

ELETTRONICA ANALOGICA

[Fotocopie di Appunti PARTE 4]

A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

PROFESSORE: Massimo Macucci (<http://unimap.unipi.it/cercapersone/dettaglio.php?ri=4342>)

LINK AL CORSO ANNO 2016/2017: <http://brahms.iet.unipi.it/elan/>

FREQUENTAZIONE: Consigliata.

Preferisco usare (2) perché grazie a c.c.v. i due canali di ingresso sono separati → Variando un potenziometro su un canale non accade nulla sull'altro canale.

IMPEDENZA SERIE e IMPEDENZA PARALLELO



$$Z = R + jX = R + j\omega L$$

$$Y = G + jB = G - j \frac{1}{\omega L}$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} =$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} - j \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$G(\omega) = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} - j \frac{1}{\omega L_{eq}} = -j \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$B(\omega) = - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \frac{1}{L_{eq}} = \frac{\omega^2 L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$L_{eq} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 L}$$

Quindi se R, L in serie, rapp. serie non dipende da ω ma rapp. parallelo si.

Se R, L in parallelo, il contrario!

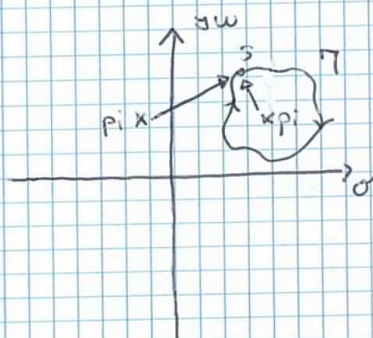
$$A_f = \frac{XA}{1-BA}$$

$$A_f \quad \text{Re} \quad \text{Re}[p_i] < 0 \quad ?$$

Spesso gli zeri di $1-BA$ sono i poli di A_f .

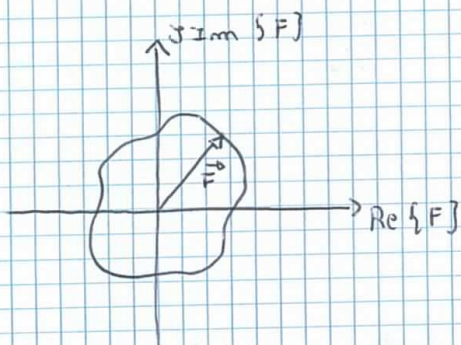
Contorno di Nyquist

$$F(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - s_{zi})}{\prod_{j=1}^n (s - s_{pj})}$$



Linea chiusa percorrendo un tempo
azionario

$$\angle F(s) = \angle K + \sum_{i=1}^m \angle (s - s_{zi}) + \sum_{j=1}^n \angle (s - s_{pj})$$



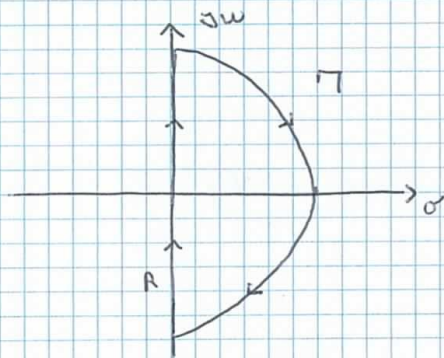
Variazione di fase di F :

$$\Delta \angle F(s) = -2\pi (N_z - N_p)$$

N_z : # zeri interni a Γ

N_p : # poli interni a Γ

Criterio di Nyquist



$R \rightarrow \infty$

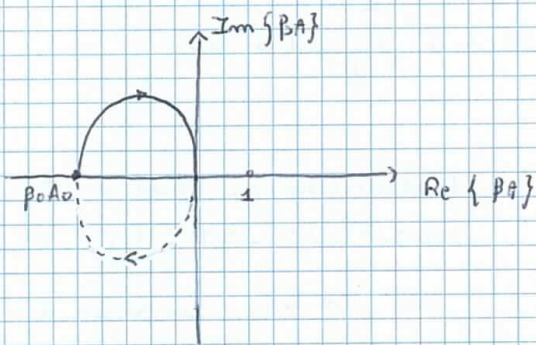
Significa che varrebbe w da ϕ a $+\infty$.

$$N_{OA} = N_z - N_p$$

Se PA è stabile $\text{Re}[p_i] < \phi$, quindi anche $1 - PA$ $\text{Re}[p_i] < \phi \rightarrow$ risulta $N_p = \phi$

Dove risultato $N_{OA} = \phi$ intorno ad 1.

$$\text{Supponiamo } PA(w) = \frac{\beta_0 A_0 w_p}{s + w_p}$$

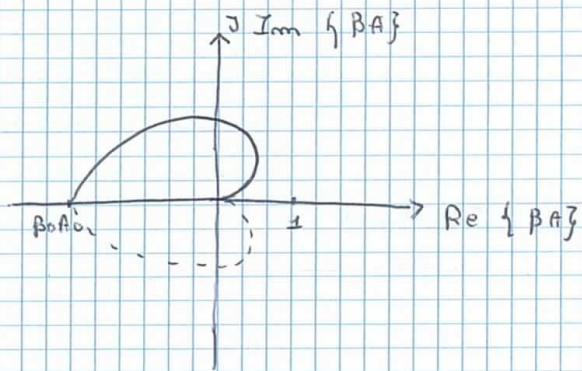


$$\beta A = \beta_0 A_0 \cdot \frac{1}{1 + j \frac{w}{w_p}}$$

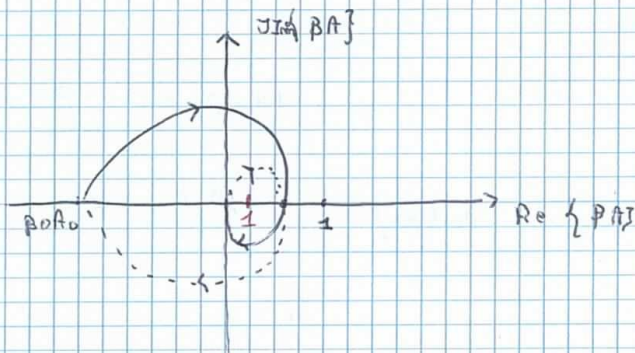
$$\beta A (1 + j \frac{w}{w_p}) = \beta_0 A_0$$

$$\beta A + j \beta A \frac{w}{w_p} = \beta_0 A_0$$

Se P_0 due poli:



Con tre poli:



- stabile
- instabile

02/12/2016

$$N_{OR} = N_z^{Re>0} + N_p^{Re>\phi}$$

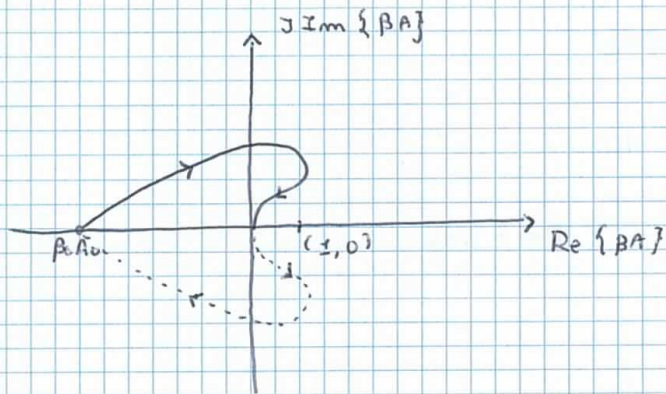
Se 1. BA è stabile: $N_p^{Re>\phi} = \phi$

$N_{OR} = N_z^{Re>\phi} = \phi$ per avere stabile la funzione nel mezzo chiuso.

Se 1. BA è instabile ($N_p^{Re>\phi} > \phi$) posso rendere la funzione nel mezzo chiuso stabile avendo

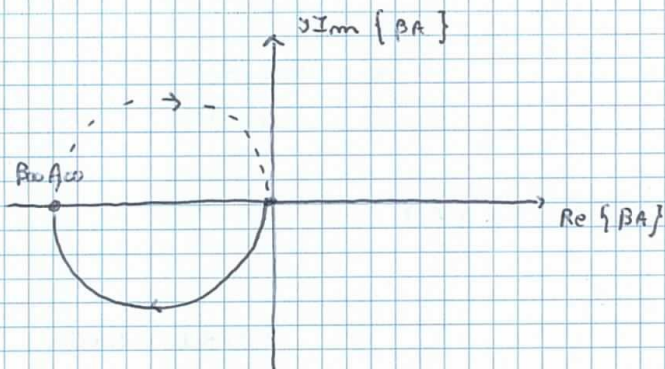
$$N_{ANTIOR} = N_p^{Re>\phi}$$

Se ho 2 poli ed 1 zero:



Supponiamo prima
i poli e poi lo zero

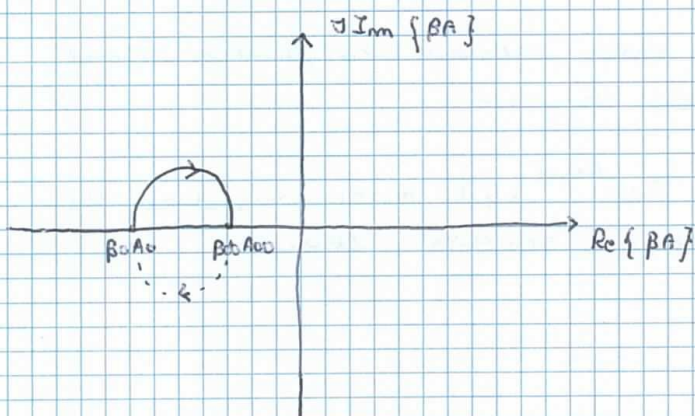
Se ho 1 zero nell'origine ed 1 polo



$$pA = p_0 A_0 \frac{s}{s + \omega_p}$$

$$p_0 A_0 < \omega_p$$

Se 1 polo ed 1 zero finiti



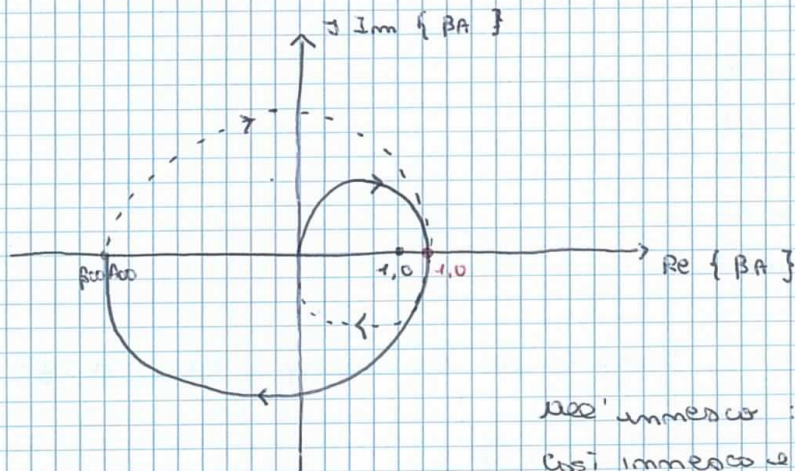
Supponiamo $\omega_p < \omega_z$

$$pA = p_0 A_0 \frac{s + \omega_z}{s + \omega_p}$$

Oscillatore a guadagno:

$$\beta A = \beta_{00} A_{00} \cdot \frac{s^2}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})(s + \omega_{p3})}$$

$$\beta_{00} A_{00} < 0$$



Non immerso: 2 poli $\text{Re}\{p_i\} > 0$

Così immerso è oscillazione

il regime: dove sono quei

Ci serve un circuito che nona $\beta_{00} A_{00}$.

