4 = S_{31} a_1 = \beta a_1$$

$$\rightarrow a_1 = \frac{b_3}{\beta} \quad \text{con } b_3 = \frac{V_3 - Z_0 I_3}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{2V_3}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{V_3}{\sqrt{Z_0}}$$

$$S_{21D} = \left. \frac{b_{2D}}{b_2} \right|_{a_{2D}=\emptyset} = \frac{b_{2D}}{\alpha a_1} = \frac{b_{2D}}{\alpha} \cdot \frac{\beta}{b_3} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{V_{2D}}{V_3}$$

$$S_{21D} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{V_{2D}}{V_3}$$



S_{11D} , S_{21D} sono calcolati con la porta 2D chiusa su Z_0 .

Analogamente S_{22D} e S_{12D} sono calcolati con la porta 1D chiusa su Z_0 .

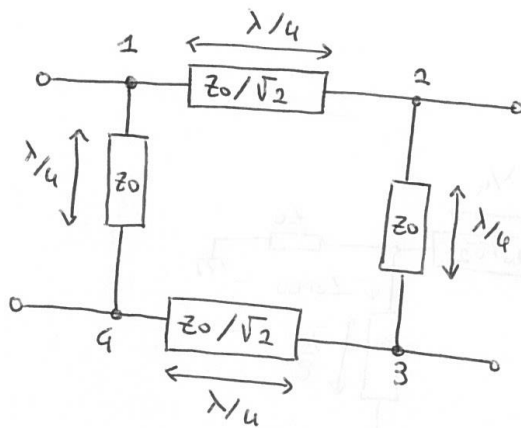
Un commutatore si occupa di invertire la porta RX con TX. ●

ACCOPIATORE DIREZIONALE (AD) IBRIDO

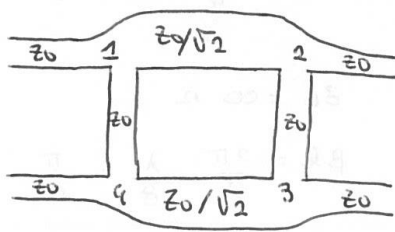
Simmetrico :

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \emptyset & \alpha & \emptyset & \emptyset \\ \alpha & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & \alpha \\ \emptyset & \emptyset & \alpha & \emptyset \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \emptyset & 1 & -j & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & -j \\ -j & \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & -j & 1 & \emptyset \end{pmatrix}$$

Realizzazione a microonde con tecnologia
BRANCH LINE

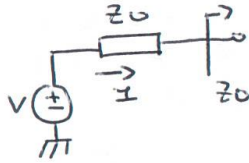


Realizzazione a microonde :



Verifica dell'adattamento alla porta 1.

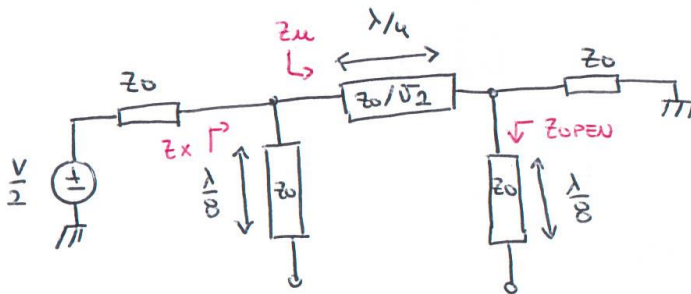
Se 1 è adattato:



$$I = \frac{V}{2Z_0}$$

Data la simmetria del circuito, scompone la sollecitazione in una componente pari ed una dispari;

Componente Pari:



N.B: nel centro della sezione della linea di impedenza Z_0 e lunghezza $\lambda/4$ risulta $I=0$.

$$Z_{OPEN} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + jZ_0 \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \operatorname{tg}(\beta l)}$$

$$= -jZ_0$$

$$Z_L = \infty \Omega$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_{OPEN} // Z_0 = \frac{-jZ_0 \cdot Z_0}{-jZ_0 + Z_0} = \frac{-jZ_0}{-j+1} = \frac{jZ_0}{j-1}$$

$$Z_M = \frac{Z_0^2}{2} \cdot \frac{j-1}{jZ_0} = \frac{Z_0(j-1)}{2j} = \frac{Z_0(j+1)}{2}$$

