

ELETTRONICA ANALOGICA

[Appunti in Breve]

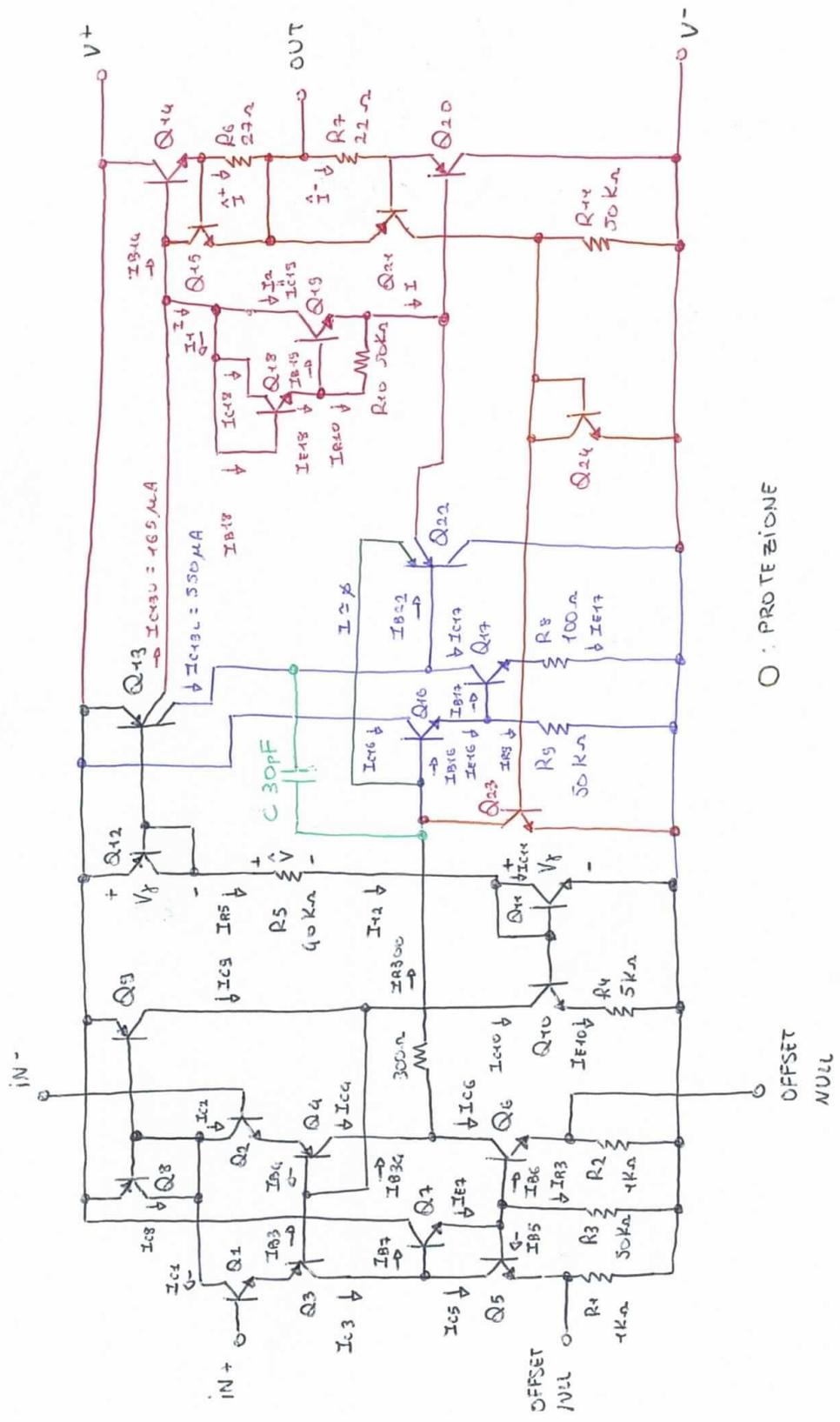
A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

PROFESSORE: Massimo Macucci (<http://unimap.unipi.it/cercapersone/dettaglio.php?ri=4342>)

LINK AL CORSO ANNO 2016/2017: <http://brahms.iet.unipi.it/elan/>

FREQUENTAZIONE: Consigliata.

μA741 - SCHEMA ELETTRICO



O : PROTEZIONE

STADIO DI OUT

STADIO DI GUADAGNO

STADIO DI IN

COMPENSAZIONE

STADIO DI IN - POLARIZZAZIONE

$$V^+ = V_{CC}, V^- = V_{EE} \quad ; \quad V_{CC} = +15V, V_{EE} = -15V$$

$$V_{BE_{T1}} = V_{CE_{T1}} = V_f$$

$$V_{EB_{T2}} = V_{EC_{T2}} = V_f$$

$$-V_{CC} + V_f + \hat{V} + V_f + V_{EE} = 0$$

$$\hat{V} = V_{CC} - V_{EE} - 2V_f$$

$$I_{T2} = \frac{\hat{V}}{R_5} = I_{R5} = 715 \mu A$$

→ Q10, Q11 ed R4 formano un circuito demagnificatore

$$\frac{I_{C10}}{I_{R5}} = \text{cost} \ll 1$$

→ Ma un circ. dem. perfetto con una operazioe di corrente R5 avrebbe stata molto grande → occupa spazio

$$\begin{cases} V_{BL10} = V_{BE10} + R_4 \cdot I_{E10} \approx V_{BE10} + R_4 \cdot I_{C10} & (Q10 \text{ in F.A.R.}) \\ V_{BL11} = V_{BE11} \end{cases}$$

$$V_{BL10} = V_{BL11}$$

Supponiamo Q10, Q11 in F.A.R.

$$\begin{cases} I_{C10} \approx I_0 e^{\frac{V_{BE10}}{V_T}} \\ I_{C11} \approx I_0 e^{\frac{V_{BE11}}{V_T}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{BE10} = V_T \ln \left(\frac{I_{C10}}{I_0} \right) \\ V_{BE11} = V_T \ln \left(\frac{I_{C11}}{I_0} \right) \end{cases}$$

Ottimiziamo Q10 identico a Q11 ⇒ stesso I₀.

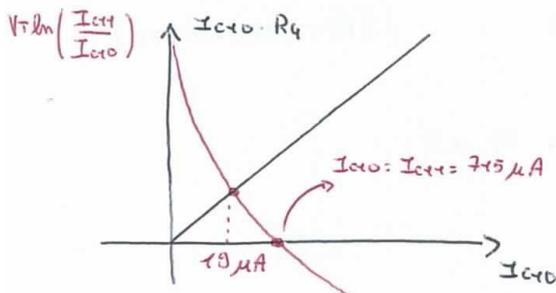
$$V_T = 25,852 \text{ mV}, T = 300 \text{ K}$$

$$I_{C10} \cdot R_4 + V_{BE10} = V_{BE11}$$

$$I_{C10} \cdot R_4 = V_T \ln \left(\frac{I_{C11}}{I_0} \right) - V_T \ln \left(\frac{I_{C10}}{I_0} \right)$$

$$I_{C10} \cdot R_4 = V_T \ln \left(\frac{I_{C11}}{I_{C10}} \right)$$

$$I_{C11} \approx I_{T2}$$



$$\rightarrow I_{C10} = 18 \mu A$$

metodo algebrico iterato:

$$I_{C10} = \frac{V_T}{R_4} \ln \left(\frac{I_{C11}}{I_{C10}} \right)$$

$$\text{ipotesi: } I_{C10} = 100 \mu A$$

$$I_{C10} = I_{C9} + I_{B34}$$

Q8, Q9 formano uno specchio di corrente.

Se $I_{C9} \uparrow$ $I_{B34} \downarrow$ $I_{C1}, I_{C2} \downarrow$ $I_{C8} \downarrow$ $I_{C9} \downarrow$ Retrazione

Se $I_{C9} \downarrow$ $I_{B34} \uparrow$ $I_{C1}, I_{C2} \uparrow$ $I_{C8} \uparrow$ $I_{C9} \uparrow$ Negativa

$$I_{C10} \approx I_{C9} \approx I_{C8} = I_{C1} + I_{C2}$$

$$\rightarrow I_{C1} = I_{C2} = I_{C10} \quad \text{con} \quad I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_{C10}}{2} = 9,5 \mu A$$

Se non fosse presente Q4, Q5 e Q6 formerebbero uno specchio perfetto. Quanto sarebbe I_{R300} ?

$$I_{C4} = I_{R300} + I_{C6}$$

$$I_{R300} = I_{C4} - I_{C6}$$

$$I_{C4} \approx I_{C2} \rightarrow I_{R300} = I_{C2} - I_{C6}$$

nel caso di specchio perfetto: $I_{C6} \approx I_{C5} \approx I_{C3} \approx I_{C1}$

$$I_{R300} \approx I_{C2} - I_{C1}$$

Se $V_{im}^+ - V_{im}^- = \phi \rightarrow I_{R300} = \phi$ e lo stadio di guadagno non è polarizzato.

Squieiro lo stadio di ingresso per creare una corrente di riposo.

Analizziamo Q4.

$$I_{C3} = I_{C5} + I_{B7} = I_{C6} + I_{B7} = I_{C6} + \frac{I_{E7}}{h_{FE7} + 1} \quad (I_{C5} \approx I_{C6})$$

$$I_{E7} = I_{B5} + I_{B6} + I_{R3} = \frac{I_{C5}}{h_{FE5}} + \frac{I_{C6}}{h_{FE6}} + I_{R3} \quad (h_{FE} = h_{FE5} = h_{FE6})$$

$$I_{R3} = \frac{V_{B25}}{R3} = \frac{V_{D+} + I_{C5} \cdot R4}{R3} = \frac{V_{D+} + I_{C5} R4}{R3} = 14 \mu A.$$

$$I_{C5} \approx I_{C1} \approx \frac{I_{C8}}{2} \approx \frac{I_{C10}}{2} = 9,5 \mu A$$

$$h_{FE1} = \frac{I_{C1}}{I_{B1}} = 118,75 \approx 120$$

$$I_{B1} = 80 \text{ mA} \quad (\text{dalla pagina del manuale})$$

$$h_{FE} = h_{FE1} = h_{FE2} = h_{FE3} = h_{FE4} = h_{FE5} = h_{FE6} = h_{FE7}$$

$$I_{E7} \approx \frac{V_{R3}}{R3} = 14 \mu\text{A}$$

$$I_{C3} = I_{C6} + \frac{I_{E7}}{h_{FE+1}} = I_{C6} + 117 \text{ mA}$$

$$I_{C4} \approx I_{C3} = I_{C6} + 117 \text{ mA}$$

$$I_{R300} = I_{C4} - I_{C6} = 117 \text{ mA}$$

R_1, R_2 sono necessari per la regolazione dell'offset tramite il collegamento di un potenziometro esterno.

STADIO DI GUADAGNO - POLARIZZAZIONE

$$h_{FE} = h_{FE16} = h_{FE17}$$

(Nota è la stessa quantità
 h_{FE} considerata nello stadio
 di in)

$$I_{B16} \approx I_{R300} = 117 \mu A$$

$$I_{C13L} = 550 \mu A \quad \rightarrow \text{Da questo } Q_{12}, Q_{13} \text{ è una coppia}$$

$$\text{di corrente: } I_{AS} = I_{C13L} + I_{C13U}$$

$$I_{E16} = (h_{FE} + 1) I_{B16} = (h_{FE} + 1) I_{R300}$$

$$V_{BL17} = V_{BE17} + I_{E17} \cdot R_8 = V_{\beta} + I_{C17} \cdot \frac{h_{FE} + 1}{h_{FE}} \cdot R_8$$

$$I_{C17} = h_{FE} \cdot I_{B17}$$

$$I_{B17} = I_{E16} - I_{R9} = (h_{FE} + 1) I_{R300} - \frac{V_{BL17}}{R_9}$$

$$= (h_{FE} + 1) I_{R300} - \frac{V_{\beta}}{R_9} - I_{CA} \cdot \frac{h_{FE} + 1}{h_{FE}} \cdot \frac{R_8}{R_9}$$

$$I_{B22} \ll I_{C17} \rightarrow I_{C17} = I_{C13L}$$

$$\frac{I_{C17}}{h_{FE}} = (h_{FE} + 1) I_{R300} - \frac{V_{\beta}}{R_9} - \frac{I_{C17}}{h_{FE}} \cdot \frac{h_{FE} + 1}{h_{FE}} \cdot \frac{R_8}{R_9}$$

$$I_{C17} = h_{FE}^2 I_{R300} + h_{FE} I_{A300} - \frac{V_{\beta}}{R_9} h_{FE} - \frac{R_8}{R_9} I_{C17} h_{FE} - \frac{R_8}{R_9} I_{C17}$$

$$h_{FE}^2 I_{R300} + h_{FE} \left(I_{A300} - \frac{V_{\beta}}{R_9} - \frac{R_8}{R_9} I_{C17} \right) - \left(1 + \frac{R_8}{R_9} \right) I_{C17} = 0$$

$$\rightarrow h_{FE} = 153$$

$$I_{C16} \approx I_{E16} = I_{R300} \cdot h_{FE} = 18,49 \mu A$$

$$I_{B17} = \frac{I_{C17}}{h_{FE}} = 3,48 \mu A$$

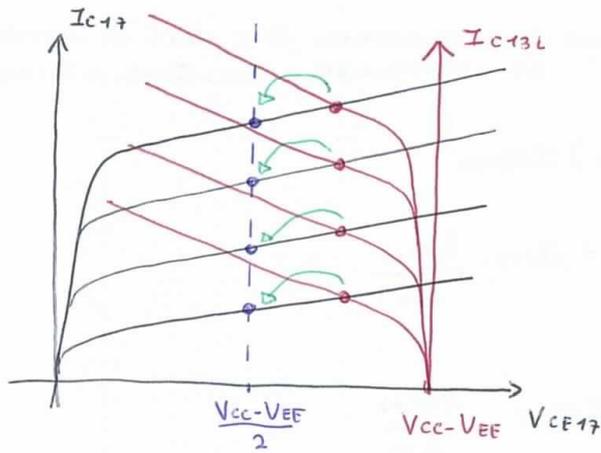
$$V_{BL17} \approx V_{BE17} + I_{C17} \cdot R_8 = V_{\beta} + I_{C17} \cdot R_8 = 755 \text{ mV}$$

$$V_{CE16} = V_{CC} - (V_{BL17} + V_{EF}) = 29,245 \text{ V}$$

V_{CE17} :

$$-V_{CC} + V_{CE13L} + V_{CE17} + R_B I_{E17} + V_{EE} = 0$$

Trascurvo il contributo di R_B .



$$\begin{aligned} V_{CE13L} &= V_{CE17} - V_{CC} + V_{EE} \\ &= V_{CE17} - (V_{CC} - V_{EE}) \end{aligned}$$

In questo caso risulta che per $U_{im} = 0$, $V_{out} \neq \frac{V_{CC} - V_{EE}}{2}$.

Devo portare il punto di lavoro in

$$\frac{V_{CC} - V_{EE}}{2} \quad \bullet$$

$h_{OE} \neq 0$

$$h_{OE} = \frac{I_{CQ}}{|V_{E1}|}, \quad \frac{1}{h_{OE}} = \frac{|V_{E1}|}{I_{CQ}}$$

$$V_{E_{pmp}} = -50V$$

$$V_{E_{mpm}} = -100V$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{h_{OE}}\right)_{mpm} = 2 \left(\frac{1}{h_{OE}}\right)_{pmp}$$

In realtà, grazie al fatto che $I_{C17} = I_{C13L} + I_{B22}$ il punto di lavoro si pone su $V_{CE17} \approx \frac{V_{CC} - V_{EE}}{2}$.

Q_{13} e Q_{17} formano in definitiva un trasformatore di linee.

STADIO DI OUT E DI PROTEZIONE - POLARIZZAZIONE

Q_{13} , Q_{21} , Q_{24} , Q_{23} in condizioni normali sono interdetti perché fanno parte del circuito di protezione.

Lo stadio di OUT è costituito da un amplificatore in classe B:

- per semionde positive conduce Q_{14} ;
- per semionde negative conduce Q_{20} ;

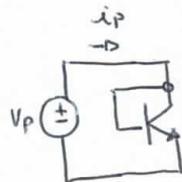
La struttura composta da Q_{18} , Q_{19} ed R_{10} è necessaria al fine di eliminare la distorsione dovuta all'effetto di crossover tra Q_{14} e Q_{20} .

Introduca una caduta di V_f , come se risultassero inseriti due diodi.

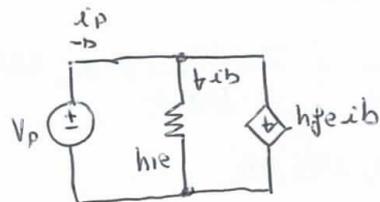
Qual'è il montaggio di usare questa struttura anziché due BJT connessi a diodi in serie?