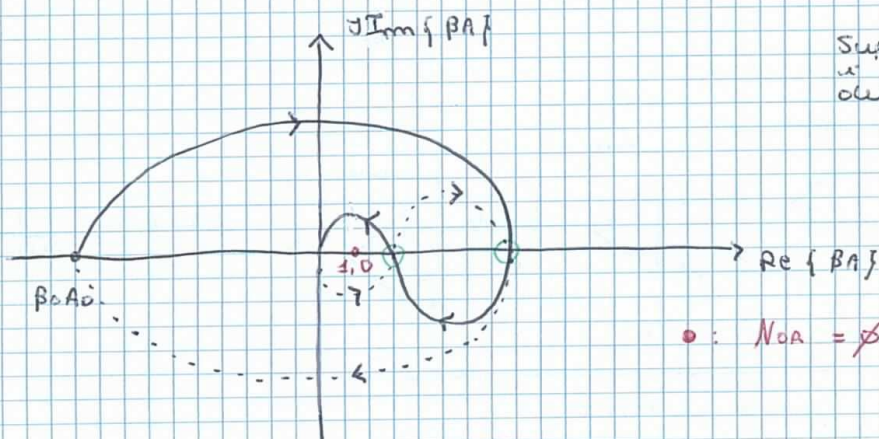
Criterio di Barkhausen:

Si immessa un'oscillazione di ampiezza

$$\omega: \beta \cdot A = 1, |\beta \cdot A| \geq 1$$

È un condizione necessaria ma non sufficiente

$$\text{Supponiamo } \beta A = \beta_0 A_0 \cdot \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})(s + \omega_{p3})}$$



Supponiamo
a pol. prima
degli zeri

•: $N_{OA} = \neq$

Ma per il criterio di Barkhausen questo sarebbe instabile per via di questi due punti:

Il criterio è una condizione N.M. non 0.

I parametri di questo p.d.t. sono:

$$\beta_0 A_0 = -10^5$$

$$\omega_{p1} = 100 \text{ rad/s}$$

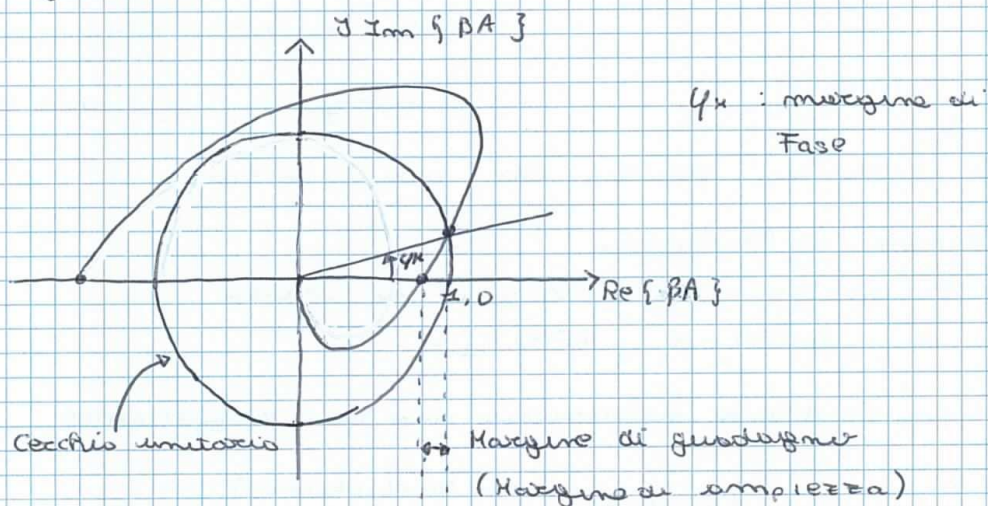
$$\omega_{p2} = 120 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{p3} = 500 \text{ rad/s}$$

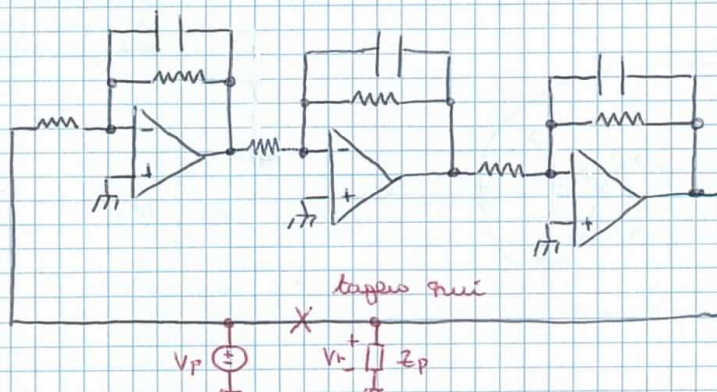
$$\omega_{z1} = 8 \text{ Krad/s}$$

$$\omega_{z2} = 10 \text{ Krad/s}$$

Maximize di Fase e Margine di Guadagno due diagrammi di Nyquist:

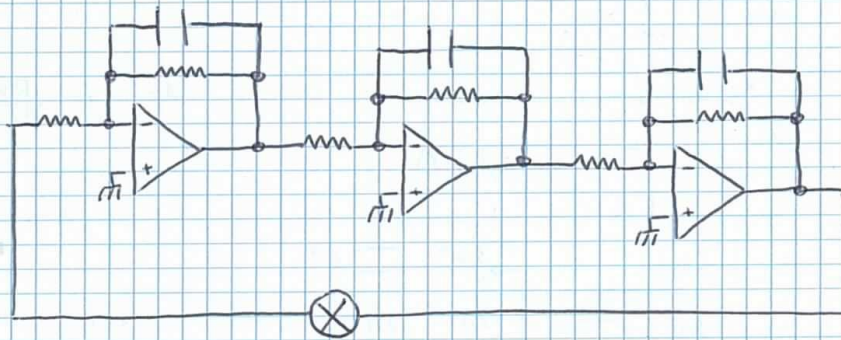


Supponiamo un Oscillatore Trifase:



$$\beta A = \beta_0 A_0 \cdot \frac{1}{(s + \omega_{p1}) \cdot (s + \omega_{p2}) \cdot (s + \omega_{p3})}$$

$\beta A > 1$ alla frequenza di oscillazione (di innesco)
 βA si deve ridurre a regime! $\rightarrow \beta A = 1$



La lampadina si accende e presenta un R minore di R_{open} riducendo il guadagno di βA !

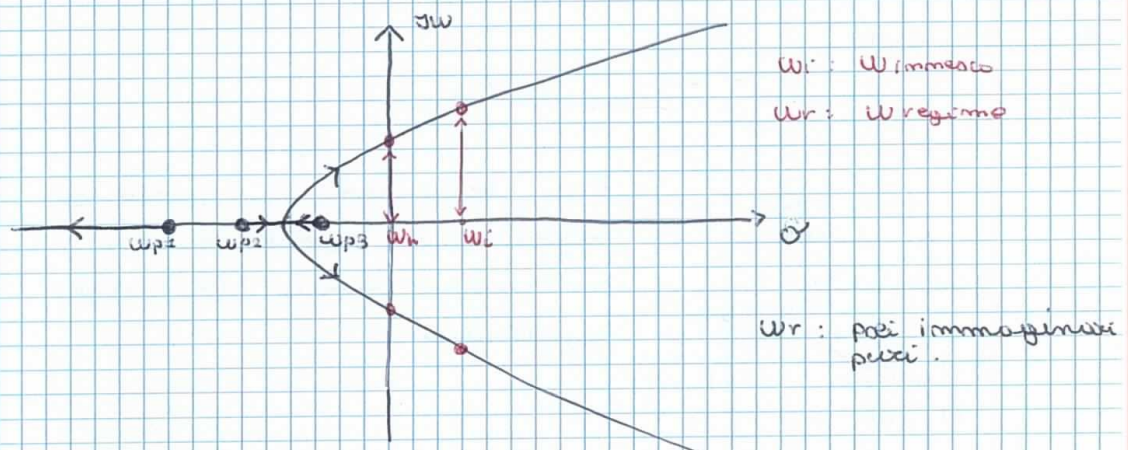
La lampada quando si accende riduce la sua resistenza! $R \downarrow \Rightarrow T \uparrow$

La frequenza di innesco è la stessa che abbiamo a regime?

Nessuno da pensare di sì, ma non è così!

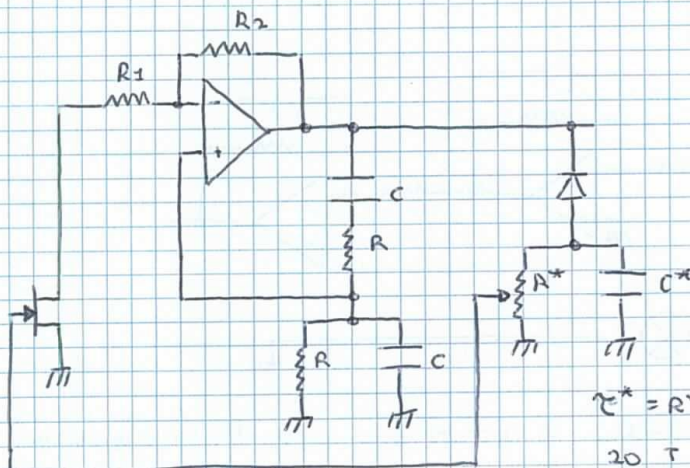
Si potrebbe pensare che si varia solo il modulo di βA e non la fase!

Analizzando le due parti delle radici si scopre il trucco:



Quindi risulta $w_i > w_r$

Oscillatore a Ponte di Wien

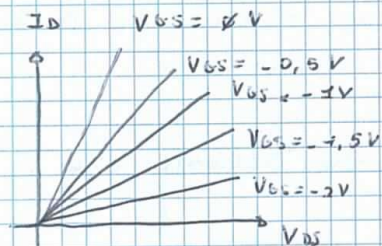


$$A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1 + R_{FET}}$$

$$\tau^* = R^* C^*$$

$$20 T \leq \tau^* \leq 100 T$$

Tempo oscillazione



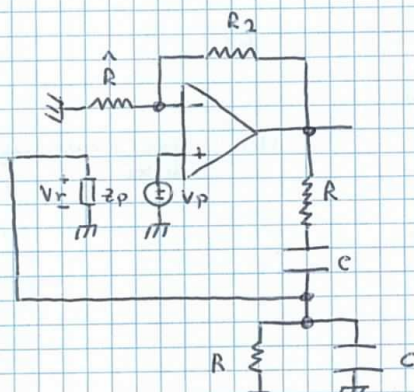
Se $A_v > 1$ si innalza e
cassa l'ampiezza, ma
su C^* ci sta una certa
 $V_{c\phi}$ che si superata
diminuendo V_{DS} sul FET
e riduce A_v .

Questa reazione negativa stabilizza l'oscillatore in
regime.

Per regolare d'ampiezza in uscita varia R^* .

Diminuisce:

$$\hat{R} = R_1 + R_{FET}$$



Assi trascurare la parte di
regolazione perché tanto
introduce una tensione
continua.