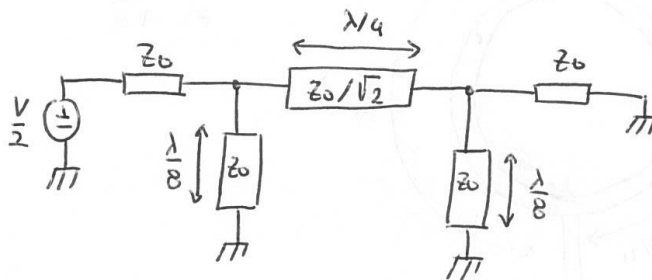
$$Z_x = Z_u // Z_{OPEN} = \frac{\frac{Z_0(\gamma+1)}{2} \cdot (-jZ_0)}{\frac{Z_0(\gamma+1)}{2} - jZ_0} = \frac{\frac{Z_0}{2}(\gamma-j)}{\frac{1}{2}(\gamma+j-2j)}$$

$$= \frac{Z_0(\gamma-j)}{\gamma-j} = Z_0$$

$$I_{re} = \frac{V}{2} / 2Z_0 = \frac{V}{4Z_0}$$

Analogamente risulta $I_{re} = I_{ue} = \frac{V}{4Z_0}$

Componente Dispari:



N.B: se entro dello spessore di linea di impedenza Z_0 e lunghezza $\frac{\lambda}{4}$ ho $V = \phi$.

Risulta: $I_{r0} = I_{re} = \frac{V}{4Z_0} \Rightarrow I_r = \frac{V}{2Z_0}$

$$I_{l0} = -I_{ue} \Rightarrow I_l = \phi$$

La porta 1 è adattata con carico Z_0 ed è isolata dalla porta 4.

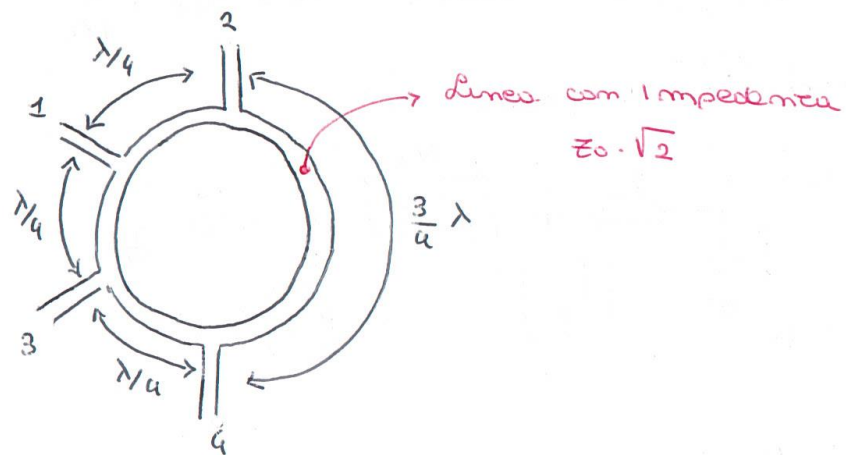
Data Z_0 simmetrica tutte le porte sono adattate e 2 è isolato da 3.

antisimmetrico:

$$S = \begin{pmatrix} \phi & \alpha & \beta & \phi \\ \alpha & \phi & \phi & -\beta \\ \beta & \phi & \phi & \alpha \\ \phi & -\beta & \alpha & \phi \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi & 1 & 1 & \phi \\ 1 & \phi & \phi & -1 \\ 1 & \phi & \phi & 1 \\ \phi & -1 & 1 & \phi \end{pmatrix}$$

Realizzazione a microonde con tecnologia

RAY RACE



Porta 4 isolata da Porta 1: il segnale entrante da 1 arriva sia in fase su 4 che in controfase.

Per gli stessi motivi: Porta 3 isolata da Porta 2.

Poniamo all'ingresso sulla porta 1 e chiudiamo la porta 2, 3, 4 su Z_0 :

$$P_{im1} = \frac{1}{2} |a_1|^2$$

$$P_{out2} = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{24} a_4 = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1 + \frac{j}{\sqrt{2}} a_4 = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1$$

$$P_{out2} = \frac{1}{2} \frac{|a_1|^2}{2} = \frac{1}{2} P_{im1}$$

$$P_{out3} = \dots = \frac{1}{2} P_{im1}$$

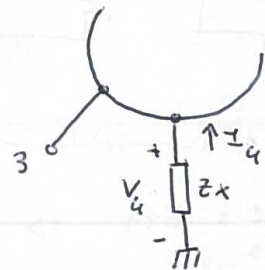
In questa modalità, tale oggetto si comporta come un divisore di Wilkinson P_{im1} si riparte in maniera equa tra la porta 2 e 3.