Calcolo di R_{diff} per un singolo BJT connesso a diodo:



=>



$$R_{diff} = \frac{V_p}{i_p} = \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}$$

$$R_{diff\ AB} = 2 \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}$$

Analizziamo ora la struttura presente tra la base di Q14 e la base di Q20:

$$I_{C19} = I + I_{B14}$$

$$I = 100 \mu A$$

$$I_{B14} = 65 \mu A$$

$$h_{FE18} = h_{FE19} = 120 \quad (\text{ipotesi})$$

$$I_1 = I_{E18}$$

$$I_{C19} = h_{FE} \cdot I_{B19}$$

$$I_2 = h_{FE} \cdot (I_{E18} - I_{R10}) = h_{FE} (I_1 - I_{R10})$$

$$I_2 = I_1 h_{FE} - I_{R10} h_{FE}$$

$$I = I_1 + I_2 \rightarrow I_2 = I - I_1$$

$$I_1 h_{FE} - I_{R10} h_{FE} = I - I_1$$

$$I_1 (h_{FE} + 1) = I + I_{R10} h_{FE}$$

$$I_1 = \frac{I}{h_{FE} + 1} + \frac{I_{R10} h_{FE}}{h_{FE} + 1} = \frac{I}{h_{FE} + 1} + \frac{V_D}{R_{10}} \cdot \frac{h_{FE}}{h_{FE} + 1} = 14,744 \mu A$$

$$I_{R10} = \frac{V_{BE19}}{R_{10}} = \frac{V_D}{R_{10}}$$

$$I_{C18} = I_{E18} \cdot \frac{h_{FE}}{h_{FE} + 1} = I_1 \cdot \frac{h_{FE}}{h_{FE} + 1} = 14,583 \mu A$$

$$I_2 = I - I_1 = 85,256 \mu A$$

R_{10} ripartisce I , affinché I_2 sia presente a I_1 .

Il fine è il seguente:

$$R_{dip} \Big|_{I_2 > I_1} = \frac{1}{2} R_{dip} \Big|_{I_1 = I_2}$$

Analizziamo il circuito alle variazioni:

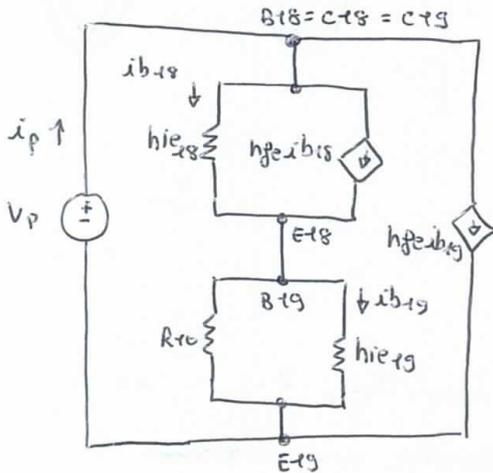
$$h_{fe} = h_{FE} \quad (\text{ipotesi})$$

$$h_{fe} = h_{FE} = 120$$

$$h_{ie} \approx h_{be} = \frac{V_T}{I_C} \cdot h_{FE}$$

$$h_{ie} = \frac{V_T}{I_{C18}} \cdot h_{FE} = 36373 \Omega$$

$$h_{ie} = \frac{V_T}{I_{C19}} \cdot h_{FE} = 212,64 \text{ K}\Omega$$



$$i_p = (h_{FE} + 1) i_{b18} + h_{FE} i_{b19}$$

$$i_{b19} = (h_{FE} + 1) i_{b18} \cdot \frac{R_{10}}{R_{10} + h_{ie19}}$$

$$i_p = (h_{FE} + 1) i_{b18} + h_{FE} (h_{FE} + 1) i_{b18} \cdot \frac{R_{10}}{R_{10} + h_{ie19}}$$

$$i_p = (h_{FE} + 1) i_{b18} \cdot \left(1 + h_{FE} \cdot \frac{R_{10}}{R_{10} + h_{ie19}} \right)$$

$$V_p = h_{ie18} \cdot i_{b18} + (h_{FE} + 1) i_{b18} \cdot R_{10} // h_{ie19}$$

$$\rightarrow i_{b18} = \frac{V_p}{h_{ie18} + (h_{FE} + 1) R_{10} // h_{ie19}}$$

$$i_p = (h_{FE} + 1) \left(1 + h_{FE} \cdot \frac{R_{10}}{R_{10} + h_{ie19}} \right) \cdot \frac{V_p}{h_{ie18} + (h_{FE} + 1) R_{10} // h_{ie19}}$$

$$R_{sig} = \frac{V_p}{i_p} = \frac{h_{ie18} + (h_{FE} + 1) R_{10} // h_{ie19}}{(h_{FE} + 1) \left(1 + \frac{h_{FE} R_{10}}{R_{10} + h_{ie19}} \right)}$$

$\rightarrow 212 \text{ K}\Omega$ (pointing to h_{ie18})
 $\rightarrow 2,55 \text{ K}\Omega$ (pointing to $(h_{FE} + 1) R_{10} // h_{ie19}$)
 $\rightarrow 69$ (pointing to $1 + \frac{h_{FE} R_{10}}{R_{10} + h_{ie19}}$)

$$\approx \frac{h_{ie18}}{h_{FE} + 1} \cdot \frac{R_{10} \cdot h_{ie19}}{R_{10} + h_{ie19}} \cdot \frac{1}{(h_{FE} + 1)} \cdot \frac{R_{10} + h_{ie19}}{h_{FE} R_{10}} = \frac{h_{ie19}}{h_{FE}}$$

R_{sig} risulta quindi dimezzata!

On risulta risulta che:

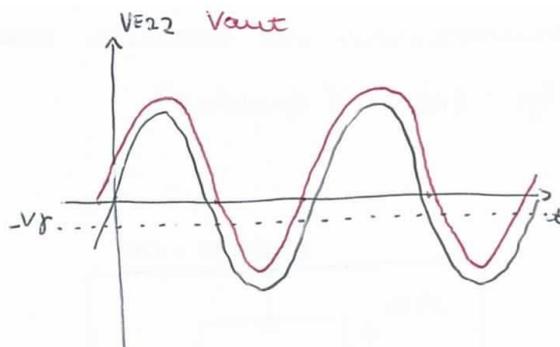
- Q_{14} conduce se $V_{E22} > -V_f$;
- Q_{20} conduce se $V_{E22} < -V_f$;

$$V_{out} = \phi \text{ se } V_{E22} = -V_f$$

$$Q_{14} \text{ conduce se } -V_f \div V_{MAX}$$

$$Q_{20} \text{ conduce se } -V_f \div V_{MIN}$$

$$(-V_f \div V_{MAX}) > (-V_f \div V_{MIN})$$



La cosa da evitare è il collegamento E_{Q22} con B_{Q16} ?

Il suo scopo è quello di evitare l'entrata in piena saturazione di Q_{17} , che provocherebbe una riduzione della velocità di reazione del circuito.

$$V_{BE16} + V_{BE17} + V_{EC17} + V_{BE22} = \phi$$

$$V_{CE17} = V_{BE16} + V_{BE17} + V_{BE22}$$

$$V_{BE22_{MAX}} = V_f \Rightarrow V_{CE17_{MIN}} = V_{BE16} + V_{BE17} - V_f$$

$$V_{BE16} = V_{BE17} = V_f \Rightarrow V_{CE17_{MIN}} = V_f + V_f - V_f = V_f$$

Non si raggiunge mai $V_{CE17} = V_{CE_{SAT}}$

In condizioni di normale funzionamento:

$V_{CE17} > V_f$, giunzione $B_{Q16} - E_{Q22}$ interdotta.

Q_{15} , R_6 costituiscono un circuito di protezione da eccessive correnti positive:

Se $I^+ > \frac{V_f}{R_6} = 25,93 \text{ mA}$, Q_{15} entra in conduzione e diventa

corrente della base di Q_{14}

La protezione su Q_{20} è fatta in maniera diversa, perché la corrente che può arrivare alla base di Q_{21} è limitata al più a $I_{C30} = 165 \mu A$, invece la base di Q_{20} è protetta automaticamente in tensione.

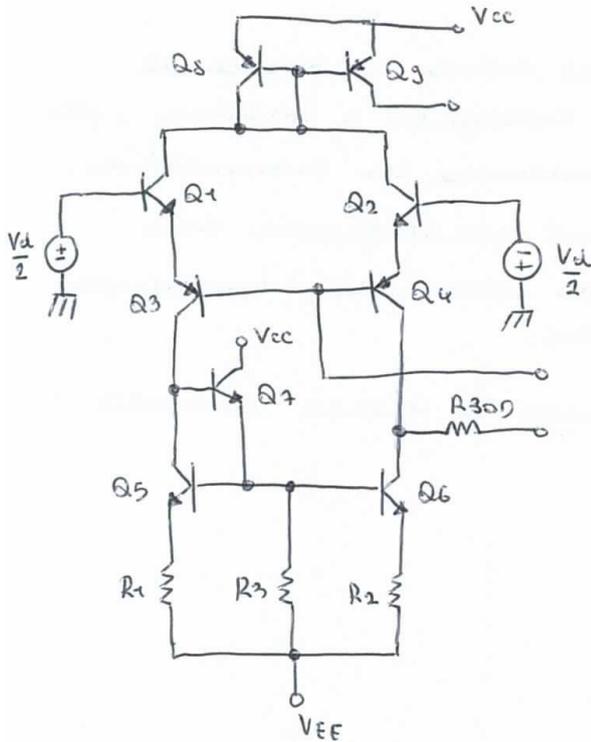
Il circuito che protegge Q_{20} , è formato da Q_{24} , R_9 , R_{14} , Q_{24} , Q_{23} :

Se $V_{R9} > V_T$, entra in conduzione Q_{24} , che determina un passaggio di corrente in Q_{24} e in R_{14} .

Q_{24} e Q_{23} , costituiscono uno specchio, la corrente che fluisce in Q_{24} viene specchiata su Q_{23} e quindi sottratta alla base di Q_{21} , limitando l'ampiezza del segnale relativo alla corrente negativa che arriva a Q_{20} .

STADIO DI IN - VARIAZIONI

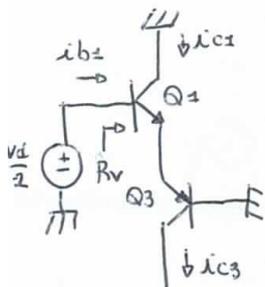
Analisi dello stadio differenziale:



Applichiamo in ingresso un segnale a solo modo differenziale.

Stiamo quindi eccitando un circuito "simmetrico" con un'eccitazione antisimmetrica.
 → i nodi lungo l'asse di simmetria possono essere considerati connessi a massa.

Si può quindi considerare solo metà circuito.



$$R_v = h_{ie1} + (h_{fe1} + 1) \cdot \frac{h_{ie3}}{h_{fe3} + 1}$$

$$h_{ie} = h_{ie1} = h_{ie3}$$

$$h_{fe} = h_{fe1} = h_{fe3}$$

$$\rightarrow R_v = 2 h_{ie}$$

$$h_{fe} = h_{FE} = 120$$

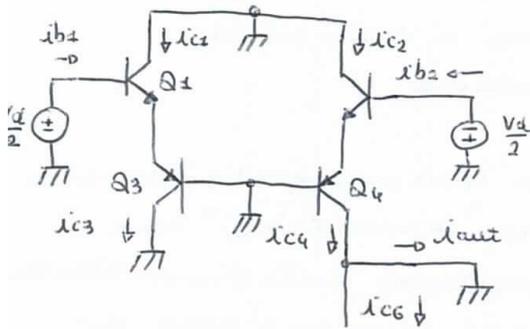
$$i_{b1} = \frac{V_d/2}{2 h_{ie}} = \frac{V_d}{4 h_{ie}}$$

$$R_{in,diff} = \frac{V_d}{i_i} = \frac{V_d}{i_{b1}} = 4 h_{ie} \quad (i_i = i_{b1})$$

$$R_{in,diff} = 4 h_{ie} = 4 h_{be} = 1,3062 \text{ k}\Omega$$

Calcoliamo il guadagno dello stadio differenziale:

$$G_D = \frac{i_{out}}{V_d}, \quad [G] = \Omega^{-1}$$



Per le calcoli considero il C_{Q3} collegato a massa, per mantenere la simmetria. Ipotesi giustificata dal basso valore dell'impedenza vista.

Nando a calcolare i_{out} , la corrente di uscita quando v_{in} è un c.c.

$$i_{c6} = i_{c3}$$

$$i_{c3} = h_{fe} i_{b1} = h_{fe} \cdot \frac{V_d}{2h_{ie}}$$

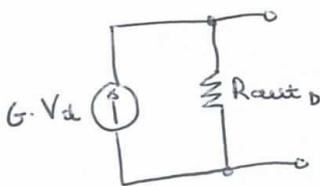
$$i_{c3} \approx i_{c1}$$

$$i_{c4} \approx -i_{c1}$$

$$i_{out} = i_{c4} - i_{c6} = -i_{c1} - i_{c3} = -2 i_{c1} = -h_{fe} \cdot \frac{V_d}{2h_{ie}}$$

$$G_D = \frac{i_{out}}{V_d} = -\frac{h_{fe}}{2h_{ie}} = -\frac{h_{fe}}{2 \frac{h_{fe}}{g_m}} = -\frac{g_m}{2} = -183,74 \mu A/V$$

Lo stadio differenziale di ingresso può essere rappresentato come:



Andiamo a calcolare R_{out_D} .

Adesso i generatori di ingresso sono aperti e l'uscita non è più antisimmetrica, non si può più collegare i punti centrali a massa.

Assumiamo tuttavia, come semplificazione, che le basi di Q_2 e Q_3 siano a massa.

$$R_{out0} = R_{v6} // R_{v4}$$

$$R_{v6} = R_{v66} = \frac{1}{R_{oe6}} \left(1 + \frac{h_{fe6} \cdot R_2}{R_2 + h_{ie6}} \right) = 14,36 \text{ k}\Omega$$

$$h_{fe6} = h_{fe} = 120$$

$$\frac{1}{R_{oe6}} = \frac{|V_E|_m}{I_{c6}} \quad \frac{|V_E|_m}{I_{c6}} = 10,526 \text{ M}\Omega$$

$$R_{v4} = R_{v44} = \frac{1}{R_{oe4}} \left(1 + \frac{h_{fe4} \cdot \frac{h_{ie2}}{h_{fe2} + 1}}{h_{ie4} + \frac{h_{ie2}}{h_{fe2} + 1}} \right) = 10,4399 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{1}{R_{oe4}} = \frac{|V_E|_p}{I_{c4}} = 5,263 \text{ M}\Omega$$

$$h_{fe2} = h_{fe} = 120$$

$$h_{fe4} = h_{fe} = 120$$

$$h_{ie2} = h_{ie4} = h_{ie6}$$

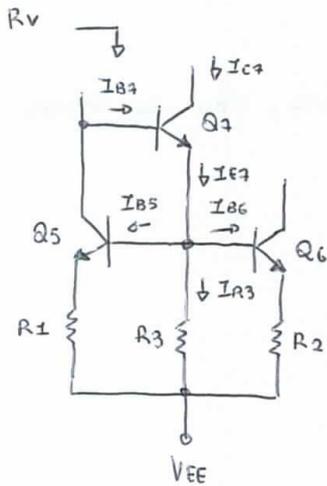
$$R_{out} = 6,046 \text{ k}\Omega$$

Utilizzando $V_T = 26 \text{ mV} \rightarrow G_D = -181,69 \text{ }\mu\text{A/V}$

Guardiamo adesso l' stadio differenziale quando è connesso dal resto del circuito:

$$A_{df} = G_D \cdot R_{out0} = -1105$$

IMPEDENZA VISTA SU CQ_3



$$I_{E7} = I_{B5} + I_{B6} + I_{A3} = 2 I_{B6} + \frac{V_{BE}}{R_3} \approx$$

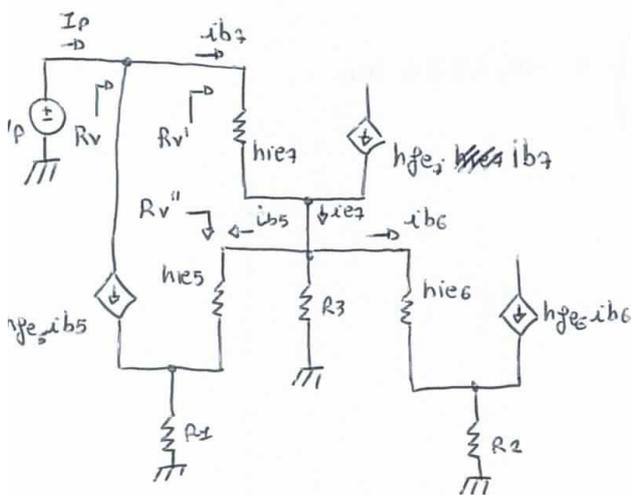
$$\approx 2 I_{B6} + \frac{V_{BE}}{R_3} = 2 \frac{I_{C6}}{h_{FE6}} + \frac{V_{BE}}{R_3} = 14,155 \mu A$$

$$V_{R1} \ll V_{BE} \Rightarrow V_{BE} \approx V_{BE}$$

$$I_{C7} = I_{E7} \cdot \frac{h_{FE7}}{h_{FE7} + 1} = 14,04 \mu A$$

$$h_{ie7} \approx r_{b'e7} = \frac{V_T}{I_{C7}} h_{FE7} = 222,2 \text{ k}\Omega$$

alle variazioni:



$$R_v' = h_{ie7} + (h_{FE7} + 1) \cdot R_v'' = 5,7693 \text{ M}\Omega$$

$$R_v'' = R_3 \parallel \left[h_{ie5} + (h_{FE5} + 1) R_1 \right] \parallel \left[h_{ie6} + (h_{FE6} + 1) R_2 \right]$$

$$= 40889,5 \Omega$$

$$i_{b5} = i_{e7} \cdot \frac{R_3}{R_3 + \frac{h_{ie5} + R_1(h_{FE5} + 1)}{2}} \cdot \frac{1}{2} \quad (i_{b5} = i_{b6})$$

$$i_p = h_{FE5} i_{b5} + i_{b7} = i_{b7} + h_{FE5} \cdot \frac{\frac{R_3}{2}}{R_3 + \frac{h_{ie5} + R_1(h_{FE5} + 1)}{2}} \cdot i_{b7} (h_{FE7} + 1)$$