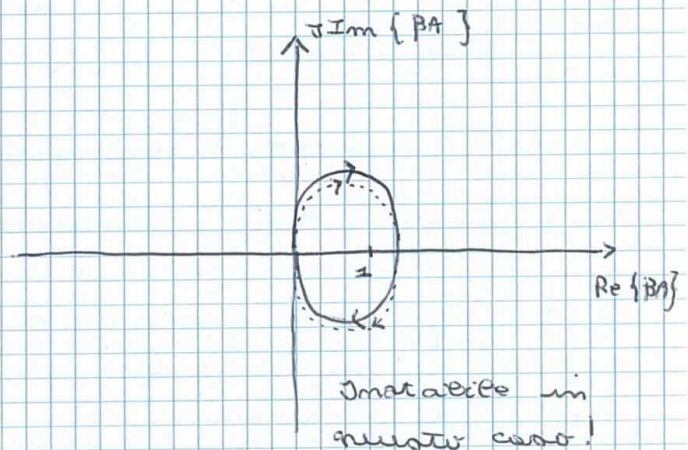
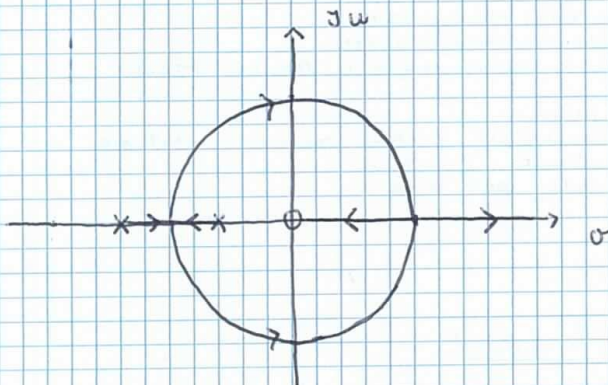
$$\beta A = \frac{V_o}{V_i} \quad A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$R // \frac{1}{Cs} = \frac{R}{Rcs + 1}$$

$$\beta A = A_v \cdot \frac{\frac{R}{Rcs + 1}}{\frac{R}{Rcs + 1} + R + \frac{1}{Cs}} = \frac{\frac{R}{Rcs + 1}}{\frac{Rcs + 1 + Rcs(Rcs + 1) + Rcs + 1}{Cs(Rcs + 1)}} \cdot A_v$$

$$= \frac{A_v \cdot R \cdot Cs}{R^2 C^2 s^2 + 3RCS + 1}$$

$$A_v > 3$$



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\beta A(j\omega) = \frac{j\omega/\omega_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 3 \frac{j\omega}{\omega_0} + 1} A_v$$

$$1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 0$$

$$\rightarrow \omega = \omega_0$$

p. oscillazione

$$\beta A(j\omega_0) = \frac{A_v}{3}$$

$$A_{regime} A_v = 3!$$

0 punti del luogo della radica soddisfanno $\beta A = 1$

$$1 - \frac{A_v R C s}{R^2 C^2 s^2 + 3RCS + 1} = 0 \rightarrow A_v R C s = R^2 C^2 s^2 + 3RCS + 1$$

$$R^2 C^2 s^2 + (3 - A_v) R C s + 1 = 0$$

Queste sono le pol. in funzione di A_v .

Come sono i poli?

$$(3 - A_v)^2 R^2 C^2 - 4 R^2 C^2 > 0$$

$$(3 - A_v)^2 - 4 > 0$$

$$\pm (3 - A_v) > 2$$

$$3 - A_v > 2$$

$$A_v < 1$$

$$-3 + A_v > 2$$

$$A_v > 5$$

$$A_v < 1$$

$$A_v > 5$$

Reali e distinti

$1 < A_v < 5$ Complessi e coniugati

$A_v = 1, A_v = 5$ Reali e coincidenti

$A_v < 1$: Poli reali e distinti negativi

$A_v = 1$: Poli reali coincidenti negativi

$1 < A_v < 3$: Poli complessi e coniugati parte reale negativa

$A_v = 3$: Poli immaginari puri

$3 < A_v < 5$: Poli complessi e coniugati parte reale positiva

$A_v = 5$: Poli reali coincidenti positivi

$A_v > 5$: Poli reali e distinti positivi

$$R^2 C^2 S^2 + (3 - A_v) R C S + 1 = 0$$

$$S = \frac{(A_v - 3) R C \pm \sqrt{(3 - A_v)^2 R^2 C^2 - 4 R^2 C^2}}{2 R C^2}$$

$$= \frac{(A_v - 3) \pm \sqrt{(3 - A_v)^2 - 4}}{2 R C}$$

$$A_v = 1 \rightarrow s_{p1} = -1/R C$$

$$s_{p2} = -1/R C$$

$$A_v = 3 \rightarrow s_{p1} = j/R C$$

$$s_{p2} = -j/R C$$

$$A_v = 5 \rightarrow s_{p1} = 1/R C$$

$$s_{p2} = 1/R C$$

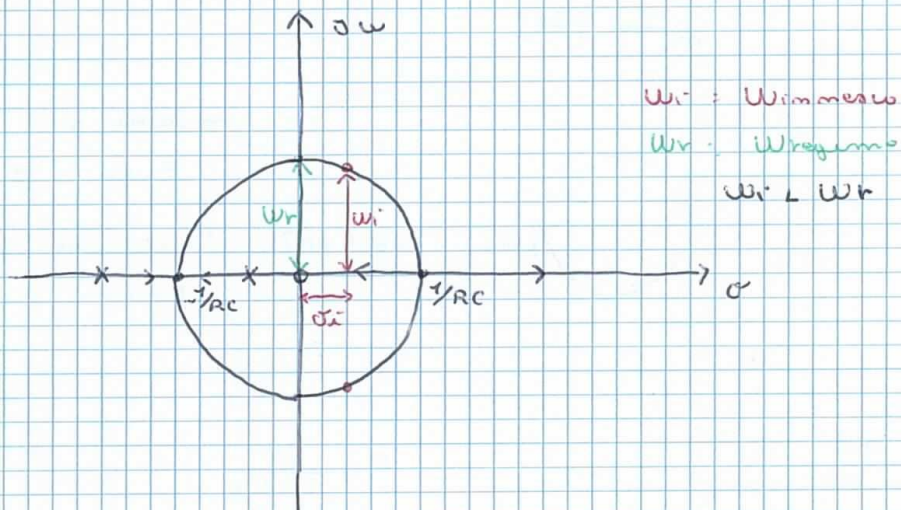
$$s_{pec} = \frac{A_v - 3 \pm i \sqrt{4 - (3 - A_v)^2}}{2 R C}$$

$$= \frac{A_v - 3}{2 R C} \pm i \sqrt{\frac{1}{R^2 C^2} - \frac{(A_v - 3)^2}{4 R^2 C^2}}$$

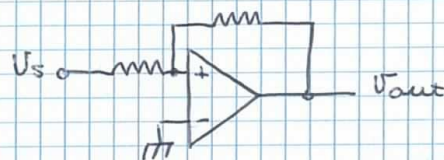
$$\hat{\sigma} = \frac{A_v - 3}{2 R C} \quad \hat{\omega} = \pm \sqrt{\frac{1}{R^2 C^2} - \frac{(A_v - 3)^2}{4 R^2 C^2}}$$

$$\hat{\sigma}^2 + \hat{\omega}^2 = \frac{1}{R^2 C^2}$$

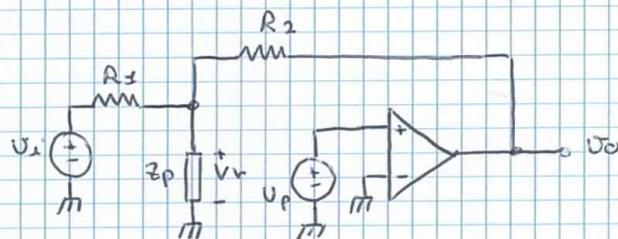
Come si presenta il diagramma delle radici?



Nei nomi questo circuito: INVERTENTE SBALEATO



Scompongo:



$$\rho = \phi$$

$$Z_p = Z_i \rightarrow \infty$$

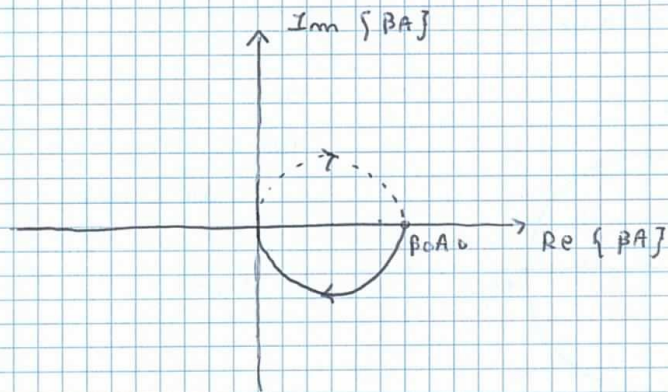
$\gamma = \phi$ se impedenza di out di A.O. nulla.

$$A = A_{vol} \quad \text{Se } R_o \text{ poco dominante } A = A_{vol} \phi \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$BA = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{vol} \phi \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}, \quad \beta_0 A_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol} \phi$$

Verifica la stabilità:



Stabile se:

$$BoAo < 1$$

Instabile se:

$$BoAo > 1$$

$$A_f = \frac{\alpha A}{1 - \beta A}$$

$$= \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \cdot \frac{w_p}{s + w_p}}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \cdot \frac{w_p}{s + w_p}}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \cdot w_p}{s + w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \right)}$$

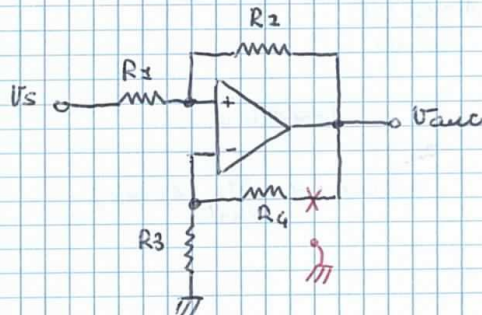
$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \cdot \frac{w_p}{s + w_p}}{s + w_p - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \cdot \frac{w_p}{s + w_p}}$$

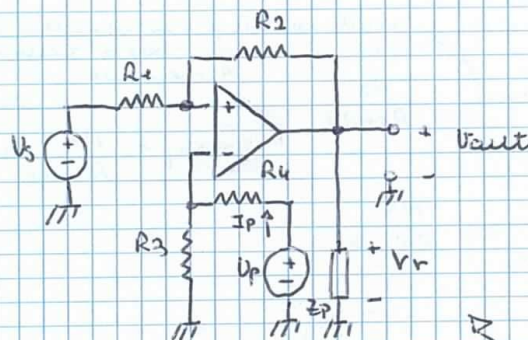
$$w_p^* = w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{\text{ref}} \right)$$

07/12/2016

Partire da un sistema instabile e stabilizzarlo.



Sovrapponendo l'aliquota:



$$p = \phi$$

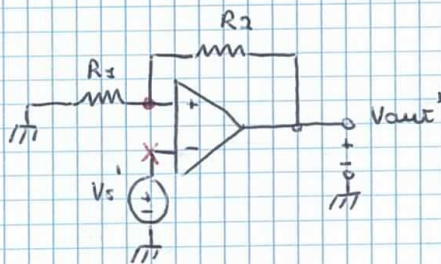
$$Z_p = Z_i = R_4 + R_3$$

$$\alpha = \beta \delta$$

Non quando V_s agisce su V_r solo tramite V_{out} .

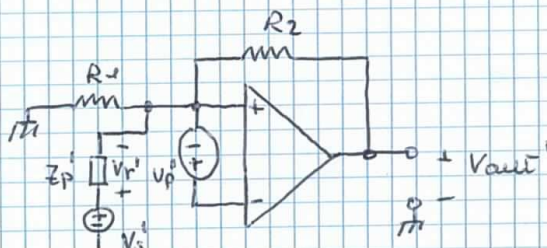
$$\rightarrow A\beta = \frac{\delta}{1 - \beta A}$$

Riscriviamo questo circuito:



Serve per calcolare f.d.t. per V_s e V_{out}

Sovrapponendo:



$$p' = \phi$$

$$Z_p' = Z_i' = \infty$$

$$\delta' = \phi$$

$$\beta' = \frac{V_r'}{V_{out}'} = \text{f.d.t.}$$

$$\beta' = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\alpha' = 1$$

$$A' = -A_{vde} = -A_{vde} \frac{w_p}{s + w_p}$$

$$A_p' = \frac{\alpha' A'}{1 - \beta' A'} = \frac{-\frac{A_{vde} w_p}{s + w_p}}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{A_{vde} w_p}{s + w_p}} = \frac{-\frac{A_{vde} w_p}{s + w_p}}{\frac{s + w_p - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde} w_p}{s + w_p}} = \frac{-A_{vde} w_p}{s + w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde}\right)}$$

Quindi nel circuito che studieremo prima risulta

$$A = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{-A_{vde} w_p}{s + w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde}\right)}$$

$$\beta = 1$$

$$\beta = A_g \text{ della rete chiusa} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{A_{vde} w_p}{s + w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde}\right)}$$

$$\beta A = \frac{-A_{vde} w_p}{s + w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde}\right)} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

Partendo da un'instabilità, ovvero $\frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde} > 1$, renderlo stabile:

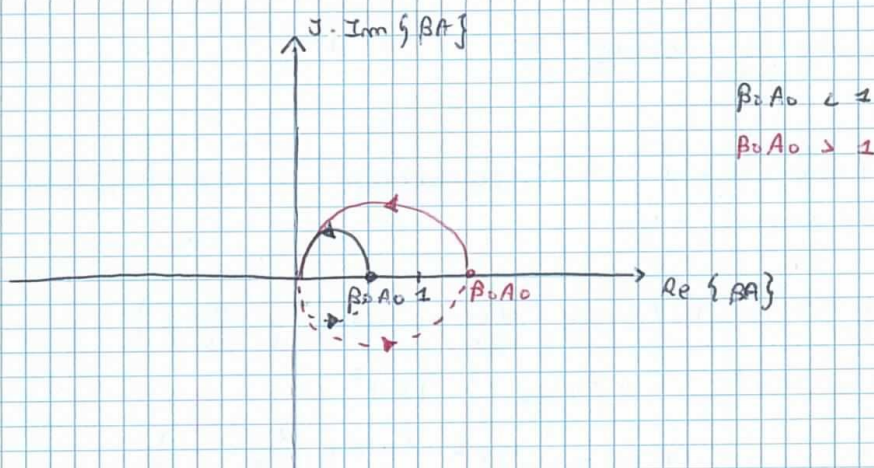
Usa criterio di Nyquist.

$$\beta_0 A_0 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{-A_{vde} w_p}{w_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde}\right)}$$

nel caso in cui $\frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde} \gg 1$

$$\rightarrow \beta_0 A_0 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{-A_{vde}}{-\frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vde}} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

PA è a angolo polo positivo.



$$\beta_0 A_0 < 1$$

$z-p = p$ sistema instabile!

$$\beta_0 A_0 > 1$$

$z-p = -1$ sistema stabile!

circonferenze antiorarie = # poli $\text{Re}\{p_i\} > 0$.

$$\beta_0 A_0 > 1 \Rightarrow \frac{R_3}{R_3+R_4} > \frac{R_1}{R_1+R_2} \quad \text{da reazione negativa a quella positiva!}$$

COMPENSAZIONE

Modificare PA al fine di ottenere A_f stabile.

In generale si aggiungono elementi reattivi per rendere il sistema stabile.

→ Solitamente si aggiunge un elemento reattivo che aggiunge un polo al finito e uno zero all'infinito;

→ oppure polo e zero all'infinito;

PROBLEMA DELLA COMPENSAZIONE CON SINGOLO ELEMENTO REATTIVO NON INTERAGENTE CON GLI ALTRI ELEMENTI REATTIVI

+1 polo, +1 zero

$$T_c = T \cdot \frac{1 + s \frac{\omega}{\omega_z}}{1 + s \frac{\omega}{\omega_p}} = T \cdot M$$

T_c : funzione di trasferimento compensata

$$K = \frac{1 + s \frac{\omega}{\omega_z}}{1 + s \frac{\omega}{\omega_p}}$$

$$\angle H = \arctan \frac{\omega}{\omega_z} - \arctan \frac{\omega}{\omega_p}$$

$$\omega_{cc}: \begin{cases} |T_c(j\omega_{cc})| = 1 \\ \angle T_c(j\omega_{cc}) = \varphi_H \end{cases} \quad \text{CONDIZIONI DI COMPENSAZIONE}$$

$$\begin{cases} \varphi_H = \angle T(j\omega_{cc}) - \left(\arctan \left(\frac{\omega_{cc}}{\omega_p} \right) - \arctan \left(\frac{\omega_{cc}}{\omega_z} \right) \right) \\ |T_c(j\omega_{cc})|^2 = |T(j\omega_{cc})|^2 \cdot |H|^2 \\ = |T(j\omega_{cc})|^2 \cdot \left(\frac{1 + \frac{\omega_{cc}^2}{\omega_z^2}}{1 + \frac{\omega_{cc}^2}{\omega_p^2}} \right) = 1 \end{cases}$$

Incognite: ω_{cc} , ω_z , ω_p

Supponiamo:

$$\omega_{cc} > 4\omega_z, 4\omega_p, \quad \omega_p < \omega_z$$

$$\begin{array}{ccc} \omega_p & \omega_z & \omega_{cc} \\ | & | & | \\ |T_c(j\omega_{cc})|^2 & \approx & |T(j\omega_{cc})|^2 \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} \end{array}$$

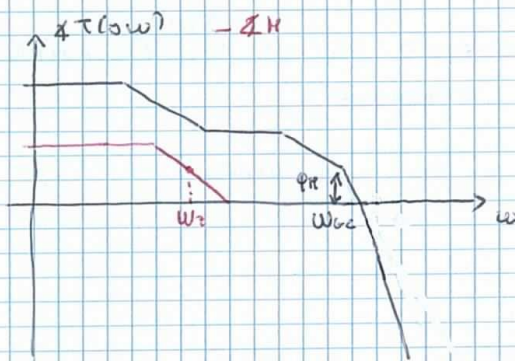
$$|T(j\omega_{cc})|^2 \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} = 1$$

$$\rightarrow \omega_p^2 = \omega_z^2 \cdot \frac{1}{|T(j\omega_{cc})|^2}$$

$$\rightarrow \omega_z^2 = \omega_p^2 \cdot |T(j\omega_{cc})|^2$$

Se mettiamo ω_p molto in basso il polo introduce subito un contributo di $-\frac{\pi}{2}$.

Adesso ho posizionato ω_z per avere un margine di fase di φ_H in corrispondenza di ω_{cc} .



Supponiamo:

$$w_z \gg w_{gc}, \quad w_{gc} \approx w_p$$

$$w_p \quad w_{gc} \quad w_z$$

$$|T_c(jw_{gc})|^2 \approx |T(jw_{gc})|^2 \cdot \frac{w_p^2}{w_{gc}^2} = 1$$

$$w_p^2 = w_{gc}^2 \cdot \frac{1}{|T(jw_{gc})|^2}$$

$$w_p = w_{gc} \cdot \frac{1}{|T(jw_{gc})|}$$

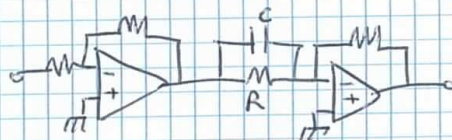
COMPENSAZIONE A CANCELLAZIONE POLO β

Pongo lo zero in corrispondenza del primo polo di βA e poi pongo il polo dove voglio.

È vantaggioso e non ho limiti su dove posso porre w_{gc} .

COMPENSAZIONE A ZERO

Na posso in elemento attivo per due modi a bassa resistenza



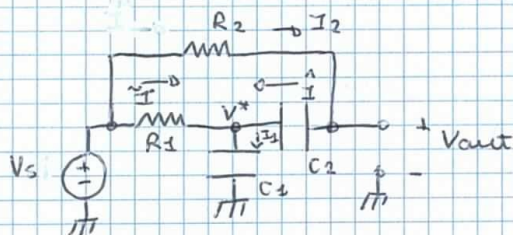
$$z_p = -\frac{1}{RC}$$

Riesco ad introdurre solo uno zero senza inserire un polo.

TIPO DI

FILTRO PASSIVO DI SOLE RESISTENZE ED UN SOLO ELEMENTO REATTIVO CHE AMPLIFICA UNA TENSIONE

Ci vuole prima lo zero e poi il polo!



$$I_2(s) = \frac{V_s}{R_2}$$

$$\hat{I} = I_2$$

$$\tilde{I} - I_1 + \hat{I} = 0$$

$$V^* = -\hat{I} \frac{1}{sC_2}$$

$$\tilde{I} = \frac{V_s - V^*}{R_1} = \left(V_s + \frac{V_s}{R_2} \frac{1}{C_2 s} \right) \frac{1}{R_1} = \frac{V_s}{R_1} + \frac{V_s}{R_1 R_2 C_2 s}$$

$$I_1 = V^* C_1 s = -\frac{V_s}{R_2} \frac{1}{C_2 s} \cdot C_1 s = -\frac{V_s C_1}{R_2 C_2}$$

$$\frac{V_s}{R_2} + \frac{V_s}{R_1} + \frac{V_s C_1}{R_2 C_2} + \frac{V_s}{R_1 R_2 C_2 s} = 0$$

$$\frac{R_2 C_2 s + R_1 C_1 s + 1 + R_1 s C_2}{R_1 R_2 C_2 s} = 0$$

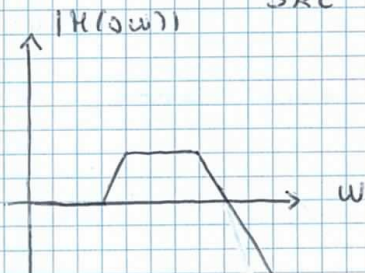
$$(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) s + 1 = 0$$

$$s_z = -\frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}$$

$$R_1 = R_2 = R$$

$$C_1 = C_2 = C$$

$$\rightarrow s_z = -\frac{1}{3RC}$$



Devesi sempre calcolati i poli.

09/12/2016

Calcolo poli con metodo di Golese:

$$(C_1 C_2 R_{11}^2 R_{22}^0) s^2 + (C_1 R_{11}^0 + C_2 R_{22}^0) s + 1 = 0$$

$$R_{11}^0 = R_1 = R$$

$$R_{22}^0 = R_1 + R_2 = 2R$$

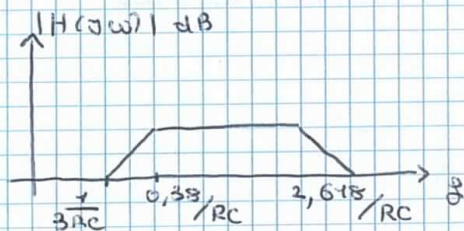
$$R_{11}^2 = R_1 // R_2 = \frac{R}{2}$$

$$C^2 \frac{R}{2} \cdot 2R \cdot s^2 + (CR + 2CR) s + 1 = 0$$

$$R^2 C^2 s^2 + 3RCs + 1 = 0$$

$$H(s) = \frac{3RCs + 1}{R^2 C^2 s^2 + 3RCs + 1}$$

$$s_{p1} = \frac{-3RC \pm \sqrt{9R^2 C^2 - 4R^2 C^2}}{2R^2 C^2}$$



$$s = 0 \rightarrow H(s) = 1$$

A condensatore aperto $V_M = V_S$

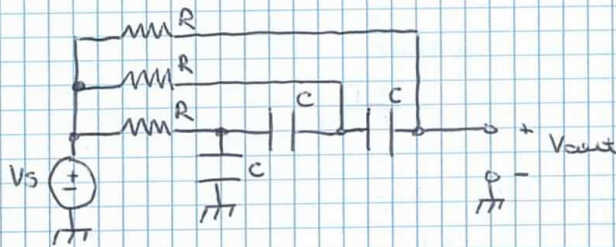
$$s_{p1} = -2.618/RC$$

$$s_{p2} = -0.33189/RC$$

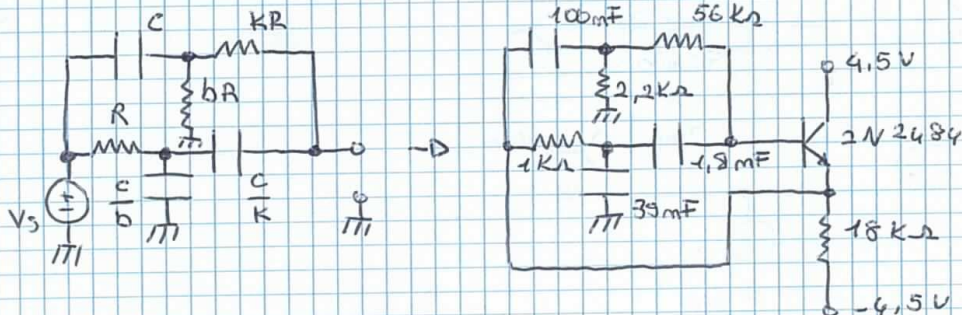
mezzo Bode Av s 1:

$$G = \frac{0.33189}{0.33333} = 1.1459$$

usando questa rete ottengo un guadagno più alto:

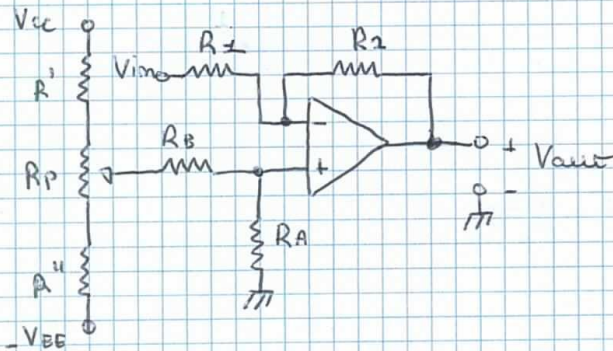


Reti di Holbrook (usata per oscillatore di Holbrook)



CORREZIONE OFFSET SU A.O.