Le uscite 2 e 3 sono in fase tra di loro e separate di $\frac{\pi}{2}$ da ingresso 1.

Supponiamo la porta 4 chiusa su $Z_x \neq Z_0$:

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2 + S_{13} a_3 + S_{14} a_4 = 0$$

Anche se la porta 4 è chiusa su $Z_x \neq Z_0$, sulla porta 1 vedo Z_0 .



P_{ex} quanto vale in queste condizioni?

$$b_u = S_{u1} a_1 + S_{u2} a_2 + S_{u3} a_3 + S_{u4} a_4 = \phi$$

\uparrow
 ϕ
 \uparrow
 ϕ
 \uparrow
 ϕ
 \uparrow
 ϕ

$$b_u = \frac{V_u - Z_0 I_u}{2 \sqrt{Z_0}} = \phi \Rightarrow V_u = Z_0 I_u \Leftrightarrow V_u = -Z_x I_u$$

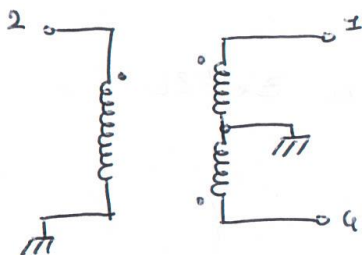
Da cui risulta $Z_0 I_u = -Z_x I_u$

Siccome $Z_0 \neq Z_x \Rightarrow I_u = \phi \Rightarrow P_{zx} = \phi$.

Sulla porta 4 non viene conservata dissipata potenza.

Comportamento come accoppiatore di Wilkinson:
 Impresso su porta 2 e 3 posso conservare la potenza sulla porta 1, ma deve essere chiusa la porta 4 chiusa su Z_0 .

Realizzazione di UNBAL:



Impresso sulla porta 2, porta 1, 3, 4 chiuse su Z_0 .

In queste condizioni:

$$\frac{V_1}{V_2} = S_{12} \Rightarrow V_1 = -\frac{j}{\sqrt{2}} V_2$$

$$\frac{V_4}{V_2} = S_{42} \Rightarrow V_4 = \frac{j}{\sqrt{2}} V_2$$

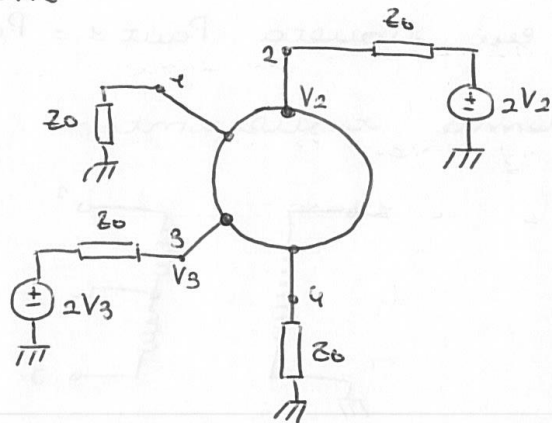
V_1 e V_4 risultano dunque essere in opposizione
 di fase tra loro \rightarrow P_0 attenuato una coppia
 bilanciata di segnali a partire da un segnale
 sbilanciato.

Funzionamento a due ingressi:

Partite da una coppia di segnali e sommate
 la loro potenza su un'unica porta di out.

Ingresso su porta 2 e 3 con
 generatori adattati.

Carico su porte 1 e 4
 su Z_0 .



P.S.E.

$$2V_3 = \phi$$

\Rightarrow Da 2 nodo Z_0 e dunque \bullet

$$-V_2 = \phi$$

\Rightarrow Da 3 nodo Z_0 e dunque \bullet

$$V_1 = S_{12} V_2 + S_{13} V_3 = -\frac{3}{\sqrt{2}} (V_2 + V_3)$$

$$V_4 = S_{42} V_2 + S_{43} V_3 = -\frac{3}{\sqrt{2}} (-V_2 + V_3)$$

Porta 1 \equiv Porta Somma.