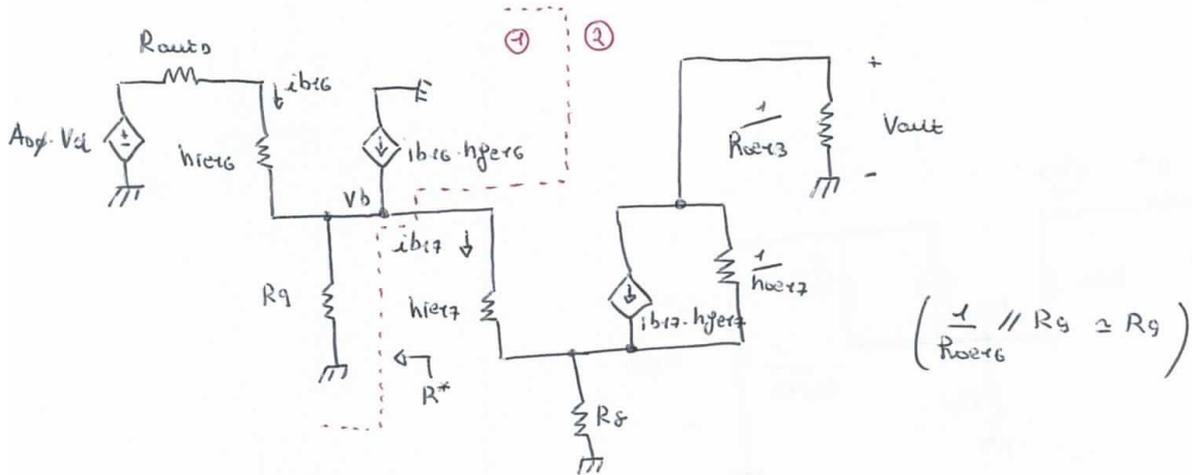
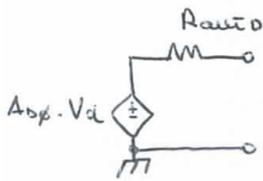
$$= i_{b7} \cdot \left[1 + h_{FE5} (h_{FE7} + 1) \frac{R_3}{2} \cdot \frac{1}{R_3 + \frac{h_{ie5} + R_1(h_{FE5} + 1)}{2}} \right]$$

$$V_D = R_{V'} \cdot i_{b7}$$

$$R_V = \frac{V_D}{I_P} = \frac{R_{V'}}{1 + h_{FE5} \left(h_{FE7} + 1 \right) \frac{R_3}{2} \cdot \frac{1}{R_3 + \frac{h_{FE5} + R_1 (h_{FE5} + 1)}{2}}} = 3909 \Omega$$

STADIO DI GUADAGNO - VARIAZIONI

Equivalentemente dello stadio di ingresso:



Calcolo del guadagno in 2 step:

1) Guadagno tra $V_a = A_{op} \cdot V_d$ e E_{Q16} con $Q17$ disconnesso.

$$h_{FE} = h_{FE} = 158.$$

$$I_{C16} = I_{B16} \cdot h_{FE} = I_{A300} \cdot h_{FE} = 18,456 \mu A$$

$$I_{C17} = I_{C13L} = 550 \mu A$$

$$h_{ie16} \approx r_{b'e16} = \frac{V_T}{I_{C16}} \cdot h_{FE16} = 222,22 \text{ K}\Omega$$

$$h_{ie17} \approx r_{b'e17} = \frac{V_T}{I_{C17}} \cdot h_{FE17} = 7,469 \text{ K}\Omega$$

$$A_{v1} = \frac{\hat{V}_b}{V_a}, \quad \hat{V}_b \text{ e } V_b \text{ calcolate con } Q17 \text{ sconnesso.}$$

$$i_{b16} = \frac{V_a}{R_{out0} + h_{ie16} + (h_{FE16} + 1) \cdot R_9}$$

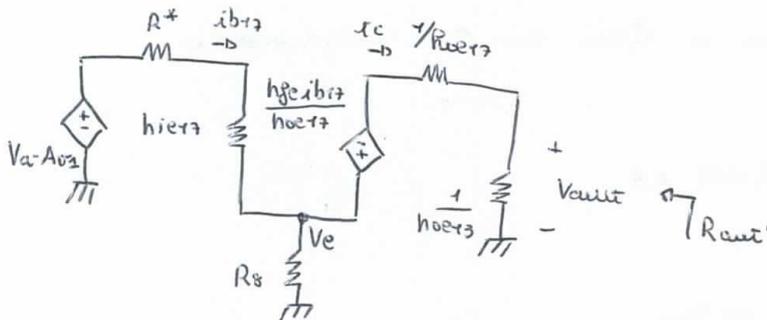
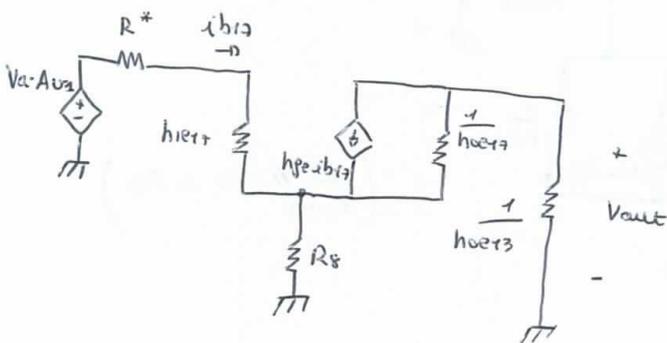
$$\hat{V}_b = i_{b16} (h_{FE16} + 1) \cdot R_9$$

$$\frac{\hat{V}_b}{(h_{fe+1}) R_g} = \frac{V_a}{R_{out0} + h_{ie6} + (h_{fe+1}) R_g}$$

$$A_{v1} = \frac{\hat{V}_b}{V_a} = \frac{(h_{fe+1}) R_g}{R_{out0} + h_{ie6} + (h_{fe+1}) R_g} = 0,5592$$

$$R^* = R_g \parallel \frac{h_{ie6} + R_{out0}}{h_{fe+1}} = 2204 \Omega$$

2)



$$\left\{ \begin{aligned} i_c &= \frac{-\frac{h_{fe} i_{b13}}{h_{oe13}} + V_e}{\frac{1}{h_{oe13}} + \frac{1}{h_{oe13}}} \\ i_{b13} &= \frac{V_a \cdot A_{v1} - V_e}{R^* + h_{ie13}} \\ V_e &= (i_{b13} - i_c) \cdot R_E \end{aligned} \right.$$

$$i_c = \frac{-\frac{h_{fe} i_{b17}}{h_{oe17}} + (i_{b17} - i_c) \cdot R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}}}$$

$$i_c \left(\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} \right) = -h_{fe} i_{b17} \cdot \frac{1}{h_{oe17}} + i_{b17} R_8 - i_c R_8$$

$$i_c \left(\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8 \right) = i_{b17} \left(-\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} + R_8 \right)$$

$$i_c = i_{b17} \cdot \frac{-\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} + R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8}$$

$$V_e = R_8 \left(i_{b17} + \frac{\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} - R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8} \cdot i_{b17} \right)$$

$$i_{b17} (R^* + h_{ie17}) = V_a A_{v1} - R_8 i_{b17} \left(1 + \frac{\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} - R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8} \right)$$

$$i_{b17} = \frac{V_a A_{v1}}{R^* + h_{ie17} + R_8 \left(1 + \frac{\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} - R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8} \right)}$$

$$i_c = \frac{V_a A_{v1}}{R^* + h_{ie17} + R_8 \left(1 + \frac{\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} - R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8} \right)} \cdot \frac{-\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} + R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8}$$

$$V_{out} = i_c \cdot \frac{1}{h_{oe13}}$$

$$A_d = \frac{V_{out}}{V_a} = \frac{G_D A_{v1} A_{v2} \cdot \left(-\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} + R_8 \right) \cdot \left(\frac{1}{h_{oe13}} \right)}{R^* + h_{ie17} + R_8 \left(1 + \frac{\frac{h_{fe}}{h_{oe17}} - R_8}{\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8} \right) \left(\frac{1}{h_{oe17}} + \frac{1}{h_{oe13}} + R_8 \right)} = 147273$$

$$R_{out}' = \frac{1}{h_{oe13}} \parallel \frac{1}{h_{oe17}} \left(1 + \frac{h_{fe17} R_B}{h_{ie17} + R_B + R^*} \right) = 68557 \Omega$$

Nota che nel calcolo del guadagno è stato trascurato l'effetto capacitivo dello stadio di OUT, costituito da Q22, Q20 e Q14, dato che questi costituiscono due iniezioni di emettitore in cascata con R_{in} elevata.

Abbiamo inoltre considerato l'uscita dello stadio di guadagno pari a quella dello stadio a simmetria complementare, perché possiamo assumere che il guadagno dei due stadi a iniezioni di emettitore sia circa 1.

$$R_{outTOT} \approx \frac{R_{out}'}{h_{fe} \cdot h_{fe}} \approx 50 \Omega$$

$h_{fe} \cdot h_{fe}$

→ Deriva dai due stadi a iniezioni di emettitore

COMPENSAZIONE

Derivata dal polo introdotto da C_1 , che è dominante rispetto a tutte le altre singolarità.

Tale polo viene aggiunto allo scopo di realizzare una compensazione a polo dominante, in modo da facilitare il raggiungimento della stabilità quando il $\mu A 741$ viene impiegato all'interno di un anello di reazione.

Comporta una grossa riduzione della banda passante ed ad anello aperto, che con problemi del tipo $\mu A 741$ viene usato come comparatore.

È consigliato usare come comparatore A.O. non compensato.

Condizione di stabilità:

$\text{Re}[p_i] > 0$: poli a parte reale maggiore di zero;

$\text{Re}[p_i] = 0$: poli immaginari puri;

Criterio di stabilità di Barkhausen:

Un oscillatore oscilla se esiste un f_x :

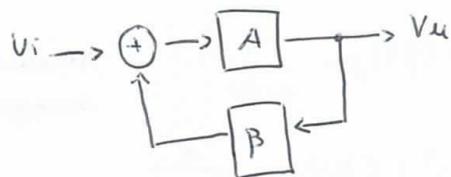
$$f = f_x \Rightarrow \begin{cases} |F(j\omega)| = 1 & (\text{oscillazione con ampiezza costante}) \\ \angle F(j\omega) = 0 \end{cases}$$

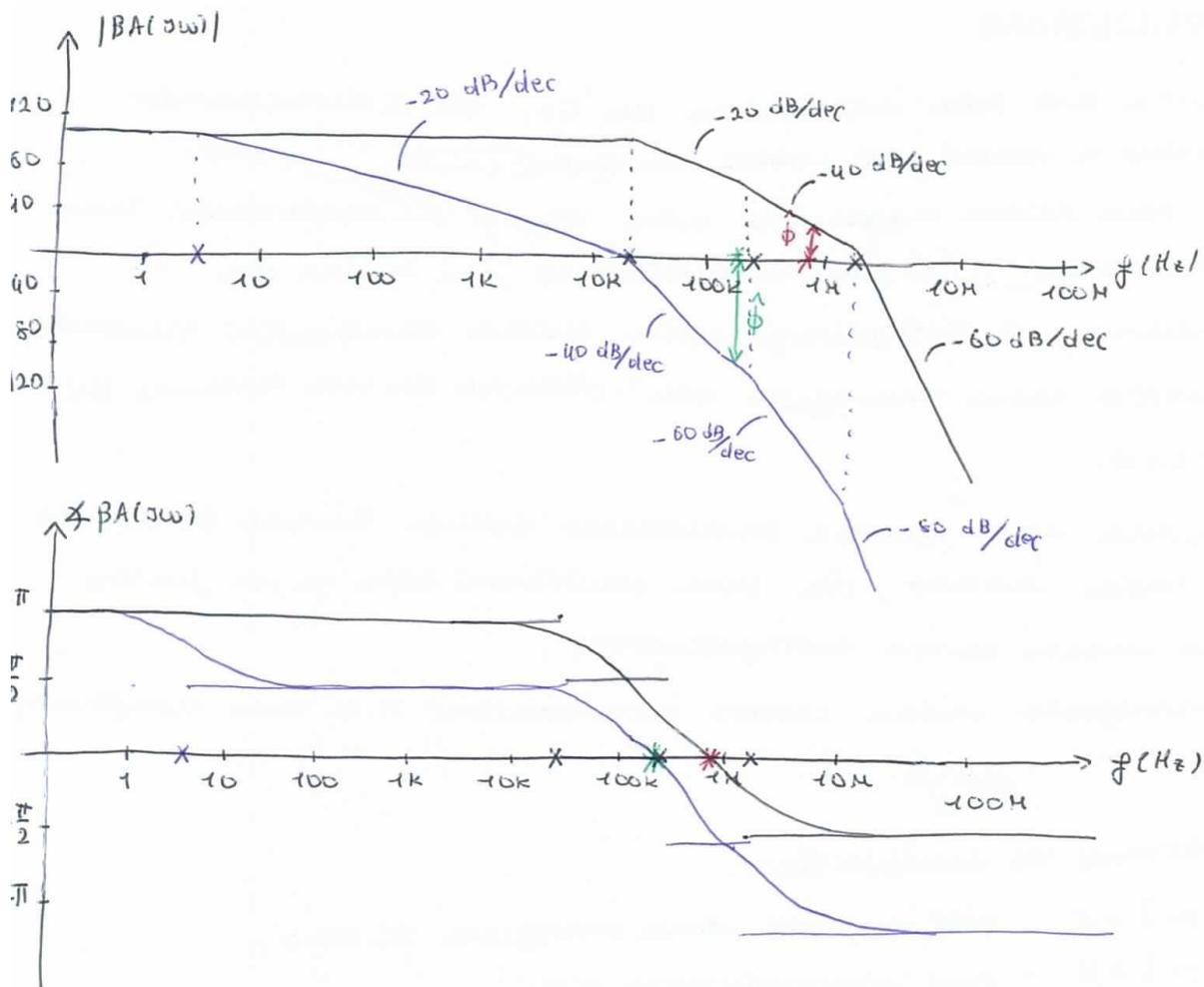
Un oscillatore si innescia se esiste un f_y :

$$f = f_y \Rightarrow \begin{cases} |F(j\omega)| > 1 \\ \angle F(j\omega) = 0 \end{cases}$$

con $F(j\omega) = A(j\omega) \cdot \beta(j\omega)$

TEORIA CLASSICA DELLA REAZIONE:





Quando $\angle \beta A(j\omega) = \phi$, $|\beta A(j\omega)| > 1 \Rightarrow \text{INSTABILITÀ}$

X: Polo dominante

Quando $\angle \beta A(j\omega) = \phi$, $|\beta A(j\omega)| < 1 \Rightarrow \text{STABILE}$

$\hat{\phi}$: margine di fase

$\hat{\phi}$: $\hat{\phi} = \angle \beta A(j\omega) \Rightarrow |\beta A(j\omega)| = \phi \text{ dB}$

$$\beta A(s) = (\beta A)_\phi \cdot \frac{1}{1 - sP}$$

Modulo della funzione di trasferimento a polo dominante

$$\beta A(j\omega) = (\beta A)_\phi \cdot \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p}}$$

Se $\omega \gg \omega_p$: $\beta A(j\omega) \approx (\beta A)_\phi \cdot \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_p}}$

$|\beta A(j\omega)| \approx |(\beta A)_\phi| \cdot \frac{|\omega_p|}{|\omega|}$

$|\beta A(j\omega_{p1})| = 1 \Rightarrow |(\beta A)_\phi| \cdot \frac{|\omega_p|}{|\omega_{p1}|} = 1$

$|\omega_p| = \frac{|\omega_{p1}|}{|(\beta A)_\phi|} \Rightarrow f_p = \frac{f_{p1}}{|(\beta A)_\phi|}$

- $f_{p1} = 1 \text{ MHz}$
- $|(\beta A)_\phi| = 250000$
- $\rightarrow f_p = 4 \text{ Hz}$

f_p : frequenza polo dominante

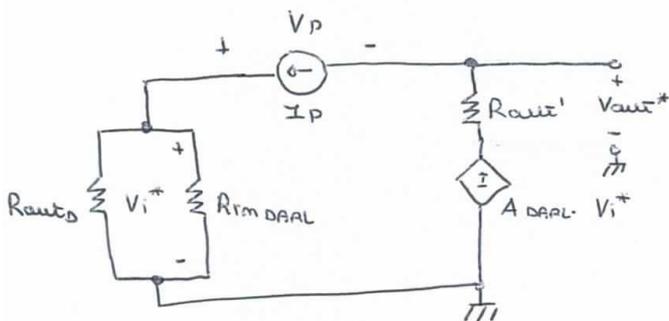
f_{p1} : frequenza primo polo, frequenza per cui il guadagno diventa unitario.