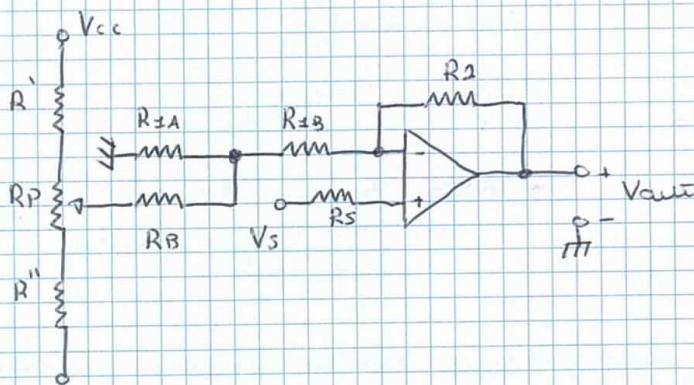
A.O. INVERTENTE



$$R' = R'' = 10 R_P$$

$$R_B \gg R_A$$

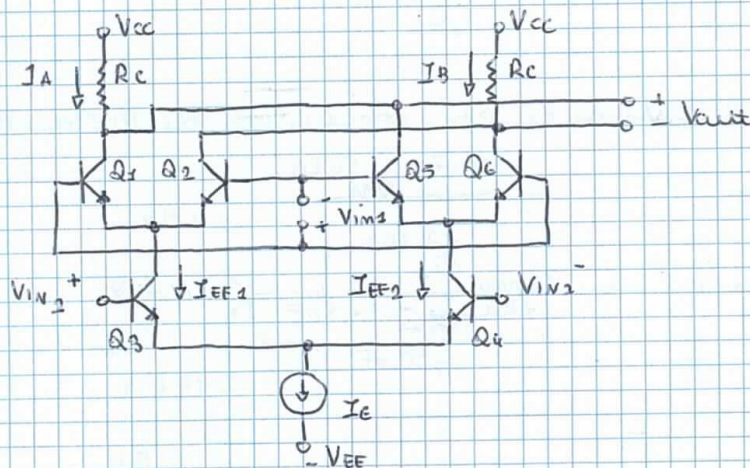
A.O. NON INVERTENTE



$$R' = R'' = 10 R_P$$

$$R_B \gg R_{1A} + R_{1B}$$

MOLTIPLICATORE ANALOGICO DI GILBERT



$$I_{EE1} = I_{EE2} = \frac{I_E}{2}$$

$$g_{m3} = \frac{I_{C3}}{V_T} = \frac{I_E}{2V_T}$$

$$I_{EE1} = I_{EE1} + g_{m3} \frac{V_{IN2}}{2}$$

$$g_{m4} = \frac{I_{C4}}{V_T} = \frac{I_E}{2V_T}$$

$$I_{EE2} = I_{EE2} - g_{m4} \frac{V_{IN2}}{2}$$

$$\begin{cases} I_{EE1} = \frac{I_E}{2} + \frac{I_E}{2V_T} \frac{V_{IN2}}{2} \\ I_{EE2} = \frac{I_E}{2} - \frac{I_E}{2V_T} \frac{V_{IN2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_A = i_{c1} + i_{c5} \\ i_B = i_{c2} + i_{c6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_{c1} = \frac{I_{EE1}}{2} + g_{m1} \frac{V_{IN1}}{2} \\ i_{c2} = \frac{I_{EE1}}{2} - g_{m2} \frac{V_{IN1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_{c5} = \frac{I_{EE2}}{2} - g_{m5} \frac{V_{IN1}}{2} \\ i_{c6} = \frac{I_{EE2}}{2} + g_{m6} \frac{V_{IN1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_A = \frac{I_{EE1}}{2} + g_{m1} \frac{V_{IN1}}{2} + \frac{I_{EE2}}{2} - g_{m5} \frac{V_{IN1}}{2} \\ i_B = \frac{I_{EE1}}{2} - g_{m2} \frac{V_{IN1}}{2} + \frac{I_{EE2}}{2} + g_{m6} \frac{V_{IN1}}{2} \end{cases}$$

$$V_{out} = V_{out}^+ - V_{out}^-$$

$$V_{out}^+ = V_{CC} - R_C i_A$$

$$\rightarrow V_{out} = R_C (i_B - i_A)$$

$$V_{out}^- = V_{CC} - R_C i_B$$

$$V_{out} = R_C \left(-g_{m2} \frac{V_{IN1}}{2} + g_{m6} \frac{V_{IN1}}{2} - g_{m1} \frac{V_{IN1}}{2} + g_{m5} \frac{V_{IN1}}{2} \right)$$

$$g_{m1} = g_{m2} = \frac{I_{EE1}}{2V_T}, \quad g_{m5} = g_{m6} = \frac{I_{EE2}}{2V_T}$$

$$V_{out} = R_C \left(\frac{V_{IN1}}{2} \right) (2g_{m6} - 2g_{m1})$$

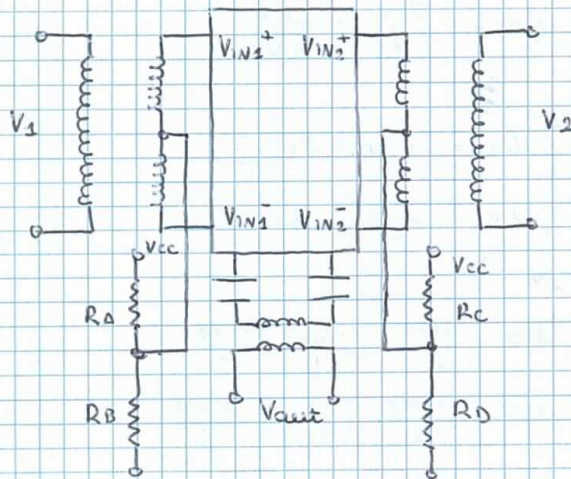
$$= R_C V_{IN1} (g_{m6} - g_{m1}) = R_C V_{IN1} \left(\frac{I_{EE2}}{2V_T} - \frac{I_{EE1}}{2V_T} \right)$$

$$= R_C V_{IN1} \left(\frac{I_E}{4V_T} - \frac{I_E}{2V_T} \frac{1}{2V_T} \frac{V_{IN2}}{2} - \frac{I_E}{4V_T} - \frac{I_E}{2V_T} \frac{1}{2V_T} \frac{V_{IN2}}{2} \right)$$

$$= R_C V_{IN1} \left(\frac{I_E}{4V_T^2} V_{IN2} \right) = - \frac{R_C I_E}{4V_T^2} V_{IN1} \cdot V_{IN2}$$

I due segnali non possono avere lo stesso riferimento;
Se fosse così la base di Q5 sarebbe collegata alla
base di Q4 e Q5 non avrebbe polarizzato in maniera
corretta.

Si usano due trasformatori:



IL RUMORE

È di due tipi:

- deterministico (rumore, interferenze, ...)
- stocastico (termico, shot, flicker)

Quest'ultimo può essere descritto in termini deterministici, ci servono parametri statistici.

Rumore termico: sempre presente e legato alla temperatura e all'agitazione termica delle particelle.

Rumori in eccesso:

- shot;
- G-R;
- $1/f$;

Autocorrelazione: $E \{ x(t) x(t+\tau) \}$

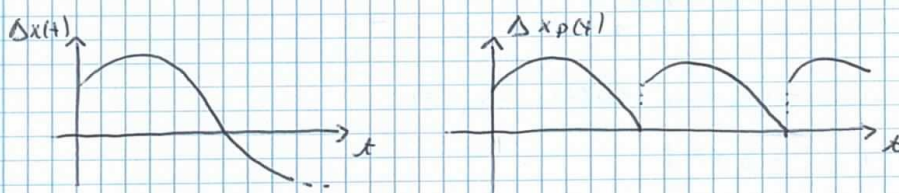
Autocovarianza: $E \{ [x'(t) - \eta] [x(t+\tau) - \eta] \}$

Se $\eta = 0$ -> due significati convergono!

Densità spettrale di potenza: distribuzione della potenza sullo spettro in frequenza.

$$P = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df \quad [P] = \frac{W}{Hz} \left(\text{opp. } \frac{V^2}{Hz} \text{ o } \frac{A^2}{Hz} \text{ se carico } 1 \Omega \right)$$

Consideriamo una realizzazione $\Delta x(t)$ di un processo stocastico ed una sua periodizzazione:



Se il passo di periodizzazione $\rightarrow \infty$ le due realizzazioni coincidono.

$\Delta x_p(t)$ è periodica, lo trattiamo con la serie di Fourier:

$$C_m = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Delta x_p(t) e^{-j\omega_m t} dt \quad \omega_m = 2\pi f_m$$

$$\text{Invertendo } \frac{1}{T} : A(j\omega_m) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Delta x_p(t) e^{-j\omega_m t} dt$$

$$\Delta x_p(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} A(j\omega_m) e^{j\omega_m t}$$

Reinserito il termine!

$\Delta x_p(t)$ è una somma di armoniche:

$$\Delta x_p(t) (f_m, t) = \frac{1}{T} \left[A(j\omega_m) e^{j\omega_m t} + A^*(j\omega_m) e^{-j\omega_m t} \right]$$

Armonica alla frequenza $f_m = m f$

12/12/2016

Potenza associata a questa frequenza

$$E^2(f_m) = E \{ \Delta x_p^2(f_m, t) \}$$

$$= \frac{1}{T^2} E \left\{ \left[A(j\omega_m) e^{j\omega_m t} + A^*(j\omega_m) e^{-j\omega_m t} \right]^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{T^2} E \left\{ A^2(j\omega_m) e^{2j\omega_m t} + A^{*2}(j\omega_m) e^{-2j\omega_m t} + 2|A|^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{T^2} \left\{ E \{ A^2(j\omega_m) \} e^{2j\omega_m t} + E \{ A^{*2}(j\omega_m) \} e^{-2j\omega_m t} + 2 E \{ |A|^2 \} \right\}$$

$$E^2(f_m) = E \left\{ |A(j\omega_m)|^2 \right\} \frac{1}{T^2}$$

$$S_{\Delta x}(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{E^2(f)}{\Delta f} = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{T^2} \cdot \frac{1}{\Delta f} \cdot E \left\{ 2 |A(j\omega_m)|^2 \right\}$$

$$\Delta \omega = \omega_m (1 + \Delta f) - \omega_m = 2\pi \Delta f \rightarrow \Delta f = \frac{1}{T}$$

$$S_{\Delta x}(f) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \{ 2 |A(\omega_n)|^2 \}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \{ 2 A A^* \}$$

Dato due realizzazioni $\Delta x(t)$, $\Delta y(t)$:

$$S_{\Delta x \Delta y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \{ 2 A B^* \}$$

↳ Densità spettrale di
potenza incrociata

Se $\Delta x(t)$, $\Delta y(t)$ indipendenti: $S_{\Delta x \Delta y} = 0$

Teorema di Wiener - Khintchine:

$$S_{\Delta x} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} E \{ \Delta x(t) \Delta x(t+\tau) \} e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$S_{\Delta x \Delta y} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} E \{ \Delta x(t) \Delta y(t+\tau) \} e^{-j\omega\tau} d\tau$$

↳ Funzione di cross-correlazione

Coefficiente di correlazione: $c := \frac{S_{\Delta x \Delta y}}{\sqrt{S_{\Delta x \Delta x}}}$

Per processi a media nulla,

la deviazione standard è la radice di $S_{\Delta x \Delta x}$

Se due processi sono completamente correlati: $c = \pm 1$.