Porta 4 \equiv Porta Differenza.

amplifici del risultato ottenuto:

$$P_{A2} = \frac{4V_{2H}^2}{8Z_0}, \quad P_{A3} = \frac{4V_{3H}^2}{8Z_0}$$

$$1) V_2 = V_3$$

$$V_u = \phi \Rightarrow P_{aut u} = \phi$$

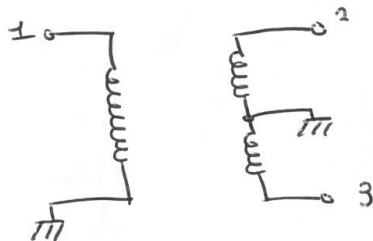
$$V_{2H} = V_{3H} = V_H$$

$$\Rightarrow P_{aut \pm} = \frac{1}{2} \frac{V_{1H}^2}{Z_0} = \frac{1}{2Z_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 V_H^2 = \frac{V_H^2}{Z_0}$$

$$P_{aim 2} = \frac{V_H^2}{2Z_0}, \quad P_{aim 3} = \frac{V_H^2}{2Z_0}$$

$$\text{Da cui risulta } P_{aut \pm} = P_{aim 2} + P_{aim 3}$$

Schema risultante:



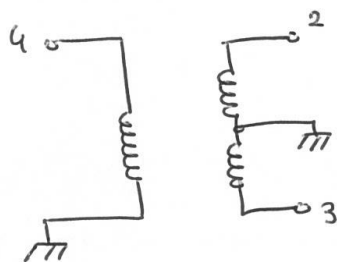
a partire da due generatori adattati in fase tra loro, si ho portati ad erogare P_{MAX} su una porta di OUT.

$$2) V_2 = -V_3$$

$$P_{aut u} = \phi$$

$$P_{aut u} = P_{aim 2} + P_{aim 3}$$

Schema risultante:

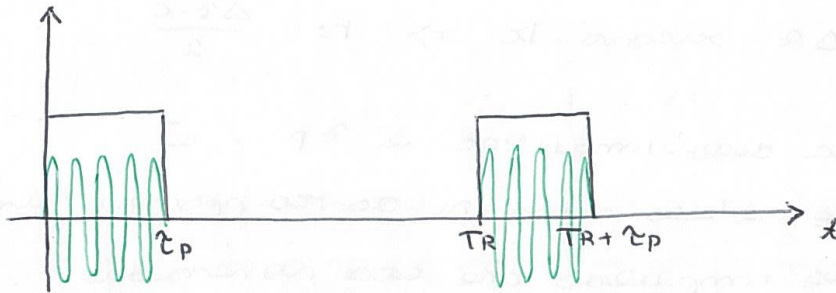


a partire da due generatori adattati in controfase, si ho portati ad erogare P_{MAX} su una porta di OUT.

RADAR

RADAR PULSATI

Un generatore genera un impulso rettangolare che viene amplificato, diretto da un'antenna e irradiato.



τ_p : durata impulso

TA: Repetition time $f_R = \frac{1}{T_R}$ (100 MHz \approx 10 GHz)

Una versione successiva prevedeva la sostituzione di un impulso rettangolare con una sinusoidale a frequenza elevata.

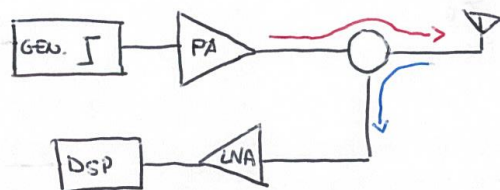
Parametri della durata τ_p :

d_{min} : Raggio arco

Distanza al di sotto della quale non riesce a superare la presenza di un ostacolo.

Il raggio che il mio impulso fa in un tempo ad andare e tornare indietro e tornare indietro.