C di compensazione deve essere posta nella posizione circuitale che consente di ottenere il polo più basso possibile, ovvero nella posizione che consente di apprezzare la resistenza più elevata.

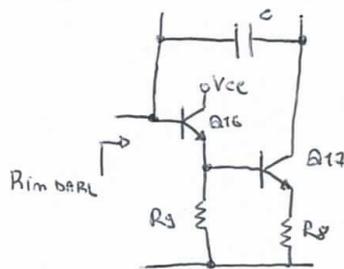
$\omega_p = \frac{1}{RC}$

Ponendo C tra C_{a17} e B_{a16} in maniera da sfruttare un forte effetto miller:

delle resistenze:



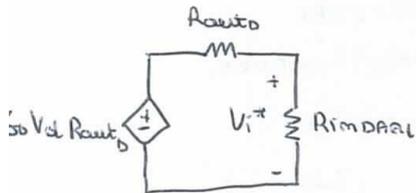
$C = 30 \text{ pF}$
 $R_{mDARL} = h_{ie16} + (h_{fe} + 1) \cdot \left\{ R_3 \parallel (h_{ie17} + R_8 (h_{fe} + 1)) \right\} = 2,7544 \text{ M}\Omega$



$$V_p = I_p \cdot R_{outD} // R_{inDARL} - \left[A_{DARL} \cdot I_p R_{outD} // R_{inDARL} - R_{out}' I_p \right]$$

$$R_{VC} = \frac{V_p}{I_p} = R_{outD} // R_{inDARL} (1 - A_{DARL}) + R_{out}' = 808,08 \text{ } \Omega$$

$$A_{DARL} = \frac{V_{out}^*}{V_i^*} = \frac{V_d \cdot A_D}{G_D V_d R_{outD} \cdot \frac{R_{inDARL}}{R_{outD} + R_{inDARL}}} = -426,02$$



$$\omega_p = \frac{1}{C \cdot R_{VC}} = 41,25 \text{ rad/sec} \Rightarrow f_p = 6,565 \text{ Hz}$$

DINAMICA DI OUT

$$V_{CC} = -V_{EE} = 15V$$

Studio su stadio di OUT:

Trascurvo R_C, R_A, R_B .

$$V_{MAX}^+ = V_{CC} - V_{CESAT14} = 14,8V$$

$$V_{MAX}^+ = V_{CC} - V_{BE12} - V_{BC13} - V_{BE14} = 14,1V$$

$$V_{MIN}^- = V_{EE} - V_{CESAT20} = -14,8V$$

$$V_{MIN}^- = V_{EE} - V_{CE17min} + V_{BE22} + V_{BE20} = -12,9V$$

$$V_{CESAT} \approx 0,2V$$

$$V_{BCMIN} = V_{BE} - V_{CE}^{SAT}$$

$$V_{CE17min} = V_{\beta}$$

La dinamica di OUT è quindi asimmetrica:

$$V_{MAX}^+ = 14,1V$$

$$V_{MIN}^- = -12,9V$$

Posso considerare $\approx V_{CC} = -V_{EE} = 15V \Rightarrow -13 < V_{out} < 13$

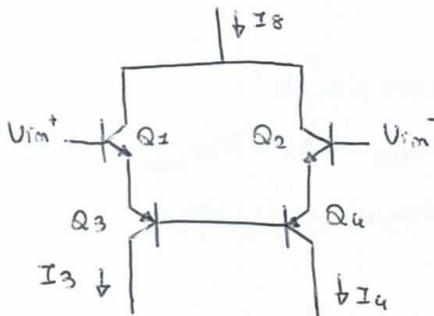
DINAMICA DI IN

$$V_{dMAX} = \frac{V_{out}}{A_{vdf}} = 65 \mu V \quad \text{con } A_{vdf} = 200000$$

V_{dMAX} : tensione differenziale massima applicabile per avere un comportamento lineare.

ANALISI PER GRANDI SEGNALI

Stadio di ingresso:



$$I_{out} = i_{i4} - i_{i3}$$

$$V_d = V_{in+} - V_{in-}$$

$$= V_{BE1} + V_{EB3} + V_{BE4} + V_{EB2}$$

$$= (V_{BE1} - V_{BE2}) + (V_{EB3} - V_{EB4})$$

$$= 2 (V_{EB3} - V_{EB4})$$

$$\begin{cases} V_{BE1} = V_{EB3} \\ V_{BE2} = V_{EB4} \end{cases}$$

$$i_{i3} = I_s \left(e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}} - 1 \right) \approx I_s e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}}$$

$$i_{i4} = I_s \left(e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}} - 1 \right) \approx I_s e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}}$$

$$I_E = i_{i3} + i_{i4} = I_s \left(e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}} + e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}} \right)$$

$$I_s = \frac{I_E}{e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}} + e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}}}$$

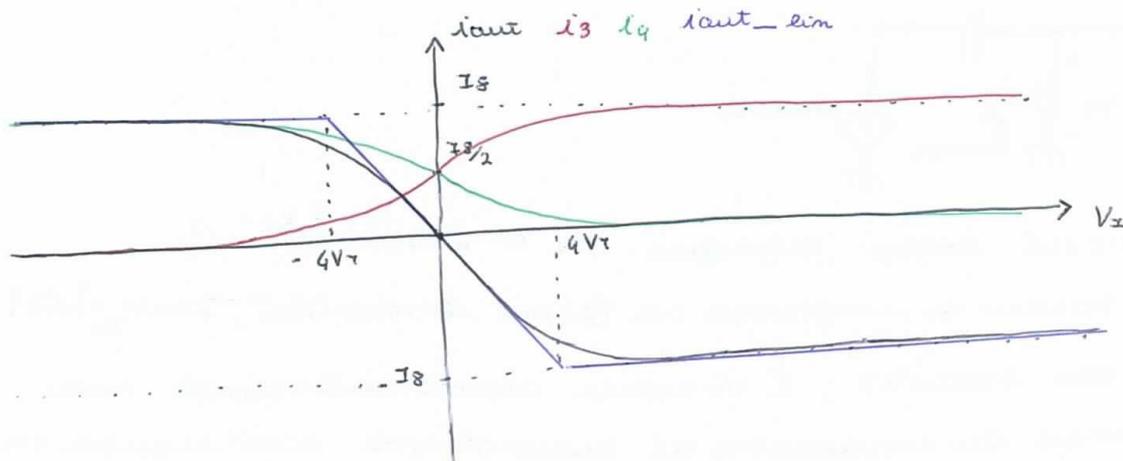
$$i_{i3} = \frac{I_E}{e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}} + e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}}} \cdot e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}} \quad ; \quad i_{i4} = \frac{I_E}{e^{\frac{V_{EB3}}{V_T}} + e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}}} \cdot e^{\frac{V_{EB4}}{V_T}}$$

$$i_{i3} = \frac{I_E}{1 + e^{\frac{V_{EB4} - V_{EB3}}{V_T}}} = \frac{I_E}{1 + e^{-\frac{V_I}{2V_T}}}$$

con $V_I = V_d$

$$i_{i4} = \frac{I_E}{1 + e^{\frac{V_{EB3} - V_{EB4}}{V_T}}} = \frac{I_E}{1 + e^{\frac{V_I}{2V_T}}}$$

$$i_{out} = i_4 - i_3 = I_S \left(\frac{1}{e^{\frac{V_x}{2V_T}} + 1} - \frac{1}{e^{-\frac{V_x}{2V_T}} + 1} \right)$$



$$\left. \frac{\partial i_{out}}{\partial V_x} \right|_{V_x=0} = G_D = -\frac{g_m}{2}$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{I_S/2}{V_T} = \frac{I_S}{2V_T}$$

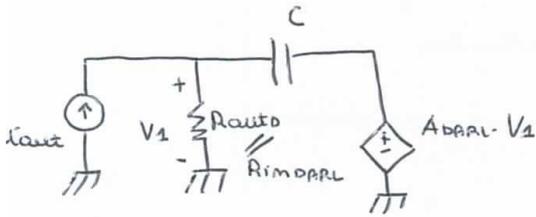
$$G_D = -\frac{I_S}{4V_T}$$

$$-I_S = V_I \cdot \left(-\frac{I_S}{4V_T} \right) \rightarrow V_I = 4V_T$$

$|V_I| < 4V_T \approx 100 \text{ mV}$, lo stadio differenziale ha un comportamento "lineare".

Per tempi brevi, perché rimane in linearità lo stadio di IN, rimane in linearità tutto il $\mu A741$ finché non avviene il caricamento della capacità di compensazione C , che provoca la saturazione dello stadio di OUT.

Stadio di guadagno:



Se l'uscita esonda significa che C è scarico.

Se lo stadio di ingresso ha guai linearità, $i_{out} = |i_s|_{MAX}$

Se invece $i_{out} = i_s$, C si carica esponenzialmente ma raggiunge la condizione di saturazione dell'uscita in un tempo molto breve rispetto a τ .

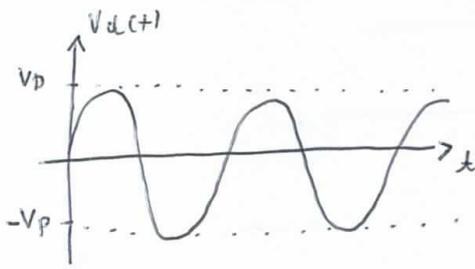
Quindi osservo la curva esponenziale solo nella sua fase iniziale, che assomiglia ad un andamento lineare.

Quindi l'uscita varia in maniera lineare con la pendenza massima, che risulta essere:

$$f = \frac{|i_s|}{C}$$

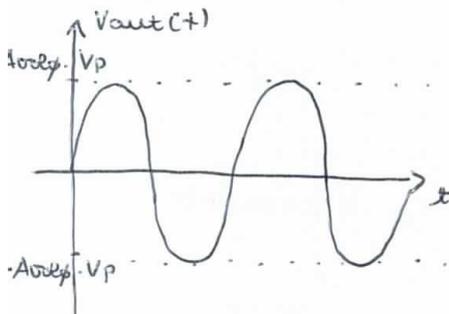
f : SLEW RATE

ANALISI DELLA LINEARITA' AD ANELLO APERTO

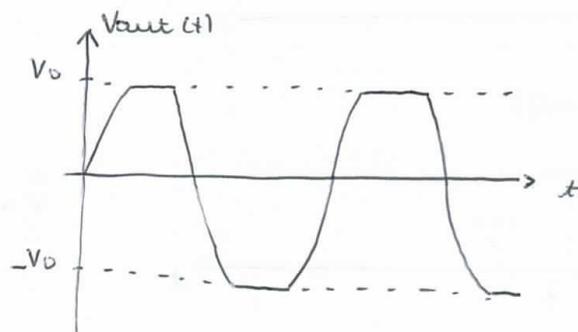


$$V_d(t) = V_p \cdot \sin(\omega t)$$

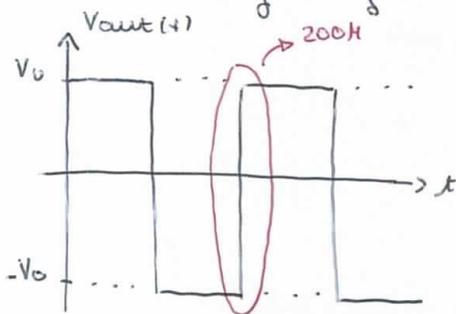
$$V_p < 65 \mu V$$



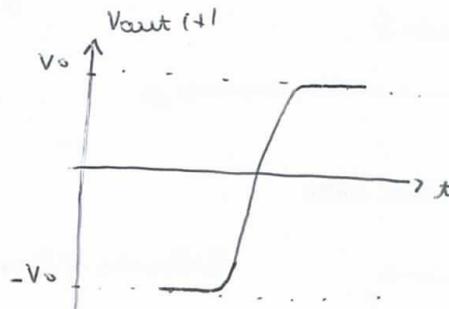
$$V_p > 65 \mu V, V_p < 100 mV$$



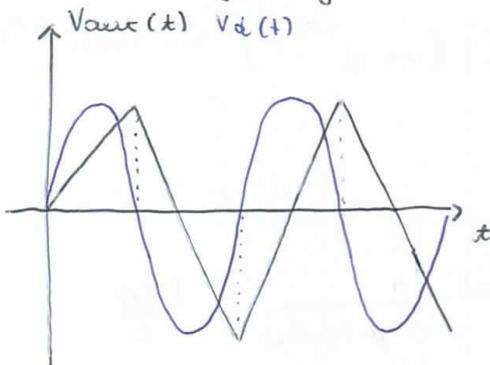
$$V_p \gg 65 \mu V, \frac{1}{\beta} \gg \frac{2V_o}{\beta}$$



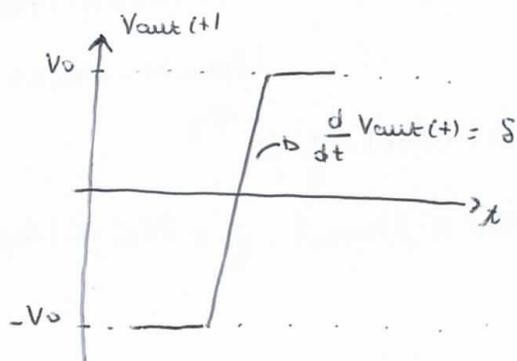
$$1) V_p < 100 mV$$

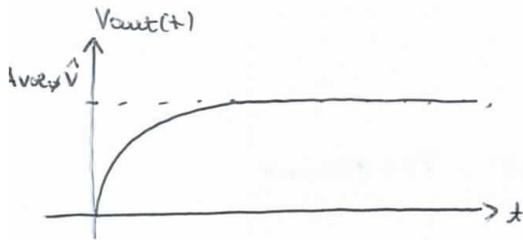
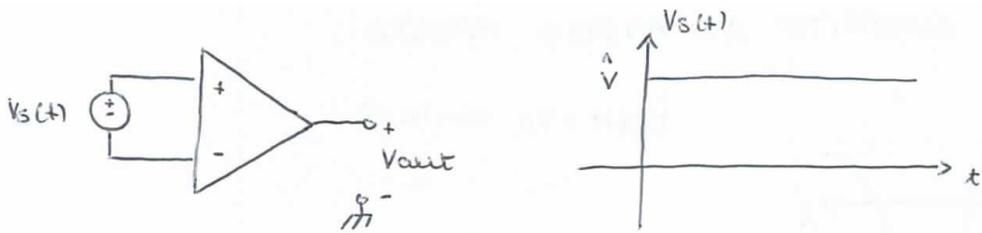


$$V_p \gg 65 \mu V, \frac{1}{\beta} \ll \frac{2V_o}{\beta}$$

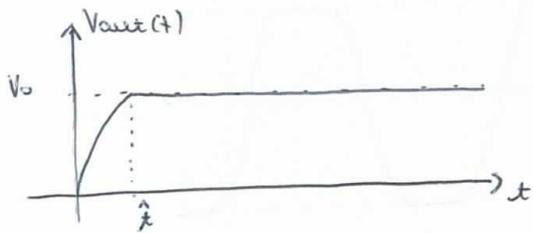


$$2) V_p > 100 mV$$

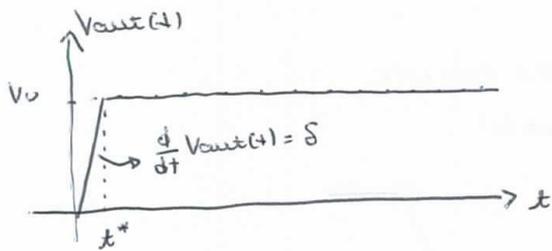




$$\hat{V} \leq 65 \mu V$$

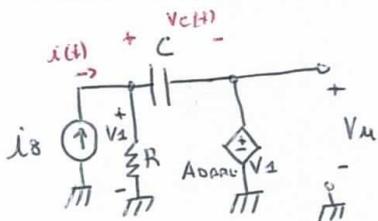


$$\hat{V} > 65 \mu V \quad \text{e} \quad \hat{V} \geq 100 \text{ mV}$$



$$\hat{V} \geq 100 \text{ mV}$$

Calcolo dello SLEW RATE



$$R = R_{outD} \parallel R_{inDARL} = 1,8922 \text{ M}\Omega$$

$$\tau = C \cdot R_{VC} = C \cdot [R(-1 + |A_{DARL}|)] \approx C \cdot R \cdot |A_{DARL}|$$

$$|V_M| = |I_B| \cdot R \cdot |A_{DARL}| (1 - e^{-t/\tau})$$

$$|A_{DARL}| = -426,02$$

$$\frac{d}{dt} |V_M| = |I_B| \cdot R \cdot |A_{DARL}| \cdot \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\left. \frac{d}{dt} |V_M| \right|_{t=0} = |I_B| \cdot R \cdot |A_{DARL}| \cdot \frac{1}{\tau} = |I_B| \cdot R \cdot |A_{DARL}| \cdot \frac{1}{C \cdot R \cdot |A_{DARL}|} = \frac{|I_B|}{C}$$

$$V_0 = |I_s| \cdot R \cdot |A_{DARL}| \cdot (1 - e^{-\hat{t}/\tau})$$

$$\rightarrow \hat{t} = -\tau \cdot \ln \left(1 - \frac{V_0}{|I_s| \cdot R \cdot |A_{DARL}|} \right) = 20,53503 \mu\text{s}$$

$$\delta = \frac{d|V_{ul}|}{dt} = \frac{|I_s|}{C} = 0,633 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}} \quad (t^* < \hat{t})$$

$$\rightarrow t^* = \frac{V_0}{\delta} = 20,5263 \mu\text{s}$$

Approssimmo $\delta \approx 0,65 \text{ V}/\mu\text{s}$

- $V_I < 65 \mu\text{V} \Rightarrow$ IN lineare e OUT lineare;
- $V_I > 65 \mu\text{V}$, $V_I < 100 \text{ mV} \Rightarrow$ IN lineare, OUT non lineare dopo \hat{t}
- $V_I > 65 \mu\text{V}$, $V_I > 100 \text{ mV} \Rightarrow$ IN non lineare, OUT non lineare dopo t^* .