$$\Delta y = K \Delta x$$

$$S_{\Delta x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2 E \{ A A^* \}}{T}$$

$$S_{\Delta y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2 K^2 E \{ A A^* \}}{T}$$

$$S_{\Delta x \Delta y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} 2 E \{ A B^* \} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} 2 K E \{ A A^* \}$$

$$c = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} 2 K E \{ A A^* \}}{\sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} 4 K^2 E^2 \{ A A^* \}}} = 1$$

Riserva di Rumore analogico:



$$S_{\Delta x}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \{ A A^* \}$$

$$D = H \cdot A$$

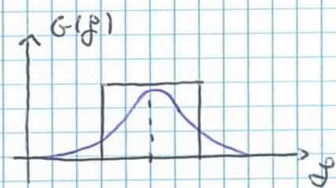
$$D^* = H^* \cdot A^*$$

$$S_{\Delta z}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \{ D D^* \} = S_{\Delta x} \cdot |H(\omega)|^2$$

$$V_{RMS}^2 = \int_{f - \frac{B}{2}}^{f + \frac{B}{2}} |H(f)|^2 S_{\Delta x}(f) df = B |H(f_0)|^2 S_{\Delta x}(f_0)$$

Se il filtro non sarà ideale:

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\Delta z}(f) |G(f)|^2 df$$



$$\text{Banda efficace: } B_{eff} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |G(f)|^2 df}{|G(f_0)|^2}$$

$$\text{Potenza effettiva: } P = B \cdot S_{\Delta z} = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |G(f)|^2 df \right] \cdot S_{\Delta z}$$

$$P = |G(f_0)|^2 \cdot S_{\Delta z} \cdot B_{eff}$$

Se il processo è ergodico posso dedurre le statistiche da una singola osservazione

Considereremo processi ergodici

Completando la trasformazione posso approssimare la densità spettrale di potenza:

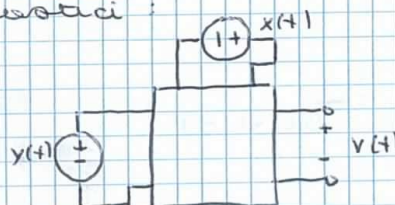
$$S_{\Delta x}(x) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{T} E \{ A_i A_i^* \}$$

Consideriamo un sistema lineare con due ingressi acustici:

$$x(t) \rightarrow A(j\omega)$$

$$y(t) \rightarrow B(j\omega)$$

$$v(t) \rightarrow D(j\omega)$$



$$D(j\omega) = A(j\omega) H_x(j\omega) + B(j\omega) H_y(j\omega)$$

$$S_V(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} 2E \{ D D^* \}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2E \{ (H_x A + H_y B) (H_x^* A^* + H_y^* B^*) \}}{T}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2E \{ |H_x|^2 |A|^2 + |H_y|^2 |B|^2 + 2 \operatorname{Re} \{ H_x H_y^* A B^* \} \}}{T}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2 |H_x|^2 E \{ |A|^2 \}}{T} + \frac{2 |H_y|^2 E \{ |B|^2 \}}{T} + 2 \frac{E \{ \operatorname{Re} \{ H_x H_y^* A B^* \} \}}{T} \right]$$

$$= H_x^2 S_x + H_y^2 S_y + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \operatorname{Re} \{ H_x H_y^* E \{ A B^* \} \}$$

RUMORE SHOT

La corrente è formata da particelle discrete e questa causa il rumore shot.

Teorema di Ramo - Schokley:

$$\bar{E} = \frac{V}{d}$$

uguagliando la potenza erogata dal generatore con la potenza meccanica dall'oscillatore.

$$E_{BATT} = V \cdot I \cdot dt$$

$$F = q \cdot E \rightarrow d \cdot L_{el} = q E dx$$

$$q E dx = V i dt$$

$$q E \frac{dx}{dt} = V \cdot i \rightarrow i = q \frac{E}{V} V_{el} = q \frac{V_{el}}{d}$$

$$i = \sum_{n=1}^N q \frac{V_{eln}}{d} = \sum_{n=1}^N q \frac{\vec{E}}{V} \vec{V}_{eln}$$

Proprietà dei processi di Poisson: $\sigma^2 = m$

Teorema di Hilbert:

$$S_X(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \left\{ \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Delta x(t) dt \right]^2 \right\}, \quad \text{Nase anche per } f \in \frac{1}{T}, \quad z: \text{ tempo di transito}$$

Ma: Riusciamo sempre per $\sigma = \frac{1}{2}$

Teorema di Schottky Generalizzato:

+ ELEMENTI CHE POSSONO ESEMPLIFICARE CARICA

$$i = i^+ - i^-$$

$$S_i(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \left\{ \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (\Delta i^+ - \Delta i^-) dt \right]^2 \right\}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \left\{ (\Delta Q^+ - \Delta Q^-)^2 \right\}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \left\{ (q \Delta N^+ - q \Delta N^-)^2 \right\}$$

$$i = \sum_{j=1}^N q \frac{V_j}{d} \rightarrow \Delta Q = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left[\sum_{j=1}^N \left(q \frac{dx}{dt} \right) - i \right] dt = q \Delta N$$

$$S_i(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} q^2 \left[E \{ \Delta N^{+2} \} + E \{ \Delta N^{-2} \} - 2 E \{ \Delta N^+ \Delta N^- \} \right]$$

$\Delta N^+, \Delta N^-$ indipendenti dato che $\eta = \phi$

$$S_i(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} q^2 \left[E \{ \Delta N^{+2} \} + E \{ \Delta N^{-2} \} \right]$$

Processi di Poisson: $\sigma^2 = \eta$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} q^2 \left[E \{ N^+ \} + E \{ N^- \} \right]$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} 2q \left[\frac{q E \{ N^+ \}}{T} + \frac{q E \{ N^- \}}{T} \right] = 2q (i^+ + i^-)$$

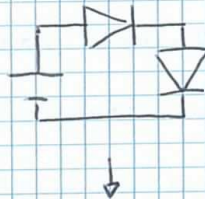
nel caso di angusto spettro: $S_i(\omega) = 2q I$

$$\text{In un diodo: } I_0 \left(e^{\frac{V}{nV_T}} - 1 \right) = \underbrace{I_0 e^{\frac{V}{nV_T}}}_{I^+} - \underbrace{I_0}_{I^-}$$

SNR ~~migliore~~ ^{peggiore} se la corrente è piccola

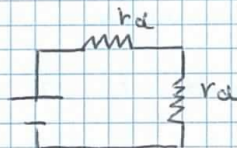
Consideriamo due diodi in serie:

Ciascun generatore avrà effetto su I secondo la FOT:

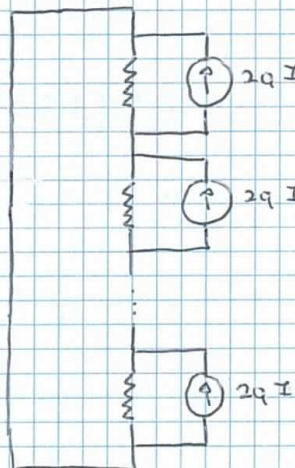


$$R(f) = \frac{r_d}{[N-1+1]r_d} = \frac{1}{N}$$

$$S_i = \sum_{j=1}^N 2qI \cdot \frac{1}{N^2} = \frac{2qI}{N}$$



Se considero questo sistema
ottenuto dalla suddivisione in elementi di una
resistenza, ho la concezione del rumore shot

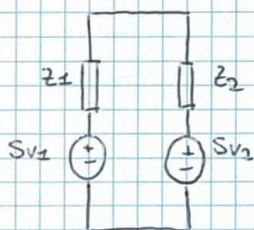


14/12/2016

Teorema di Nyquist per il Rumore Termico

Rumore termico dovuto all'agitazione termica
delle particelle

Consideriamo due impedenze



S_v : generatore di
rumore termico

Relazione flusso potenza $Z_1 \rightarrow Z_2$ e $Z_2 \rightarrow Z_1$.

Z_1 e Z_2 alla stessa temperatura, $T_1 = T_2 = T$

Dalla termodinamica: $\phi_{Z_1 \rightarrow Z_2} = \phi_{Z_2 \rightarrow Z_1}$

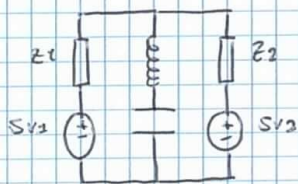
Analizziamo la relazione fra la potenza riflessa per via di Z_1 e dissipata su Z_2 e viceversa.

Condizione di bilanciamento dell'elemento:

globalmente $E_{Z_1 \rightarrow Z_2} = E_{Z_2 \rightarrow Z_1} \quad \forall f$.

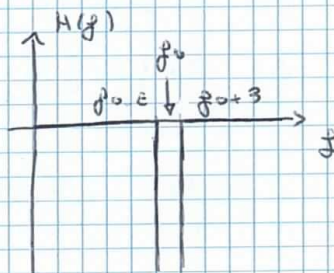
$\phi_{Z_1 \rightarrow Z_2} = \phi_{Z_2 \rightarrow Z_1} \quad \forall f$.

Myquist dimostra così:



$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{12}(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{21}(f) df$$

Filtro match elimina banda centrata in $(f_0 - \epsilon, f_0 + \epsilon)$



$\tilde{S}_{xy}$: S prodotta dall'impedenza x e dissipata sull'impedenza y

Ora ragioniamo dimostrando: $\tilde{S}_{12}(f) = \tilde{S}_{21}(f) \quad \forall f$

$$\int_{-\infty}^{f_0 - \epsilon} \tilde{S}_{12}(f) df + \int_{f_0 + \epsilon}^{\infty} \tilde{S}_{12}(f) df = \int_{-\infty}^{f_0 - \epsilon} \tilde{S}_{21}(f) df + \int_{f_0 + \epsilon}^{\infty} \tilde{S}_{21}(f) df$$

$$\rightarrow \int_{f_0 - \epsilon}^{f_0 + \epsilon} \tilde{S}_{12}(f) df = \int_{f_0 - \epsilon}^{f_0 + \epsilon} \tilde{S}_{21}(f) df$$

$$\epsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \tilde{S}_{12} \cdot 2\epsilon = \tilde{S}_{21} \cdot 2\epsilon$$

$$\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{21}$$

$\tilde{S}_{12}(\omega)$ quanto vale?

$$H(\omega) = \frac{1}{z_1 + z_2}$$

$$\tilde{S}_{12}(\omega) \Delta\omega = S_{12}(\omega) \Delta\omega \cdot \operatorname{Re}\{z_2\}$$

con $S_{12}(\omega)$: S di corrente dovuta a 1 che scende dentro 2.

$$S_{12}(\omega) = \frac{Sv_2(\omega)}{|z_1 + z_2|^2}$$

$$\tilde{S}_{21}(\omega) \Delta\omega = S_{21}(\omega) \Delta\omega \cdot \operatorname{Re}\{z_1\} \quad (P = I^2 \cdot R)$$

$$S_{21}(\omega) = \frac{Sv_1(\omega)}{|z_1 + z_2|^2}$$

Siccome $\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{21}$:

$$\frac{Sv_2(\omega)}{|z_1 + z_2|^2} \cdot \Delta\omega \cdot \operatorname{Re}\{z_2\} = \frac{Sv_1(\omega)}{|z_1 + z_2|^2} \cdot \Delta\omega \cdot \operatorname{Re}\{z_1\} \quad \forall z_1, z_2$$

$$\frac{Sv_2(\omega)}{\operatorname{Re}\{z_1\}} = \frac{Sv_1(\omega)}{\operatorname{Re}\{z_2\}} = F(T, \omega), \quad \forall z_1, z_2$$

Significa che questa equazione è vera per qualsiasi tipo di impedenza.

$$Sv_1(\omega) = F(T, \omega) \cdot \operatorname{Re}\{z_1\}$$

Ma ricordata $F(T, \omega)$, che è una funzione universale:

Pensiamola una linea di trasmissione:



$$Z_0 = R$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}}$$

$R_1 = R_2 = R$ e sono isoterme

$\hat{L}, \hat{C}$: L, C per unità di lunghezza

Da un certo punto gli interconnetti:

cortocircuitano R_1 ed R_2 , così l'energia che viaggia nella linea rimane intrappolata sotto forma di onde stazionarie.

$$\lambda = 2L, \quad L = \frac{\lambda}{2}$$

λ : modo fondamentale

L: lunghezza linea

$$L = m \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = m \frac{v}{2L}$$

v : velocità propagazione
della linea.