Schema di un radar pulsatil:



r : distanza bersaglio

Δt : ritardo impulso

$$\Delta t = \frac{2r}{c}$$

c : velocità della luce.

misurando Δt si trova $r \Rightarrow r = \frac{\Delta t \cdot c}{2}$

Se la durata dell'impulso è τ_p , è necessario che l'eco non si sovrapponga in antenna con l'impulso che sta venendo irradiato.

ovvero: $\frac{2d_{MAX}}{c} \geq \tau_p$

d_r : risoluzione tra due bersagli

gli eco di due bersagli devono essere distinguibili.

ovvero: $\frac{2d_r}{c} \geq \tau_p$

ambiguità della durata T_R :

d_{MAX} : distanza massima dalla quale può provenire un eco osservabile.

$$\frac{2d_{MAX}}{c} \leq T_R$$

$$\frac{T_R}{\epsilon_P} = \frac{d_{MAX}}{d_{MIN}}$$

o al limite :

$$\frac{T_R}{\epsilon_P} = \frac{d_{MAX}}{d_r}$$

$$\text{Se } d_{MAX} = 10 \text{ km}, \quad d_r = 10 \text{ m} \Rightarrow \frac{T_R}{\epsilon_P} = 1000.$$

Se la potenza media del segnale è $\bar{P} = 1 \text{ W}$,
la potenza istantanea è $P_{IST} = \bar{P} \cdot 1000 = 1 \text{ kW}$.

Per avere SAR accettabile deve prevedere potenze
di picco elevate.

Questa è una limitazione notevole in
quanto è necessaria un'elettronica molto
performativa.

Inoltre per discriminare due bersagli distanti
 d_r , il DSP deve campionare il segnale ad un
intervallo a $f_{DSP} = 2 \cdot \frac{1}{\epsilon_P}$.

RADAR CONTINUOUS WAVE

Questo radar non genera un impulso ma un'onda continua a frequenza fissa o variabile.

Equazione del Radar:

$$P_{ARX} = P_{TX} \cdot \frac{G_{RX} \cdot G_{TX} \cdot \sigma \cdot \lambda^2}{(4\pi)^3 \cdot R^4}$$

P_{ARX} : potenza disponibile in antenna

P_{TX} : potenza trasmessa

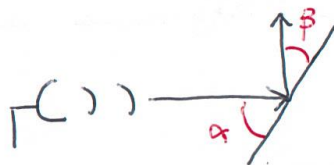
G_{RX} : guadagno di ricevitore

G_{TX} : guadagno di trasmettitore

σ : Radar cross section

R : distanza bersaglio

Trasparenza al Radar:



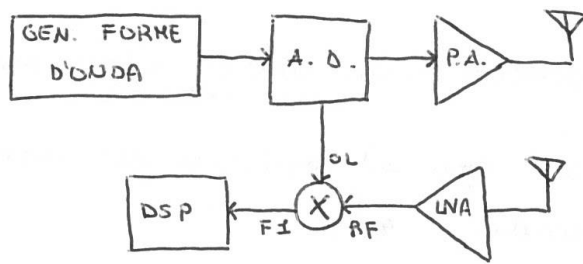
Se la superficie
rispettivamente è liscia

$$\Rightarrow \alpha = \beta$$

non c'è riflessione nella direzione dell'antenna.

Il Radar CW riesce a dare informazioni sulla distanza e/o sulla velocità di un bersaglio.

Schema di un radar CW:



RADAR CW DOPPLER

Questo radar emette una f fissa e tramite l'effetto doppler riesce a misurare la velocità di un bersaglio

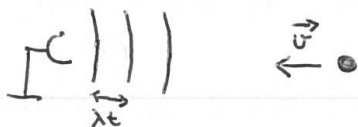
Effetto Doppler: Fenomeno che prevede la variazione della f rispetto a quella trasmessa se l'onda entra in contatto con un bersaglio che si muove.

Supponiamo che il bersaglio si muova in direzione dell'antenna.

$$\Delta f_D = f_r \cdot \frac{2V_{ANT}}{c}$$

$$\Delta f_D = f_r - f_T$$

V_{ANT} : velocità bersaglio in direzione dell'antenna.



a $t = \phi$: il bersaglio impatta col fronte d'onda #1.

A causa di questo impatto si genera un'onda riflessa che si muove verso l'antenna.

L'onda riflessa si muove a velocità c ; dopo

$\Delta t = \frac{\lambda t}{c+v}$ un nuovo fronte d'onda impatta con

il osservatore e si genera un'onda riflessa.

Δt : tempo che intercorre tra l'impatto del osservatore con due fronti d'onda.