$$V_C(t) = V_I(t) - V_{out}(t)$$

$$i(t) - \frac{V_I(t)}{R} - C \frac{d}{dt} V_C(t) = \phi$$

All'ingresso del transistorio C è un c.c.:

$$i(t) - \frac{d}{dt} V_C(t) = \phi \Rightarrow i(t) - C \frac{d}{dt} V_I(t) + C \frac{d}{dt} V_{out}(t) = \phi$$

$$V_I(t) = V_I \quad \forall t$$

$$i(t) + C \frac{d}{dt} V_{out}(t) = \phi$$

$$\frac{d}{dt} V_{out} = -\frac{1}{C} i(t)$$

$$I \approx -j\omega C V_{out}$$

$$I = G_b \cdot V_d$$

$$V_{out} \approx -\frac{1}{j\omega C} G_b V_d = \frac{j}{\omega C} G_b V_d$$

$$\frac{V_{out}}{V_d} = \approx \frac{G_D}{\omega C}$$

$$\omega_G : \omega = \omega_G \Rightarrow |A_d| = 1$$

$$|A_d| = \left| \frac{V_{out}}{V_d} \right| = 1 \Rightarrow \frac{|G_D|}{\omega_G \cdot C} = 1 \Rightarrow \omega_G = \frac{|G_D|}{C} = 6,7234 \text{ rad/sec}$$

$$\delta = \frac{I_S}{C}$$

$$\omega_G = \frac{|G_D|}{C} = \frac{g_m}{2C} \Rightarrow C = \frac{g_m}{2\omega_G}$$

$$\delta = \frac{I_S \cdot 2\omega_G}{g_m} = \frac{I_S \cdot 2\omega_G}{\frac{I_S}{2V_T}} = 4\omega_G V_T$$

Per aumentare δ posso diminuire C :

$$C' = \frac{C}{k}, \quad k > 1$$

$$\omega_p' = \omega_p \cdot k$$

$$\omega_G' = \omega_G \cdot k$$

$$\rightarrow \delta' = k \cdot \delta$$

N.B.: il margine di fase diminuisce!

BANDA A PIENA POTENZA (LIMITAZIONE INTRODotta DA δ)

$$V_u = V_{MAX} \cdot \sin(\omega t)$$

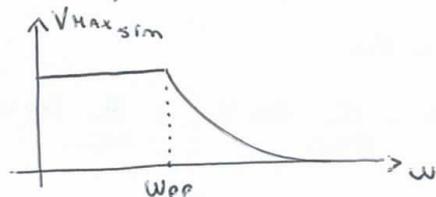
$$\frac{d}{dt} V_u = \omega V_{MAX} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\left. \frac{d}{dt} V_u \right|_{MAX} = \omega \cdot V_{MAX}$$

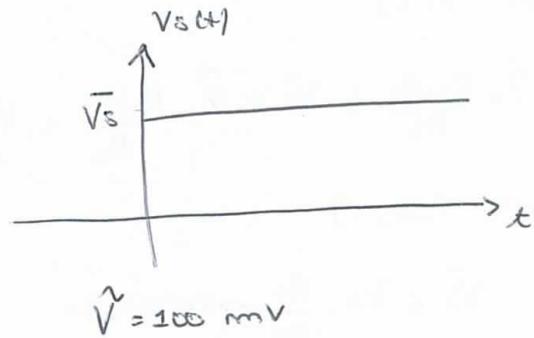
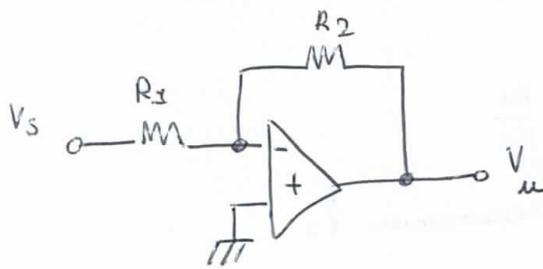
$$\delta_{MAX} = \left. \frac{d}{dt} V_u \right|_{MAX} = \omega \cdot V_{MAX}$$

$$\omega_{pp} = \frac{\delta}{V_{MAX}} = 50 \text{ Krad/sec} \quad \approx V_{MAX} = V_0 \quad (\mu A741)$$

$$V_{MAX \text{ sim}} = \begin{cases} V_0 & \text{per } \omega \leq \omega_{pp} \\ \frac{\delta}{\omega_{pp}} & \text{per } \omega > \omega_{pp} \end{cases}$$



ESERCIZIO LINEARITÀ AD ANELLO CHIUSO



$$|\bar{V}_s| > 100 \text{ mV}$$

$t = \phi^+$: non posso applicare c.c.n.: per poter applicare c.c.n. è necessario:

- 1) Regime di linearità;
- 2) Tempi che permettano ad A.O. di rispondere;

$$V_{im}^-(\phi^+) = \bar{V}_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad V_u = \phi$$

↳ perché V_u deve essere sull'ingresso!

CASO 1) $\bar{V}_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} > \hat{V}$ Si parte in Slew Rate.

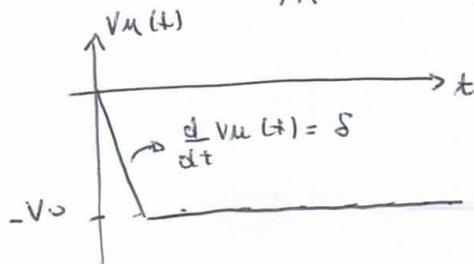
CASO 1.1)

$$V_{im}^-(\phi^+) \geq 100 \text{ mV}$$

$$V_{im}^- = \bar{V}_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_u \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \geq \hat{V}$$

$$V_{im}^- = \bar{V}_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \geq \hat{V}$$

$$\Rightarrow \bar{V}_s \geq \hat{V} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} + V_o \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (\text{SEMPRE IN SLEW RATE})$$



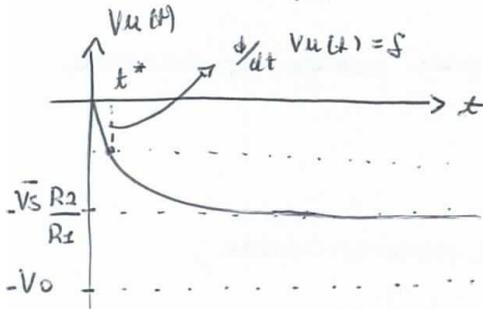
CASO 1.2)

$$\tilde{V} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1} \leq \bar{V}_s \leq \tilde{V} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_2} + V_0 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

CASO 1.2.1)

$$\bar{V}_s < V_0 \cdot \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow V_u(\infty) < V_0$$

$$V_u(\infty) = -\bar{V}_s \cdot \frac{R_2}{R_1} \text{ e regime}$$



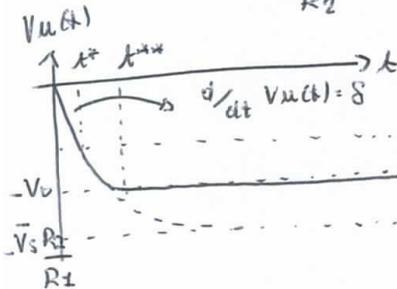
$$t^*: V_u(t) = V_{jim} + (V_{im} - V_{jim}) e^{-\frac{t-t^*}{\tau}}$$

$$V_{jim} = -\bar{V}_s \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_{im} = -s t^*$$

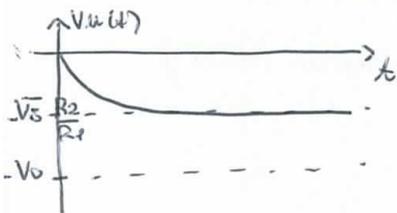
CASO 1.2.2)

$$\bar{V}_s > V_0 \cdot \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow V_u(\infty) > V_0$$



CASO 2) $\bar{V}_s < \frac{R_1+R_2}{R_2} \cdot \tilde{V}$ (MAI IN SLEW RATE)

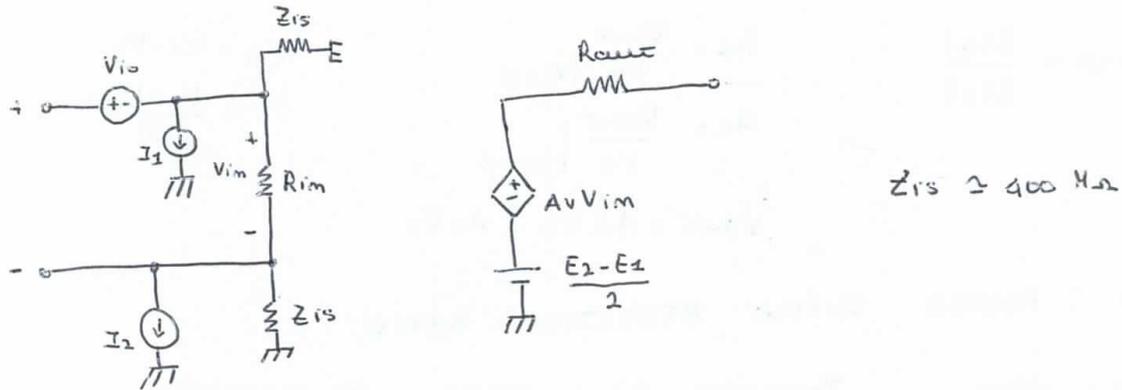
CASO 2.1) $\bar{V}_s < V_0 \cdot \frac{R_1}{R_2}$



CASO 2.2) $\bar{V}_s > V_0 \cdot \frac{R_1}{R_2}$

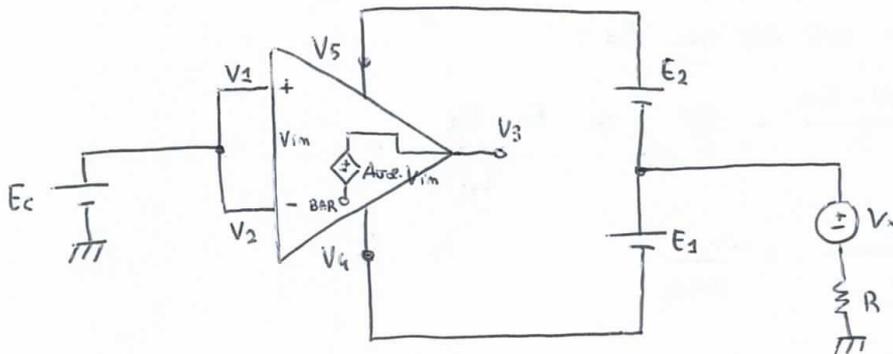


CIRCUITO EQUIVALENTE ALLE VARIAZIONI DEL $\mu 741$



Z_{is} : Impedenza di esalonamento, impedenza vista rispetto a massa da un gen. di modo comune connesso ai due ingressi dell'A.O.

TENSIONE DI RIFERIMENTO DEL GENERATORE INTERNO



$$\text{BAR} : V_u (V_{im} = \varphi)$$

$$V_3 = V_4 + V_{34}$$

$$V_{im} = \varphi, \text{ supponiamo } V_{io} = \varphi$$

$$\text{Se A.O. } \bar{a} \text{ simmetrico : } V_3 = \frac{E_1 + E_2}{2} + V_4$$

$$V_3 = V_u (V_{im} = \varphi)$$

$$V_u (V_{im} = \varphi) = R \cdot (I_{B1} + I_{B2}) + V_x - E_1 + \frac{E_1 + E_2}{2}$$

$$= R \cdot (I_{B1} + I_{B2}) + V_x + \frac{E_2 - E_1}{2} = \text{BAR}$$

CMRR : COMMON MODE REJECTION RATIO

$$CMRR = \frac{|A_d|}{|A_c|}$$

$$A_d = \frac{V_{out}}{V_d} \Big|_{V_c = \phi}$$

$$V_d = V_1 - V_2$$

$$A_c = \frac{V_{out}}{V_c} \Big|_{V_d = \phi}$$

$$V_c = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$V_{out} = A_d V_d + A_c V_c$$

PSRR : POWER SUPPLY REJECTION RATIO

$$PSRR = \frac{\Delta V_{in}}{\Delta V}$$

Tensione di ingresso che sarebbe misurabile applicata per compensare la variazione di uscita in seguito ad una variazione della tensione di alimentazione.

$$\Delta V_{in} = \frac{\Delta V_{out}}{A_d}$$

Per un A.O. non bilanciato: $BAR = \frac{E_2 - E_1}{2}$

Scegliamo di ΔV su E :

$$BAR = \frac{E_2 + \Delta V - E_1}{2} = \frac{\Delta V}{2} \quad \text{se } E_2 = E_1$$

$$PSRR = \frac{\frac{\Delta V}{2} / A_d}{\Delta V} = \frac{1}{2A_d}$$

DINAMICA DI UN A.O.

$$\left(\frac{\text{max } i_m \text{ OUT}}{\text{min } i_m \text{ OUT}} \right) \quad \text{oppure} \quad (\text{max } i_m \text{ OUT} - \text{min } i_m \text{ OUT})$$

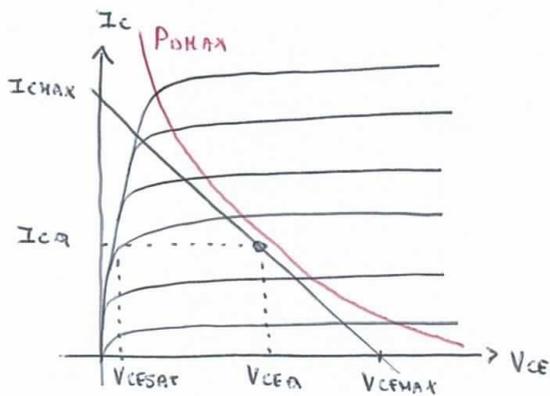
TOTAL HARMONIC DISTORSION (THD)

$$THD_1 = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^N |A_i|^2}}{|A_1|}$$

A_i : ampiezza i -esima componente

$$THD_2 = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^N |A_i|^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |A_i|^2}}$$

DINAMICA DI OUT DI UNO STADIO A SINGOLO BJT E PROBLEMA TERMICO



$$V_{CE} \in \{ (V_{CEMAX} - V_{CEQ}), (V_{CEQ} - V_{CESAT}) \}$$

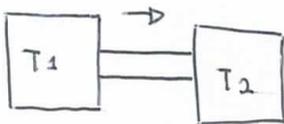
$$I_C \in \{ (I_{CQ}), (I_{CHMAX} - I_{CQ}) \}$$

Ipotesi di massima dissipazione:

$$I_C \cdot V_{CE} = \text{cost} = P_{DMAX}$$

Il punto di lavoro si deve trovare al di sotto di questa curva.