Separazione tra due frequenze adiacenti:

$$\delta f = \frac{mv}{2L} - \frac{(m-1)v}{2L} = \frac{v}{2L}$$

$$m = \frac{\Delta f}{\delta f} = \Delta f \cdot \frac{2L}{v} \quad \# \text{ componenti frequenziali in } \Delta f$$

Energia associata ad m : $\Delta E = m h f$

$$\frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

Δ distribuzione di Planck

energia fotone

$$S_{12} \Delta f = \frac{\Delta E}{2} \cdot \frac{v}{L} \quad (E = P \cdot t) \quad t = \frac{L}{v}$$

La potenza la potenza va da s_x a s_x che
da s_x a s_x

$$S_{12} \Delta f = \frac{\Delta E}{2} \cdot \frac{v}{L} = m h f \cdot \frac{1}{\frac{hf}{kT} - 1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{L}$$

$$= \Delta f \cdot \frac{2L}{v} h f \cdot \frac{1}{\frac{hf}{kT} - 1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{L} = h f \cdot \frac{1}{\frac{hf}{kT} - 1}$$

$$a \quad 100 \text{ GHz} = f \quad \text{con } T = 300 \text{ K} \Rightarrow \frac{hf}{kT} \approx 16 \cdot 10^{-3}$$

$$a \quad f = 6,25 \text{ THz} \quad \text{con } T = 300 \text{ K} \Rightarrow \frac{hf}{kT} = 1$$

In situazioni comuni $hf \ll kT$

$$S_{12}(f) = h f \cdot \frac{1}{1 + \frac{hf}{kT}} \approx kT$$

In maniera più corretta:

$$S_{12}(f) = h f \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \right)$$

$\frac{1}{2}$: rappresenta
energia di punto 0.

$$S_{12}^{\sim} = \operatorname{Re}\{z_2\} S_{V1}(f) \cdot \frac{1}{|z_1 + z_2|^2}$$

$$\text{Se } z_1 = z_2 = R \rightarrow S_{12}^{\sim} = R S_{V1}(f) \cdot \frac{1}{4R^2} = \frac{S_{V1}(f)}{4R}$$

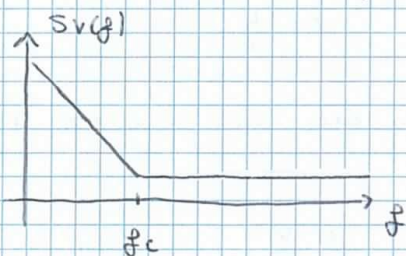
$$S_{V1}(f) = 4R \cdot S_{12}^{\sim}$$

$$\frac{S_{V1}(f)}{R} = 4 S_{12}^{\sim} = F(T, f)$$

$$S_V(f) = 4 \cdot \operatorname{Re}\{z\} h f \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \right)$$

$$\text{nei casi pratici} \Rightarrow 4 \operatorname{Re}\{z\} kT = S_V(f)$$

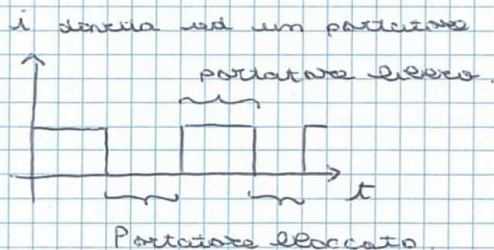
Rumore Feickex ($1/f$)



f_c : frequenza di corner

Origine nei casi di interesse pratico : rumore derivato da effetti di generazione ricombinazione per via della presenza di trappole.

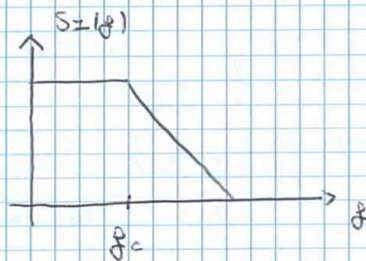
Se ci sono trappole non tutti i portatori sono liberi di trasportare carica perché intrappolati per un certo periodo di tempo.



Questo genera uno spettro disegnato nella prossima pagina



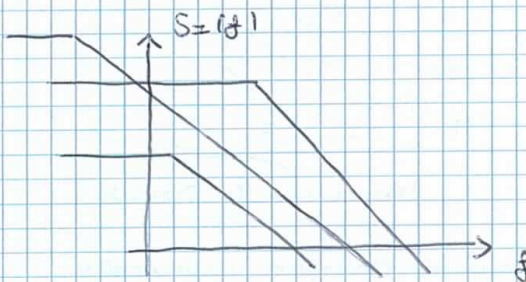
Si genera uno spettro di tipo potenziometrico.



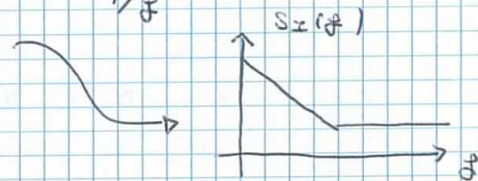
$$S(f) = \frac{1}{1 + \omega_c^2 f^2}$$

ω_c : dipende da #trappe e distribuzione delle stesse

Se si sovrappongono più trappe si hanno più spettri potenziometrici:



e generalmente risulta $1/f$



Formula di Hooge:

$$S_{1/f} = \frac{\alpha_H \bar{I}^2}{N f}$$

N : numero portatori

In genere per ridurre $S_{1/f}$ si pone più dispositivi in parallelo.

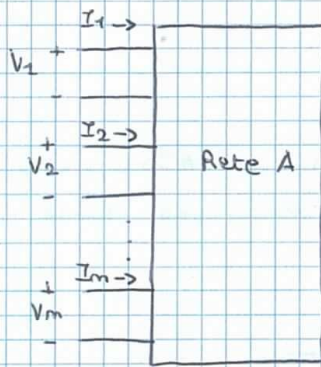
Nei MOS che TRANSISTOR con W più grande.

Spesso si usa: $S_{1/f} = 2q \bar{I} \left(\frac{f_c}{f} \right)$ ma $f_c(\bar{I})$

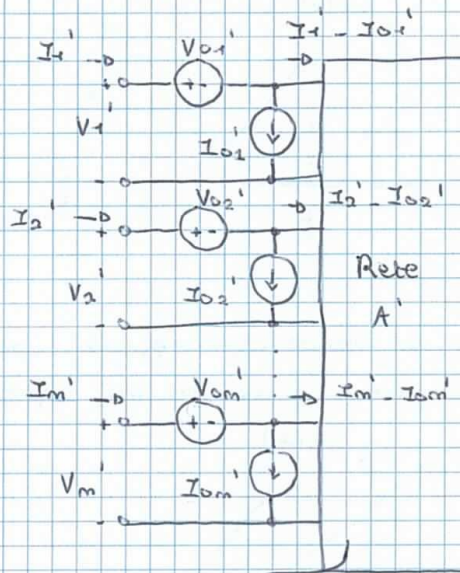
la dipendenza è $S_{1/f}(\bar{I}^2)$ non $S_{1/f}(\bar{I})$!!!

TEOREMA DI THEVENIN GENERALIZZATO

Si applica ad un circuito che ha N porte.



Il teorema mi consente di passare ad una rete equivalente a tutte le porte.



Gen. di V_0 e I_0 aperti!

$$\vec{V} = R \vec{I} + \vec{V}_0$$

Per la rete A

R matrice, scalare meglio indicata con Z perché può essere complessa anche da elementi complessi.

$\vec{V}$: vettore di un flusso.

$\vec{I}$: " " " "

$\vec{V}_0$: " " " "

Per la rete A':

$$\vec{V}' = \vec{V}_0' + R(\vec{I}' - \vec{I}_0')$$

Per essere equivalenti:

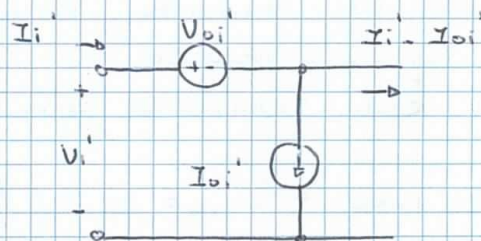
$$\vec{V}' = R \cdot \vec{I}' + \vec{V}_0'$$

$$= R \cdot \vec{I}' + \vec{V}_0' - R \vec{I}_0'$$

$$= R \cdot \vec{I}' + (\vec{V}_0' - R \vec{I}_0')$$

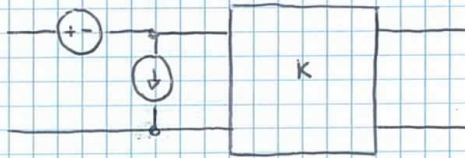
Condizione di equivalenza: $\vec{V}_0 = \vec{V}_0' - R \vec{I}_0'$

Questo è un sistema di n equazioni con $2n$ incognite $\rightarrow$ ha n gradi di libertà.



È un elemento i -esimo

Tipicamente in Ampe. che ha due porte uscite
con 2 generatori:

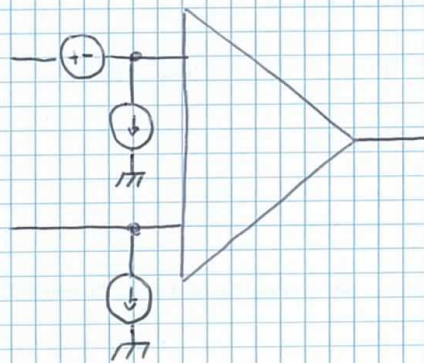


2 Porte :

- IN
- OUT

Sceiti opportunamente i due generatori,
e' equivalente a tutto le porte.
In questo caso alla porta di IN e di OUT.

In un Amplificatore differenziale ha 3 porte e
quindi usa 3 generatori.



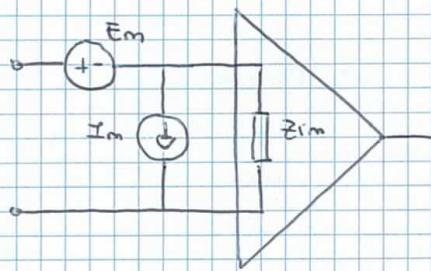
3 Porte

- IN +
- IN -
- OUT

Se teorema di Thevenin generalizzato dico che,
sceiti opportunamente i generatori V_{o1} e I_{o1} possiamo
ottenere una rete equivalente a tutte le porte.

16/12/2016

Per un amplificatore non differenziale



E_m : generatore equivalente di rumore di tensione.

me posto in ingresso

I_m : di corrente posto in ingresso

S_{Em} : densità spettrale di potenza associata a E_m

S_{Im} : " " " " " " " I_m

Misurare la densità spettrale di potenza dei due generatori:

Trascurando la correlazione tra S_{Em} e S_{Im} risulta:

Mettendo in c.c. e' ingresso aperto S_{Em} :

$H(j\omega)$: g.d.t. dell'amplificatore

On uscita chiusa: $S_v'(\omega) = |H(j\omega)|^2 \cdot S_{Em}(\omega)$

$$S_{Em}(\omega) = \frac{S_v'(\omega)}{|H(j\omega)|^2}$$

Per valutare S_{Im} lascio e' ingresso aperto in uscita chiusa:

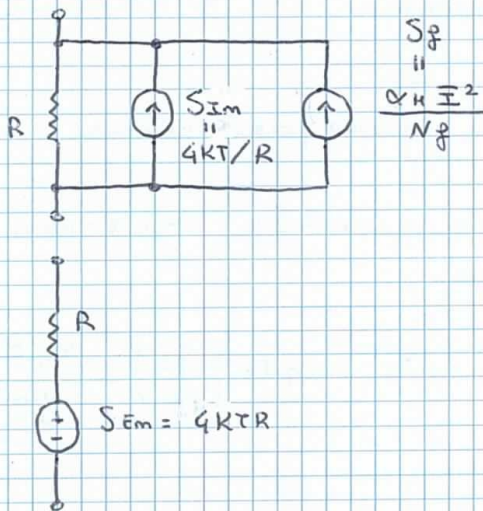
$$S_v''(\omega) = |H(j\omega)|^2 \cdot S_{Im}(\omega) \cdot |Z_{im}(\omega)|^2$$

$$S_{Im}(\omega) = \frac{S_v''(\omega)}{|H(j\omega)|^2 \cdot |Z_{im}(\omega)|^2}$$

Non è sempre dato che questa operazione si possa fare: alcuni amplificatori possono essere instabili con ingresso in corto o aperto.