Quanto distano i due fronti dopo la collisione del osservatore?

$$\lambda_R = c \cdot \Delta t - v \cdot \Delta t = \Delta t (c - v) = \frac{\lambda t}{c+v} (c - v)$$

λ_R : distanza tra i due fronti riflessi

f_R : frequenza riflessa

$$f_R = \frac{c}{\lambda_R} = c \cdot \frac{1}{\lambda t} \cdot \frac{c+v}{c-v} = f_t \cdot \frac{c+v}{c-v}$$

$$\Delta f_D = f_R - f_t = f_t \left(\frac{c+v}{c-v} - 1 \right) = f_t \cdot \frac{2v}{c-v}$$

Δf_D molto piccolo $c \gg v$.

$$\text{Se } v = 1 \text{ m/s e } f_t = 10 \text{ kHz} \Rightarrow \Delta f_D = 66 \text{ Hz}$$

Ponendo in ingresso al mixer un filtro a banda pass larga e selezionare la banda di freq. che mi interessa riducendo la potenza di rumore.

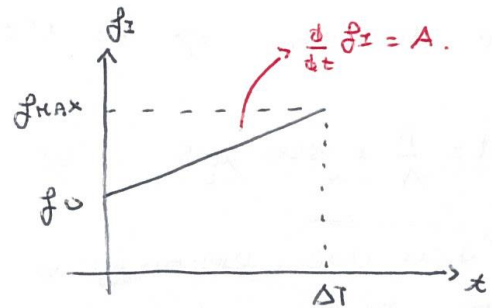
La differenza del rumore prescelto, qui è solo: selezione del segnale è fatta in banda base.

RADAR CW FMCW

L'architettura è la stessa del RADAR DOPPLER ma il generatore genera un frequenza portante che linearmente col tempo.

$$f_I(t) = f_0 + A \cdot t$$

$$f_{MAX} - f_0 = B.$$



$$[A] = \text{s}^{-2}$$

Con il bersaglio fermo:

$$f_R(t) = f_0 + A(t - \tau)$$

τ : tempo necessario alla radiazione per raggiungere il bersaglio e tornare indietro

$$f_{FI} = f_I(t) - f_R = A \cdot \tau$$

$$\tau = \frac{2d}{c}$$

Il segnale $f_{FI}(t)$ viene campionato e poi analizzato sui bersagli a distanza diversa facendo f_{FI} diverse, da cui è possibile ricavare informazioni sulla posizione.

Campiono il segnale ricevuto per Δt .

$\Delta f = \frac{1}{\Delta t}$: distanza tra le varie righe nello spettro campionato.

d_r : distanza tra due bersagli minima

$$\Delta f \leq A \cdot \frac{2d_r}{c}$$

$$B = f_{\text{MAX}} - f_0 = \Delta t \cdot A \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{B}{A}$$

$$\frac{A}{B} \leq A \cdot \frac{2dr}{c} \quad \Rightarrow \quad B \geq \frac{c}{2dr}$$

$$\text{Se } dr = 1 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad B = 150 \text{ KHz.}$$

$$\Delta t = \frac{B}{A} = 300 \mu\text{s} \quad \text{se } A = 5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-2}$$

L'eco del bersaglio deve raggiungere l'antenna, ma ricomincia prima della fine dello sweep frequenziale.

$$\gamma_{\text{MAX}} \leq \Delta t \quad \Rightarrow \quad d_{\text{MAX}} = \frac{B}{A} \cdot \frac{c}{2}$$

$$d_{\text{MAX}} \sim 45 \text{ Km}$$

Parametri caratteristici:

$$\text{SWR} = 10, \quad \text{NF} = 6 \text{ dB}$$

$$f_0 = 10 \text{ GHz} \quad \rightarrow \quad \lambda = 3 \text{ cm}$$

$$\sigma = 4 \text{ m}^2$$

$$R = 1 \text{ m}$$

$$G_{\text{TX}} = G_{\text{RX}} = 10.$$

$$P_{\text{RX}} = P_{\text{TX}} \cdot 4,5 \cdot 10^{-5}$$

N: Potenza summa in INPUT

$$N = kT \text{ NF } \Delta f = 5,5 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

$$\text{con } \Delta f = \frac{1}{\Delta t} = 3333 \text{ Hz}$$

$$P_{RX} = S_{UR} \cdot A = 5,5 \cdot 10^{-12} \text{ W.}$$

$$P_{TX} = 10^{-14} \text{ W.}$$

$$P_{TX} \Big|_{R=10 \text{ cm}} = 10^{-7} \text{ W.}$$

$$P_{TX} \Big|_{R=1 \text{ km}} = 10 \text{ W.}$$