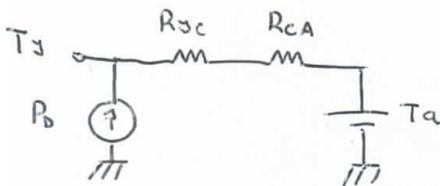
Se $T \uparrow$, $P_{DMAX} \downarrow$



$$T_1 > T_2$$

$$P_{MECANICA} = \frac{T_1 - T_2}{R_T} = \frac{\Delta T}{R_T}$$

Analogia con i circuiti elettrici:



$$T_j = P_o (R_{jc} + R_{ca}) + T_a$$

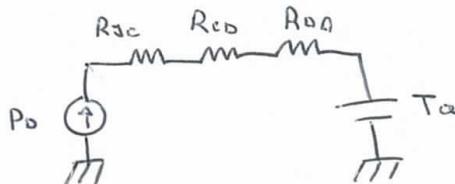
$$P_{DMAX} = \frac{T_{jMAX} - T_a}{R_{jc} + R_{ca}}$$

Se $T_a \uparrow$, $P_{DMAX} \downarrow$

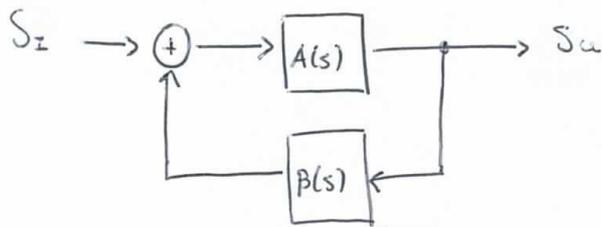


Intervento con dissipatore:

$$R_{ca} > R_{cd} + R_{da}$$



TEORIA ELEMENTARE DELLA REAZIONE



$$A_f(s) = \frac{S_u(s)}{S_z(s)}$$

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 - \beta(s)A(s)}$$

$$A_f(s=\varphi) = \frac{A_\varphi}{1 - \beta_\varphi A_\varphi} \approx \frac{1}{\beta_\varphi} \quad \text{se } \beta_\varphi A_\varphi \gg 1$$

$$A_f(s=\varphi) = A_{of}$$

$$S_{A_{of}}^{A_0} = \frac{\partial A_{of}}{\partial A_0} \cdot \frac{A_0}{A_{of}} = \frac{1}{1 - \beta_\varphi A_\varphi}$$

$$S_{A_{of}}^{\beta_0} = \frac{\partial A_{of}}{\partial \beta_0} \cdot \frac{\beta_0}{A_{of}} = \frac{A_\varphi \beta_\varphi}{1 - \beta_\varphi A_\varphi} \approx -1$$

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{s_p}}, \quad \beta(s) = \beta$$

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p}}$$

$$A_f(j\omega) = \frac{\frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_p}}{1 - \beta \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_p}} = \frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p} - \beta A_0} = \frac{A_0}{1 - \beta A_0 + j \frac{\omega}{\omega_p}}$$

$$= \frac{\frac{A_0}{1 - \beta A_0}}{1 + \frac{\gamma \omega}{\omega_p (1 - \beta A_0)}} = \frac{A_{0F}}{1 + \gamma \frac{\omega}{\omega_{PF}}}$$

$$\omega_{PF} = \omega_p (1 - \beta A_0)$$

$$\omega_T: |A(\gamma \omega_T)| = 1$$

$$|A(\gamma \omega_T)| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_T}{\omega_p}\right)^2}} = 1, \quad \omega_T \gg \omega_p \Rightarrow \frac{A_0}{\frac{\omega_T}{\omega_p}} = 1$$

$$\rightarrow \omega_T = A_0 \cdot \omega_p$$

$$\omega_T: \omega_{\text{TRANSIENDE}}$$

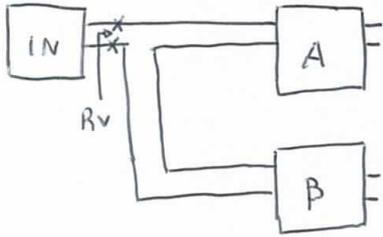
$$\omega_T: |A_g(\gamma \omega_T)| = 1$$

$$|A_g(\gamma \omega_T)| = \frac{\frac{A_0}{1 - \beta A_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_T}{\omega_p (1 - \beta A_0)}\right)^2}} = 1, \quad \omega_T \gg \omega_p$$

$$\frac{A_0}{1 - \beta A_0} \cdot \omega_p (1 - \beta A_0) = \omega_T$$

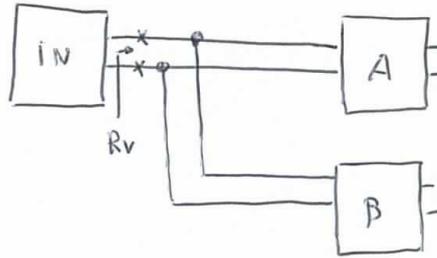
$$\omega_T = A_{0F} \cdot \omega_{PF}$$

MISCELAIMENTO IN SERIE
(di v)



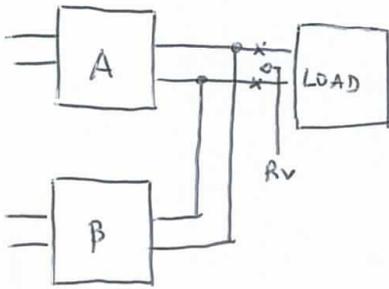
$R_v \uparrow$
 $R_v = R_{in} (1 - \beta A_0)$

MISCELAIMENTO IN PARALLELO
(di i)



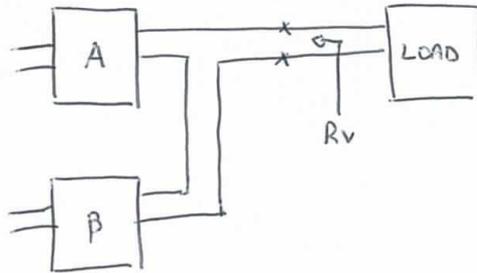
$R_v \downarrow$
 $R_v = \frac{R_{iA}}{1 - \beta A_0}$

PRELIEVO DI TENSIONE



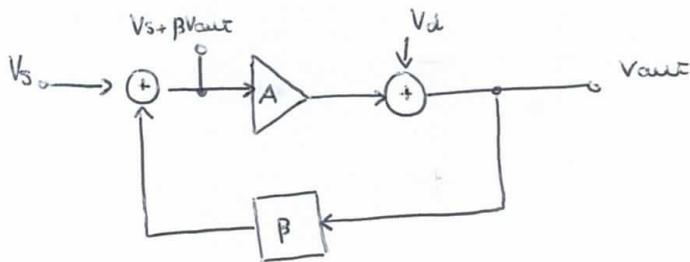
$R_v \downarrow$
 $R_v = \frac{R_{oA}}{1 - \beta A_0}$

PRELIEVO DI CORRENTE



$R_v \uparrow$
 $R_v = R_{oA} (1 - \beta A_0)$

REAZIONE E DISTORSIONE



V_d : componente di distorsione non linearmente introdotta da A

A: Amplificatore per grandi segnali ideali.

V_d ha un andamento molto più che proporzionale con V_s , e dipende inoltre dall'ampiezza di V_{out} .

V_d è sicuramente in funzione di V_{out} .

V_d è dipendente da A_1 , con A_1 ampiezza della fondamentale in uscita:

$$V_d(A_1 u)$$

Se la catena di azione fosse lineare, mettendola in ingresso una sinusoidale, troverei una sinusoidale in uscita. Ma siccome non è lineare, trovo una sinusoidale più altre armoniche. Queste armoniche formano il segnale V_d .

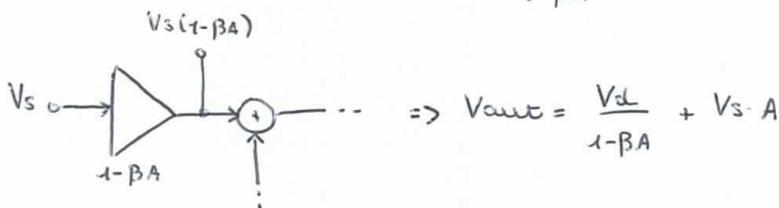
\tilde{V}_d : componente di distorsione presente in uscita quando sono in reazione

$$V_{out} = V_d + A(V_s + \beta V_{out})$$

$$V_{out} = V_d + AV_s + \beta AV_{out}$$

$$\Rightarrow V_{out} = \frac{V_d}{1-\beta A} + V_s \cdot \frac{A}{1-\beta A}$$

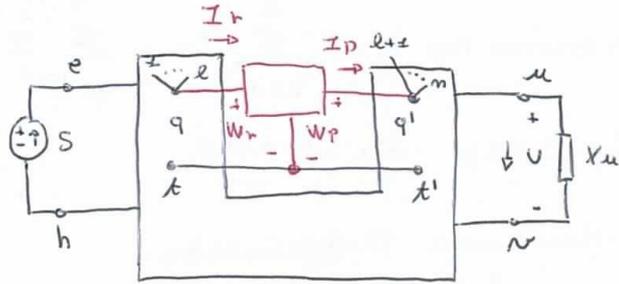
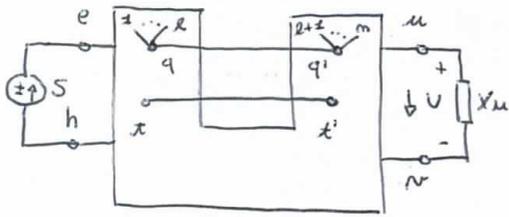
$$\tilde{V}_d \neq V_d, \quad \tilde{V}_d < V_d, \quad \tilde{V}_d = \frac{V_d}{1-\beta A}$$



TEOREMA DI SCOMPOSIZIONE - TEORIA ESATTA DELLA REAZIONE

RETE N

RETE N'



Osserviamo: Rete N \equiv Rete N'

Condizioni di equivalenza: $\begin{cases} W_r = W_p \\ \bar{W}_r = \bar{W}_p \end{cases}$

Dimostrazione (necessaria):

Ipotesi: V su tutti i nodi uguali (N \equiv N')
I su tutti i rami uguali

- V_s : tensioni sui nodi 1 ... l
- V_g : tensioni sui nodi l+1 ... m
- I_s : correnti sui rami 1 ... l
- I_g : correnti sui rami l+1 ... m

RETE N

RETE N'

$$\begin{cases} V_s - Z_s I_s = V_q \\ V_g - Z_g I_g = V_{q'} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_s - Z_s I_s = V_q \\ V_g - Z_g I_g = V_{q'} \end{cases}$$

Deve risultare $V_q = V_{q'}$ e $V_{q'} = V_{q'}$

Immette siccome in N: $V_q = V_{q'}$, anche in N': $V_q = V_{q'}$.

RETE N

RETE N'

$$\sum_{j=1}^l I_j + \sum_{g=l+1}^m I_g = \phi$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^l I_j - I_r = \phi \\ \sum_{g=l+1}^m I_g + I_p = \phi \end{cases}$$

$$\sum_{j=1}^{\ell} I_j + \sum_{g=\ell+1}^m I_g = I_r - I_p$$

ma siccome in N: $\sum_{j=1}^{\ell} I_j + \sum_{g=\ell+1}^m I_g = \phi$

$$\Rightarrow I_r - I_p = \phi \Rightarrow I_r = I_p$$

Dimostrazione Sufficienza

Ipotesi: $\begin{cases} V_r = V_p \\ I_r = I_p \end{cases}$

RETE N

$$\sum_{j=1}^{\ell} (-Y_{qj} V_j) + \sum_{g=\ell+1}^m (-Y_{q'g} V_g) + V_q Y_{qq} + V_{q'} Y_{q'q'} = \phi$$

ammettendo tra q e q'

$$(V_q = V_{q'})$$

$$\sum_{j=1}^{\ell} (-Y_{qj} V_j) + \sum_{g=\ell+1}^m (-Y_{q'g} V_g) + V_q (Y_{qq} + Y_{q'q'}) = \phi$$

RETE N'

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{\ell} (-Y_{qj} V_j) + Y_{qq} V_r = -I_r \\ \sum_{g=\ell+1}^m (-Y_{q'g} V_g) + Y_{q'q'} V_p = I_p \end{cases}$$

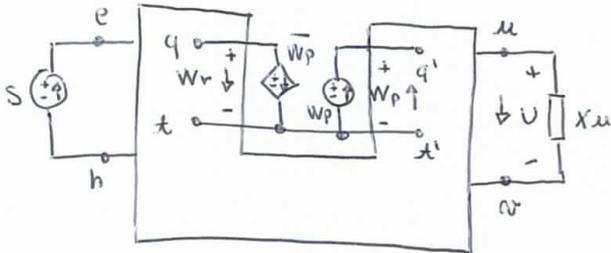
$$\sum_{j=1}^{\ell} (-Y_{qj} V_j) + Y_{qq} V_r + \sum_{g=\ell+1}^m (-Y_{q'g} V_g) + Y_{q'q'} V_p = I_p - I_r$$

$$\sum_{j=1}^{\ell} (-Y_{qj} V_j) + \sum_{g=\ell+1}^m (-Y_{q'g} V_g) + V_r (Y_{qq} + Y_{q'q'}) = \phi$$

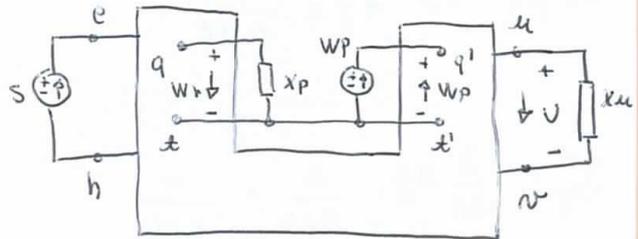
Tripole che soddisfa:

$$\begin{cases} W_r = W_p \\ \bar{W}_r = \bar{W}_p \end{cases}$$

1)



2)



In riferimento al secondo tripole:

$$A = \frac{U}{W_p} \Big|_{S=\emptyset}$$

$$\beta = \frac{W_r}{U} \Big|_{S=\emptyset}$$

$$X_i = \frac{W_p}{\bar{W}_p} \Big|_{S=\emptyset}$$

$$\gamma = \frac{U}{S} \Big|_{W_p=\emptyset}$$

$$\alpha = \frac{W_r}{S} \Big|_{W_p=\emptyset}$$

$$\rho = \frac{\bar{W}_p}{S} \Big|_{W_p=\emptyset}$$

$$W_r = \alpha \cdot S + \beta \cdot A \cdot W_p$$

$$W_r = W_p \Rightarrow W_p = \frac{\alpha S}{1 - \beta A}$$

$$\bar{W}_r = \frac{W_r}{X_p}$$

$$\bar{W}_p = \frac{W_p}{X_i} + \rho \cdot S = \frac{W_p}{X_i} + \rho \cdot \frac{(1 - \beta A)}{\alpha} \cdot W_p$$

$$\bar{W}_p = \bar{W}_r \Rightarrow \frac{W_r}{X_p} = \frac{W_p}{X_i} + \rho \cdot \frac{(1 - \beta A)}{\alpha} \cdot W_p \quad (W_r = W_p)$$

$$\frac{1}{X_p} = \frac{1}{X_i} + \rho \cdot \frac{(1 - \beta A)}{\alpha} \cdot W_p$$

$$\rho = \emptyset \Rightarrow X_p = X_i$$

$$A \gamma = \frac{U}{S}$$

$$U = S \cdot \frac{U}{S} \Big|_{W_p=\emptyset} + W_p \cdot \frac{U}{W_p} \Big|_{S=\emptyset} = S \cdot \gamma + W_p \cdot A =$$

$$= \gamma \cdot S + A \cdot \frac{\alpha S}{1 - \beta A} = S \left(\gamma + \frac{\alpha A}{1 - \beta A} \right)$$

$$A_f = \frac{U}{S} = \frac{\alpha A}{1 - \beta A} + \gamma$$

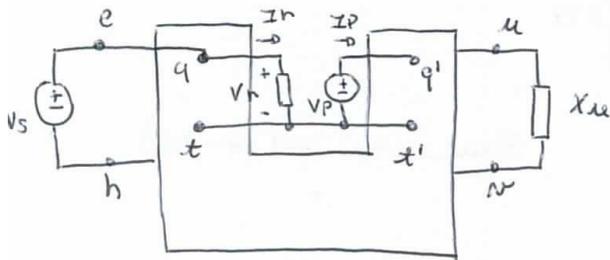
$$\alpha = \beta \gamma \Rightarrow A_f = \frac{\gamma}{1 - \beta A}$$

$$S_{A_f}^A = \frac{\partial}{\partial A} A_f \cdot \frac{A}{A_f} = \frac{1}{1 - \beta A}$$

$$S_{A_f}^\alpha = \frac{\partial}{\partial \alpha} A_f \cdot \frac{\alpha}{A_f} = 1$$

$$S_{A_f}^\beta = \frac{\partial}{\partial \beta} A_f \cdot \frac{\beta}{A_f} = \frac{\beta A}{1 - \beta A} \approx -1$$

REAZIONE SERIE (Vs in serie a Zp)



$$Z_{im} = \frac{V_s}{I_r}$$

$$\alpha = \frac{Z_p}{Z_b + Z_p}$$

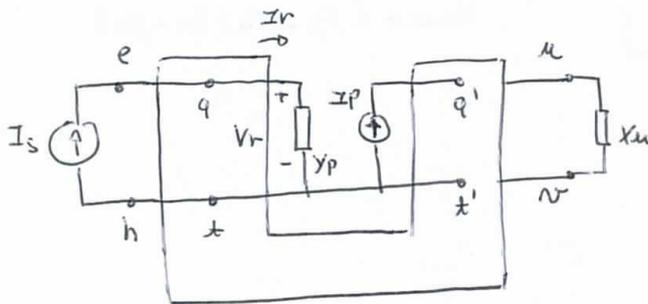
$$V_p = \alpha \cdot V_s \cdot \frac{1}{1 - \beta A} = V_r$$