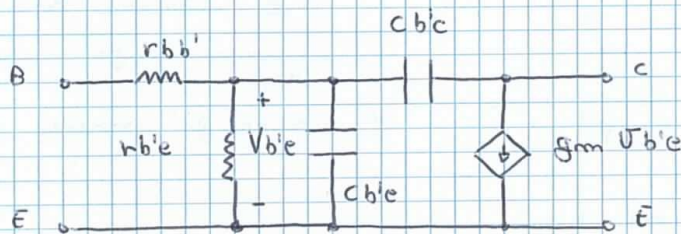
Per i componenti termici:

Per una Resistenza:

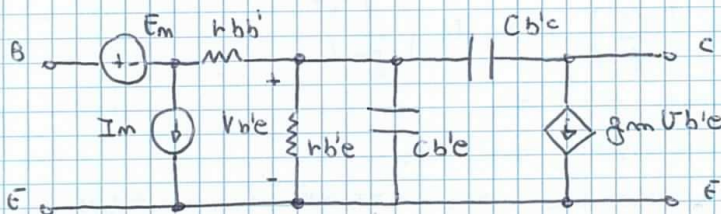


Rumore Flicker
considerato solo se
 R è attenuata
da una costante.

Per un BJT:



Introduco i generatori equivalenti di rumore:



f_t : frequenza alla quale il guadagno di
il del BJT con out posto in c.c. diventa
unitario in modulo

f_t : frequenza di transizione = $\frac{g_m}{2\pi (C_{b'e} + C_{c'b})}$

$r_{bb'}$: resistenza tra base esterna e base interna dovuta alla porzione di semiconduttore.

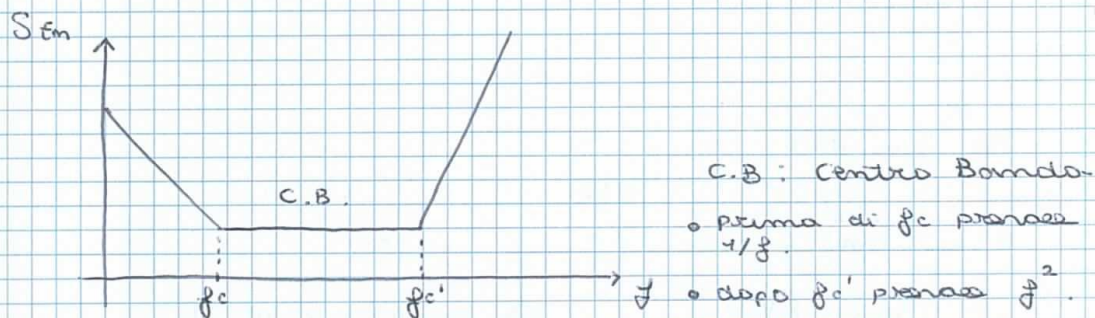
Produce rumore termico

Rumore Shot prodotto da I_B

Rumore Shot di collettore riportato come effetto nella base

Rumore Flicker dovuto alla corrente che scorre nella giunzione base-emettitore.

$$S_{em} = 4kTr_{bb'} + r_{bb'}^2 \left[2qI_c \left(\frac{f}{f_T} \right)^2 + 2qI_B + 2qI_B \left(\frac{f_c}{f} \right) + \frac{2qI_c}{g_m^2} \right]$$



La banda banda richiesta:

$$S_{emCB} = 4kTr_{bb'} + 2qI_B r_{bb'}^2 + \frac{2qI_c}{g_m^2}$$

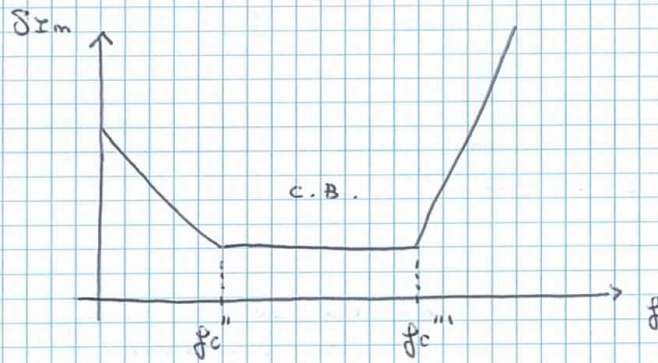
$$S_{im} = 2qI_B + 2qI_B \left(\frac{f_c}{f} \right) + 2qI_c \left(\frac{f}{f_T} \right)^2$$

Rumore Shot prodotto da I_B

Rumore Flicker prodotto da I_B

Rumore Shot di collettore riportato come effetto nella base.

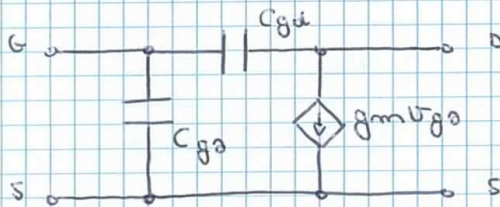
S_{em} e S_{im} sono invariantemente correlati!



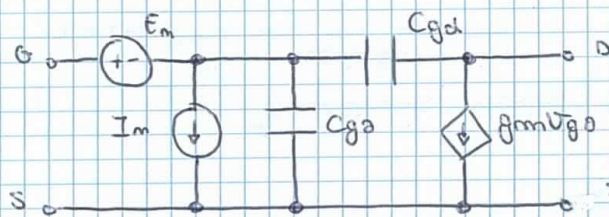
Il centro banda: $S_{ImCB} = 2qIB$

$$f_c'' \neq f_c, \quad f_c''' \neq f_c'$$

Per un MOSFET, o in generale per un transistor a effetto di campo:



Introduco i generatori equivalenti di rumore.



$$W_r = \frac{g_m}{C_{gs} + C_{gd}}$$

$$f_r = \frac{W_r}{2\pi}$$

$$S_{Em} = \frac{1}{g_m^2} \left[\frac{8}{3} KT g_m + K' \frac{I_D^2}{f} \right]$$

$$K' = \frac{\alpha_H}{N}$$

Rumore di tipo
termico del
canale in
saturazione

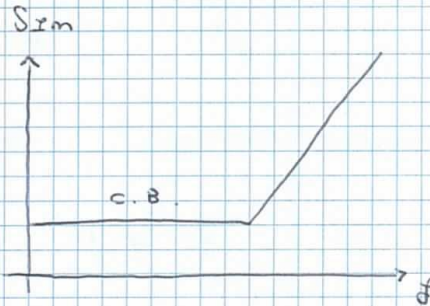
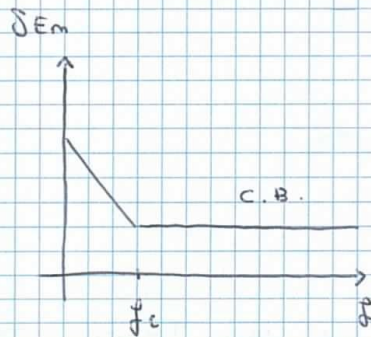
Rumore flicker del
canale

$$S_{EmCB} = \frac{8}{3} \frac{KT}{g_m}$$

$$S_{rm} = 2q I_G + \left(\frac{f}{f_T} \right)^2 \left[\frac{8}{3} K T g_m + K' \frac{I_D^2}{f} \right]$$

$\uparrow$ Rumore shot
corrente di gate
 $\uparrow$ Rumore termico
canale
 $\uparrow$ Rumore flicker
canale

$$S_{inCB} = 2q I_G$$



Fattore di Rumore: Rapporto tra SNR_i / SNR_u

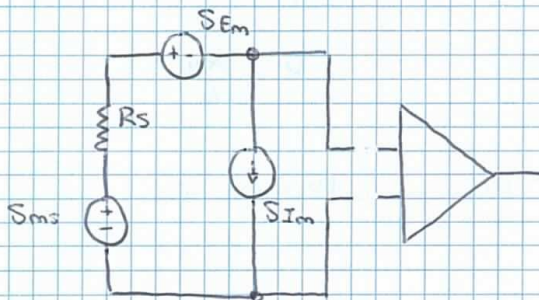
$$F = \frac{P_s / S_{ms} \Delta f}{P_u / S_{mu} \Delta f} = \frac{P_s}{P_u} \cdot \frac{S_{mu}}{S_{ms}} = \frac{P_s}{P_s |A_v|^2} \cdot \frac{S_{mu}}{S_{ms}}$$

$$= \frac{S_{mu}}{S_{ms} |A_v|^2} = \frac{S_{mi}}{S_{ms}}$$

$P_{mi} = S_{ms} \Delta f$
 $P_{mu} = S_{mu} \Delta f$

$\swarrow$ Rumore in uscita ripartito
in ingresso
 $\nwarrow$ Rumore della sorgente

Risultato:



$$S_{mi} = S_{ms} + S_{Em} + S_{Im} R_s^2$$

$$S_{ms} = 4KT R_s$$

$$F = \frac{4KT R_s + S_{Em} + S_{Im} R_s^2}{4KT R_s}$$

$$= 1 + \frac{S_{Em} + S_{Im} R_s^2}{4KT R_s}$$

Qual'è il minimo di questa quantità?

T può essere la temperatura del componente o la temperatura equivalente di rumore.

$$\frac{\partial F}{\partial R_s} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_s} = \frac{2R_s S_{im} (4KT R_s) - 4KT (S_{em} + S_{im} R_s^2)}{(4KT R_s)^2} = 0$$

Supponendo S_{em} e S_{im} scelti.

$$8KT R_s^2 S_{im} - 4KT S_{em} - 4KT R_s^2 S_{im} = 0$$

$$4KT R_s^2 S_{im} - 4KT S_{em} = 0$$

$$R_s = \sqrt{\frac{S_{em}}{S_{im}}}$$

R_s ottima dal punto di vista del rumore

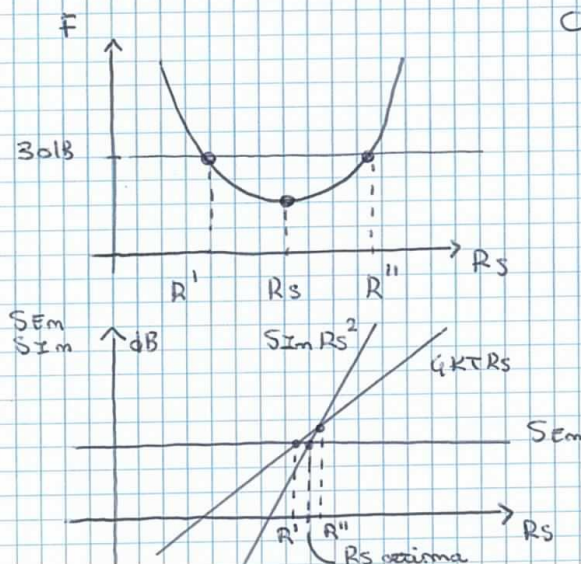
$$R_s : F = F_{min}$$

Se R_o una sorgente con bassa F_{out}

→ S_{em} bassa

Se R_o una sorgente con alta F_{out}

→ S_{im} bassa



Circa di Rumore:

$$10 \log_{10} F$$

$$R' = \frac{S_{em}}{4KT}$$

$$R'' = \frac{4KT}{S_{im}}$$

$$S_{em} = 4KT R'$$

$$S_{im} R''^2 = 4KT R''$$