Zb = Z VISTA DA Vs QUANDO Vp ≠ 0
IN SERIE A Zp, tra i nodi t e h

$$I_r = \frac{V_r}{Z_p} = \frac{\alpha V_s}{(1 - \beta A) Z_p} = \frac{V_s}{(1 - \beta A) (Z_b + Z_p)}$$

$$Z_{im} = (Z_p + Z_b) (1 - \beta A)$$

REAZIONE PARALLELA (Is in parallelo a Yp)



$$Y_{im} = \frac{I_s}{V_r}$$

$$I_p = \frac{\alpha I_s}{1 - \beta A} = I_r$$

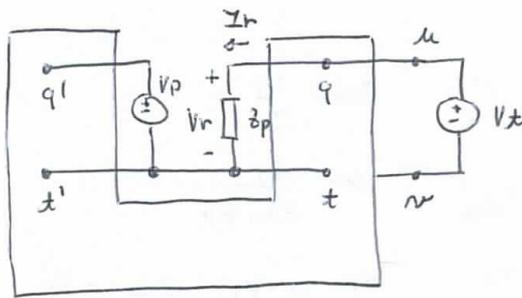
Yb = Y VISTA DA Is QUANDO
Ip ≠ 0 IN PARALLELO A Yp.
tra nodi q e t.

$$\alpha = \frac{Y_p}{Y_b + Y_p}$$

$$V_r = I_r \cdot \frac{1}{Y_p} = \frac{Y_p \cdot I_s}{(Y_b + Y_p) (1 - \beta A) Y_p} = \frac{I_s}{(1 - \beta A) (Y_b + Y_p)}$$

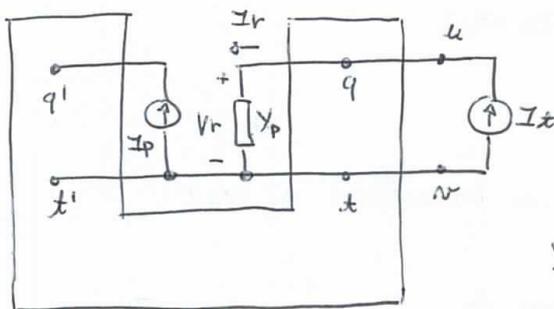
$$Y_{im} = (Y_p + Y_b) (1 - \beta A)$$

REAZIONE DI CORRENTE (V_t in serie a Z_p)



$$Z_{out} = (Z_p + Z_b) (1 - \beta A)$$

REAZIONE DI TENSIONE (I_t in parallelo a Y_p)



$$Y_{out} = (Y_b + Y_b) (1 - \beta A)$$

FILTRI

ATTIVI

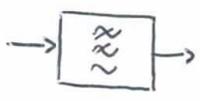
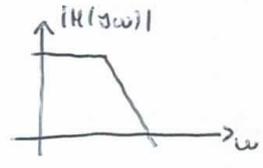
- BASSA FREQUENZE
- BASSA POTENZA

PASSIVI

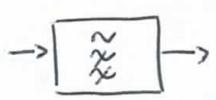
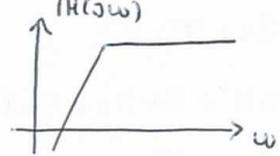
- ALTE FREQUENZE
- ALTA POTENZA

CLASSIFICAZIONE

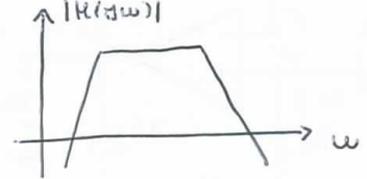
PASSA BASSO (LP)



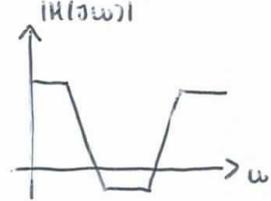
PASSA ALTO (HP)



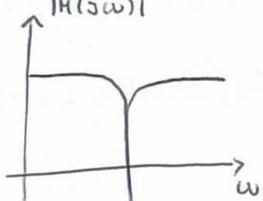
PASSA BANDA (BP)



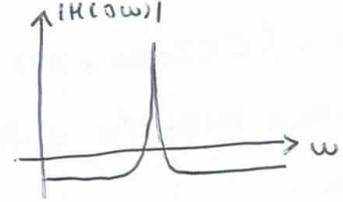
ELIMINA BANDA (BR)



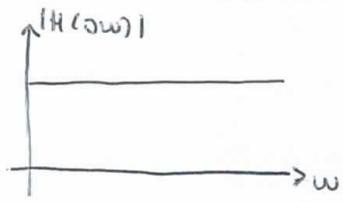
NOTCH



SELETTIVO



PASSA TUTTO (AP)

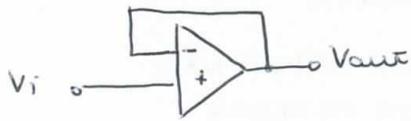


Risposta in fase

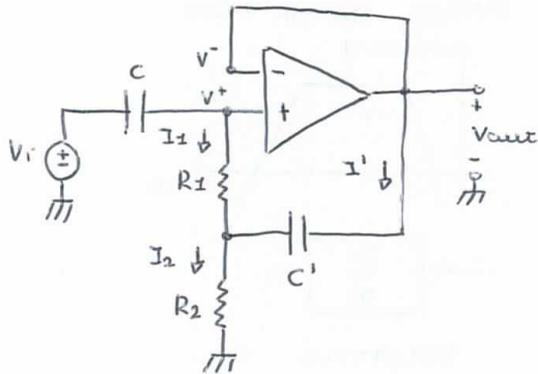
$$H(s) = \frac{C \cdot \frac{s^2}{\omega_0^2} + B \cdot \frac{s}{Q\omega_0} + A}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1}, \quad \text{Re}[p_i] < 0$$

	C	B	A
LP	$\neq \phi$	$\neq \phi$	$\neq \phi$
HP	$\neq \phi$	$\neq \phi$	$\neq \phi$
NOTCH	$\neq \phi$	$\neq \phi$	$\neq \phi$
BP	$\neq \phi$	$\neq \phi$	$\neq \phi$
AP	1	-1	1

INSEGUITORE DI TENSIONE IN CONTINUA



INSEGUITORE DI TENSIONE IN ALTERNATA



$$V^+ = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2$$

$$I_2 = I' + I_1$$

$$\rightarrow V^+ = R_1 \cdot I_1 + R_2 (I' + I_1)$$

$$Z_{vc} = \frac{V^+}{I_1}$$

$$I_1 \cdot R_1 - I' \cdot \frac{1}{Cs} = 0 \quad \leftarrow V^+ = V^-$$

$$\rightarrow I' = Cs I_1 R_1$$

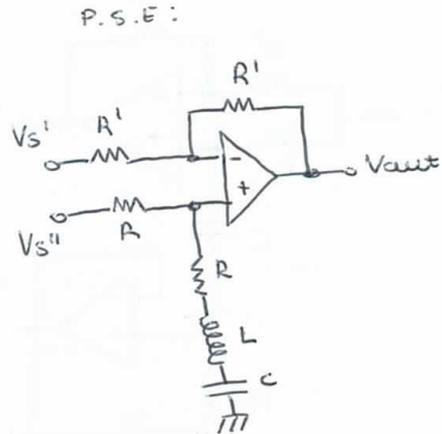
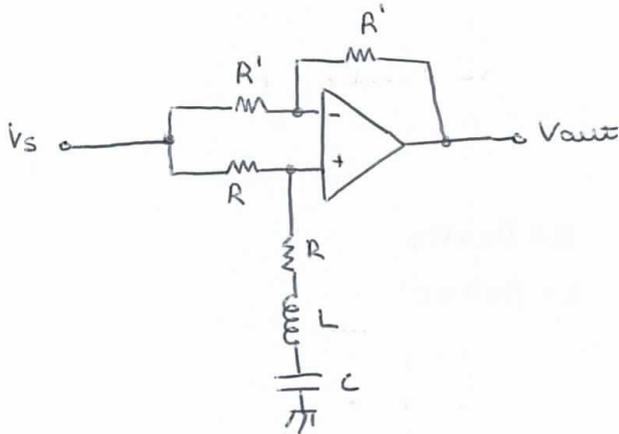
$$V^+ = R_1 I_1 + (Cs I_1 R_1 + I_1) R_2 = I_1 (R_1 + R_2 + R_1 R_2 Cs)$$

$$Z_{vc} = R_1 + R_2 + R_1 R_2 Cs = R + L \cdot s$$

$$R = R_1 + R_2$$

$$L = R_1 R_2 C$$

FILTRO NOTCH ATTIVO



$$V_s = V_{s'} = V_{s''}$$

$$V_{out}(V_{s'}) = -V_{s'}$$

$$V_{out}(V_{s''}) = V^+ (1 + 1) = 2V^+$$

$$V^+ = V_{s''} \cdot \frac{R + Ls + 1/cs}{2R + Ls + 1/cs} = V_{s''} \cdot \frac{Rcs + Lcs^2 + 1}{cs} = \frac{Lcs^2 + RCS + 1}{LCS^2 + 2RCS + 1} \cdot V_{s''}$$

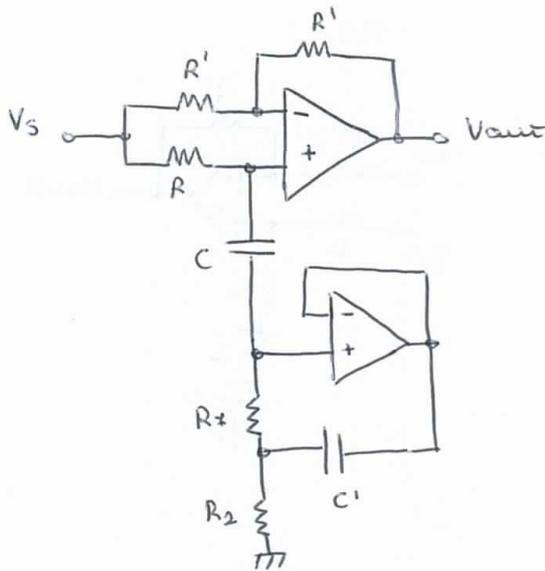
$$= \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{2Q\omega_0} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} \cdot V_{s''}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_0 &= 1/\sqrt{LC} \\ Q &= \frac{1}{2RC\omega_0} \end{aligned} \right.$$

$$V_{out}(V_s) = -V_s + 2V_s \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{2Q\omega_0} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

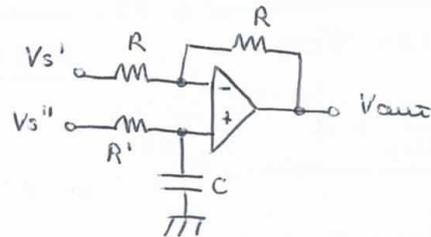
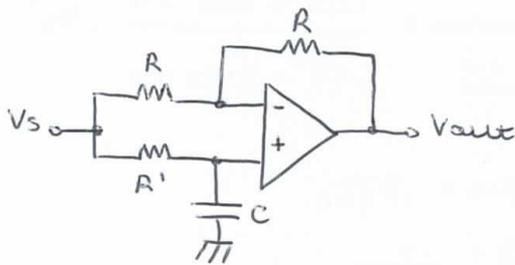
FILTRO NOTCH SENZA L FISICA



$$R = R_1 + R_2$$

$$L = R_1 R_2 C'$$

FILTRO ALL PASS, 1° ORDINE



$$V_s = V_{s'} = V_{s''}$$

$$V_{out} (V_{s'}) = -V_{s'}$$

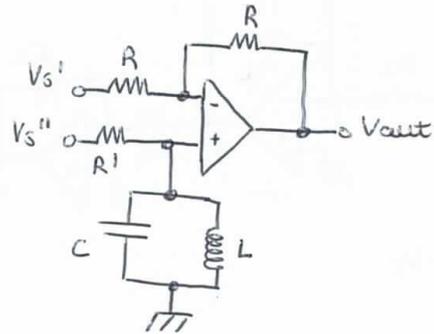
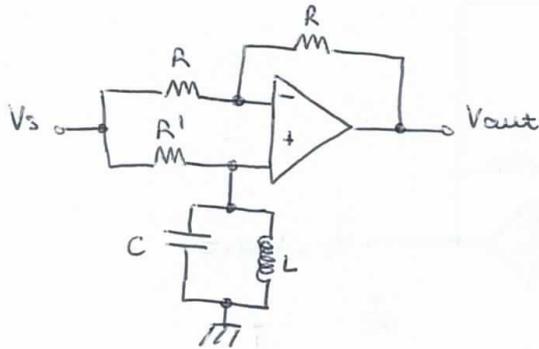
$$V_{out} (V^+) = 2V^+$$

$$V^+ = V_{s''} \cdot \frac{1/Cs}{1/Cs + R'} = V_{s''} \cdot \frac{1}{1 + R'Cs}$$

$$V_{out} = -V_s + 2V_s \cdot \frac{1}{1 + R'Cs} = \frac{1 - R'Cs}{1 + R'Cs} \cdot V_s$$

$$H(s) = \frac{1 - R'Cs}{1 + R'Cs} = \frac{1 - \frac{s}{\omega_0}}{1 + \frac{s}{\omega_0}} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{R'C}$$

FILTRO ALL PASS, 2° ORDINE



$$V_s = V_s' = V_s''$$

$$V_{out}(V_s') = -V_s'$$

$$V_{out}(V^+) = 2V^+$$

$$L \parallel \frac{1}{CS} = \frac{LS \cdot \frac{1}{CS}}{LS + \frac{1}{CS}} = \frac{LS}{1 + LCS^2}$$

$$V^+ = V_s'' \cdot \frac{\frac{LS}{LCS^2 + 1}}{R' + \frac{LS}{LCS^2 + 1}} = V_s'' \cdot \frac{\frac{LS}{LCS^2 + 1}}{\frac{R'LCS^2 + R' + LS}{LCS^2 + 1}} = \frac{LS}{R' + R'LCS^2 + LS} V_s''$$

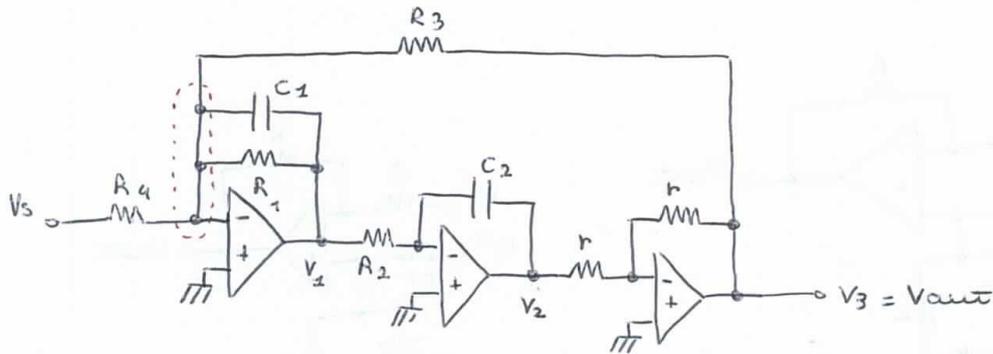
$$= \frac{\frac{L}{R'} \cdot S}{LCS^2 + \frac{L}{R'} \cdot S + 1} V_s'' = V_s'' \cdot \frac{\frac{S}{\omega_0}}{\frac{S^2}{\omega_0^2} + \frac{S}{Q\omega_0} + 1} ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{R'}{L\omega_0}$$

$$V_{out} = -V_s + 2 \cdot V_s \cdot \frac{\frac{S}{Q\omega_0}}{\frac{S^2}{\omega_0^2} + \frac{S}{Q\omega_0} + 1} = \frac{-\frac{S^2}{\omega_0^2} + \frac{S}{Q\omega_0} - 1}{\frac{S^2}{\omega_0^2} + \frac{S}{Q\omega_0} + 1} V_s$$

$$H(s) = \frac{-\frac{S^2}{\omega_0^2} + \frac{S}{Q\omega_0} - 1}{\frac{S^2}{\omega_0^2} + \frac{S}{Q\omega_0} + 1}$$

FILTRO DI TOW THOMAS - BIQUAD PASSA BASSO



$$\begin{cases} V_2 = V_1 \left(-\frac{1}{sR_2C_2} \right) \\ V_3 = -V_2 \\ \frac{V_s}{R_4} + \frac{V_1}{R_1} + V_1 \cdot sC_1 + \frac{V_3}{R_3} = 0 \\ \frac{V_s}{R_4} + V_1 \left(\frac{1}{R_1} + sC_1 \right) + \frac{V_3}{R_3} = 0 \\ V_1 = sR_2C_2V_3 \\ \frac{V_s}{R_4} + V_3 \left(\frac{sR_2C_2}{R_1} + s^2R_2rC_2 + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\frac{V_3}{V_s} = - \frac{1}{R_4 \left(\frac{sR_2C_2}{R_1} + s^2R_2rC_2 + \frac{1}{R_3} \right)} = \frac{K}{\omega_0^2 + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

$$K = - \frac{R_1R_3}{R_4R_1} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2R_3rC_2}} \quad ; \quad Q = \frac{R_1}{R_2R_3C_2\omega_0}$$

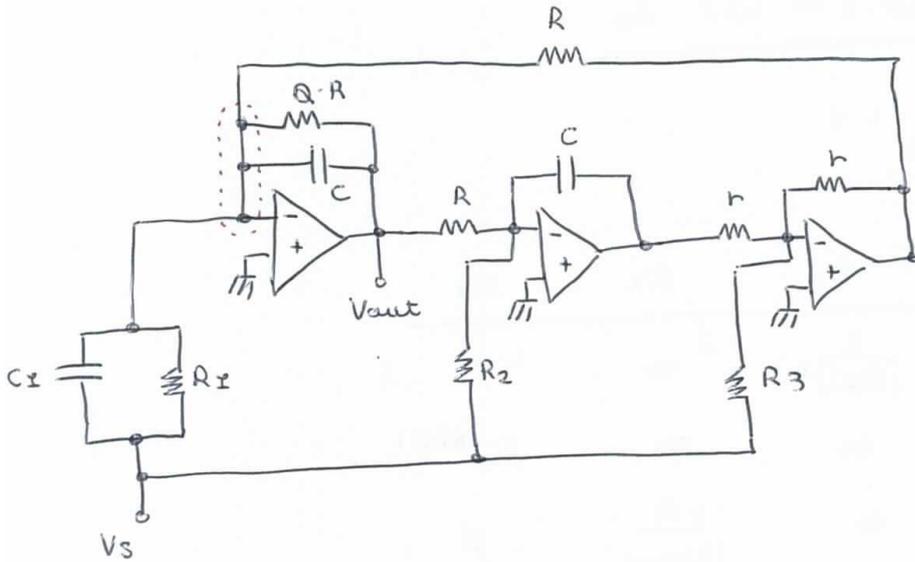
$$\frac{V_3}{V_s} = H_{LP}(s)$$

$$\frac{V_1}{V_s} = H_{BP}(s) = \frac{s \cdot K \cdot R_2C_2}{\omega_0^2 + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

Se $R_2 = R_3 = R$

Se $C_1 = C_2 = C \Rightarrow R_2C_2 = \frac{1}{\omega_0}$

FILTRO TOW THOMAS CON FEED FORWARD



$$\frac{1}{R_1} = G_1 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$V_s \cdot G_1 + V_s C_1 s + V_{out} \cdot C s + \frac{V_{out}}{Q \cdot R} + V_{out} \cdot \frac{1}{RCs} \cdot \frac{1}{R} + V_s \cdot \frac{1}{R_2 C s} \cdot \frac{1}{R} - V_s \cdot \frac{r}{R_3 R} = 0$$

$$s (G_1 + C_1 s + \frac{G_2}{RCs} - \frac{r G_3}{R}) + V_{out} (C s + \frac{1}{QR} + \frac{1}{R^2 C s}) = 0$$

$$\frac{V_{out}}{V_s} = - \frac{G_1 + C_1 s + \frac{G_2}{RCs} - \frac{r G_3}{R}}{\frac{1}{R^2 C s} + C s + \frac{1}{QR}}$$

$$= \frac{G_1 R C s + C_1 s R C s + G_2 - r G_3 C s}{R^2 C s \cdot Q} = \frac{R Q (G_1 R C s + s^2 C_1 C R + G_2 - r G_3 C s)}{Q + s^2 R^2 C^2 Q + R C s \cdot \frac{1}{Q}}$$

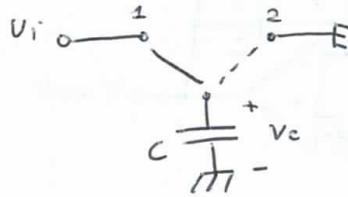
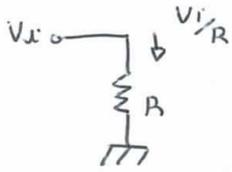
$$= \frac{s^2 G_1 C R^2 + s [C R^2 G_1 - r G_3 C R] + G_2 R}{\frac{s^2}{\omega_0^2} \frac{C_1}{C} + \frac{s}{\omega_0} \left(\frac{R}{R_1} - \frac{r}{R_3} \right) + \frac{R}{R_2}}$$

$$= \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \omega_0} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \omega_0} + 1}$$

$$H(s) = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} \cdot \frac{C_1}{C} + \frac{s}{\omega_0} \left(\frac{R}{R_1} - \frac{b}{R_3} \right) + \frac{R}{R_2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1}$$

	R_1	R_2	R_3	C_1
LP	∞	$\frac{R}{ H(\varphi) }$	∞	\emptyset
HP	∞	∞	∞	$C \cdot H(\omega) $
BP ⁺	∞	∞	$\frac{rQ}{ H(\omega_0) }$	\emptyset
BP ⁻	∞	$\frac{RQ}{ H(\omega_0) }$	∞	\emptyset
AP	∞	$\frac{R}{ H(\varphi) }$	$\frac{rQ}{ H(\varphi) }$	$C \cdot H(\varphi) $
NOTCH	∞	$\frac{R}{ H(\varphi) }$	∞	$C \cdot H(\varphi) $

TECNOLOGIA A CONDENSATORI COMMUTATI

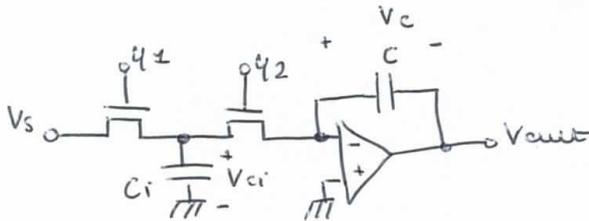


$$1) V_c = V_i, \quad Q = C \cdot V_i$$

$$2) \bar{I} = \frac{Q}{T_s} = \frac{C \cdot V_i}{T_s} = C \cdot V_i \cdot f_s$$

$$R_{eq} = \frac{V_i}{\bar{I}} = \frac{1}{C \cdot f_s}$$

INTEGRATORE INVERTENTE A CONDENSATORI COMMUTATI



$$\phi_1 = H, \quad \phi_2 = L$$

$$V_{c1} = V_s, \quad Q = V_s \cdot C_i$$

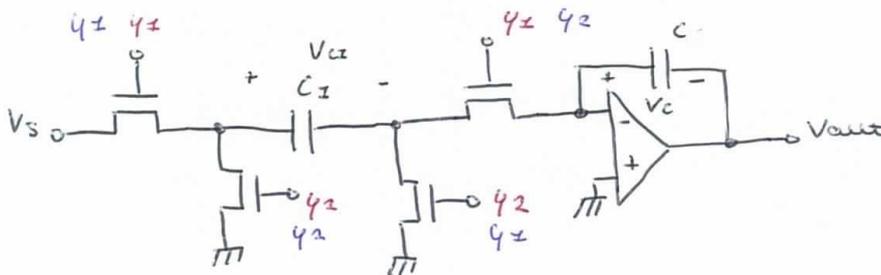
$$\phi_1 = L, \quad \phi_2 = H$$

$$V_c = \frac{Q}{C} = V_s \cdot \frac{C_i}{C}$$

$$V_{out} = -V_s \cdot \frac{C_i}{C}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{C_i \cdot f_s}$$

INTEGRATORE A CONDENSATORI COMMUTATI



INVERTENTE

$$\phi_1 = H, \quad \phi_2 = L:$$

$$V_{c1} = V_s, \quad Q = V_s \cdot C_1$$

$$V_c = \frac{Q}{C} = V_s \cdot \frac{C_1}{C}$$

$$V_{out} = -V_s \cdot \frac{C_1}{C}$$

$$\phi_1 = L, \quad \phi_2 = H: \quad C_1 \text{ si scarica}$$

NON INVERTENTE

$$\phi_1 = H, \quad \phi_2 = L:$$

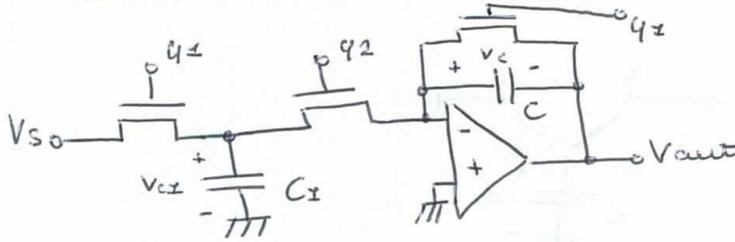
$$V_{c1} = V_s, \quad Q = V_s \cdot C_1$$

$$\phi_1 = L, \quad \phi_2 = H;$$

$$V_c = \frac{Q}{C} = -V_s \cdot \frac{C_1}{C}$$

$$V_{out} = V_s \cdot \frac{C_1}{C}$$

AMPLIFICATORE INVERTENTE A CONDENSATORE COMUTATI



$$q_1 = H, q_2 = L;$$

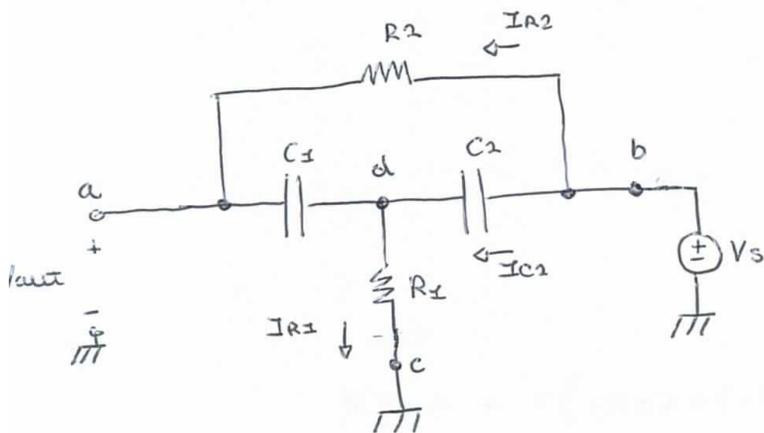
$$V_{Cx} = V_{S0}, Q = C_x \cdot V_{S0}$$

$$q_1 = L, q_2 = H;$$

$$V_C = \frac{Q}{C} = V_{S0} \cdot \frac{C_x}{C}$$

$$V_{out} = -V_{S0} \cdot \frac{C_x}{C} \Rightarrow A_V = -\frac{C_x}{C}$$

RETE A T-PONTRATO



Analisi dei doppi zeri:

$$S_2: V_{out}(S_2) = 0$$

$$I_{C2} = \frac{V_b - V_d}{\frac{1}{S_2 C_2}} = (V_s - V_d) \cdot S_2 C_2$$

$$I_{R2} = \frac{V_b - V_a}{R_2} = \frac{V_s}{R_2}$$

$$I_{R1} = \frac{V_d - V_c}{R_1} = \frac{V_d}{R_1}$$

$$I_d - V_a = -I_{R2} \cdot \frac{1}{S_2 C_1} \Rightarrow V_d = -\frac{V_s}{R_2} \cdot \frac{1}{S_2 C_1}$$

$$I_{R2} + I_{C2} = I_{R1}$$

$$\frac{V_s}{R_2} + (V_s - V_d) \cdot S_2 C_2 - \frac{V_d}{R_1} = 0$$

$$\frac{V_s}{R_2} + V_s \cdot S_2 \cdot C_2 + C_2 S_2 \cdot \frac{V_s}{R_2} \cdot \frac{1}{C_1 S_2} + \frac{V_s}{R_1 R_2} \cdot \frac{1}{C_1 S_2} = 0$$

$$V_s \left(\frac{1}{R_2} + C_2 S_2 + \frac{C_2}{C_1 R_2} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 S_2} \right) = 0$$

$$R_1 R_2 C_1 C_2 S_2^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2) S_2 + 1 = 0$$

Anziani dei poli:

$$a_1 = C_1 R_{11}^0 + C_2 R_{22}^0$$

$$a_2 = C_1 C_2 R_{11}^2 R_{22}^0$$

$$R_{11}^0 = R_1 + R_2$$

$$R_{22}^0 = R_1$$

$$R_{11}^2 = R_2$$

$$C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + (C_1 (R_1 + R_2) + C_2 R_1) s + 1 = 0$$

$$s \rightarrow \infty, V_{out} = V_s \Rightarrow |H(\infty)| = 1$$

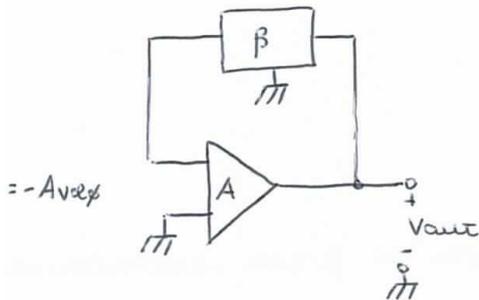
$$H(s) = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2) s + 1}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + [C_1 (R_1 + R_2) + C_2 R_1] s + 1}$$

$$\operatorname{Re}[p_i] < 0, \quad \forall C_1, C_2, R_1, R_2$$

È però una rete che può produrre zeri complessi e coniugati

FILTRO BIQUADRATICO CON SINGOLO A.O.

f.d.t. con termini quadratici sia numeratore e sia denominatore



$$A_f = \gamma + \frac{\alpha A}{1 - \beta A}$$

$$\gamma = \beta$$

$$\Rightarrow A_f = \frac{\alpha A}{1 - \beta A}$$

$$\beta A \gg 1$$

$$\Rightarrow A_f \approx \frac{\alpha A}{-\beta A} = -\frac{\alpha}{\beta}$$

Zeri di $A_f \equiv$ Zeri di α

Poli di $A_f \equiv$ Zeri di β

(Poli di $\alpha \equiv$ Poli di β) : Sono rete passive che utilizzano per stessi componenti!

$$\text{ma } s = s_z \Rightarrow \beta A = \beta ! \quad \beta A \gg 1$$

In resata :

$$\text{poli di } A_f : 1 - \beta A = \beta$$

$$\beta = \frac{1}{A}$$

se $A \rightarrow \infty$, $\beta \rightarrow \beta$

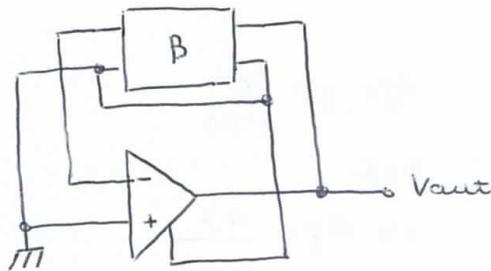
In corrispondenza di s^* : $1 - \beta(s^*) A(s^*) = \beta$ soddisfatta,

$$\text{e } A(s^*) \rightarrow \infty \Rightarrow \beta(s^*) \rightarrow \beta$$

Zeri di $\beta \equiv$ Poli di A_f

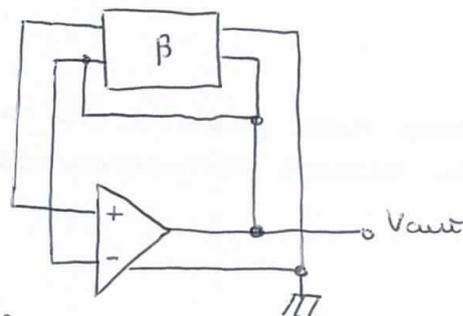
Utilizziamo il modello a blocco e identifichiamo i terminali di massa:

1)



Scambiamo adesso terminale di ingresso di β col terminale di massa:

2)

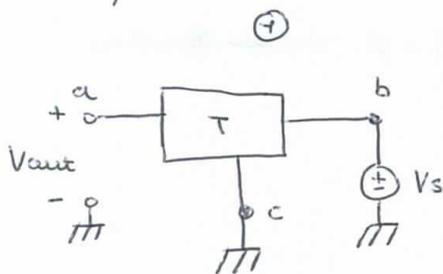


Questa rete β ha gli stessi poli della rete precedente.

Ho dunque scambiato terminale di uscita e di massa di β nel collegamento con l'amplificatore.

Ho anche dovuto invertire gli ingressi dell'amp. per mantenere una reazione negativa.

Rete β :

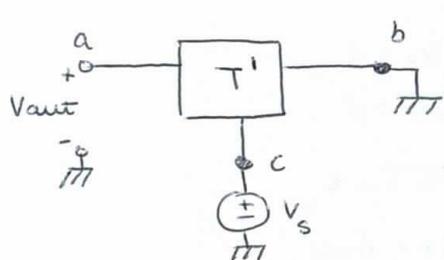


$$\frac{V_a - V_c}{V_b - V_c} = T$$

$$V_a - V_c = T (V_b - V_c)$$

rete β con aut e messa a commercio:

(2)



$$T' = \frac{V_a - V_b}{V_c - V_b}$$

$$V_a - V_b = T' (V_c - V_b)$$

$$V_a - V_c = T \cdot V_s \quad (1)$$

$$V_a = T \cdot V_s + V_c \quad (1)$$

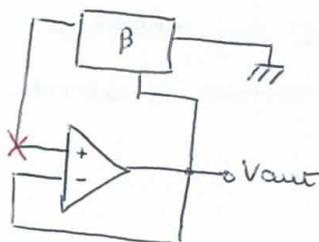
$$V_a = -T V_s + V_c \quad (2)$$

$$V_a - V_b = -T \cdot V_s + V_c - V_b \quad (2)$$

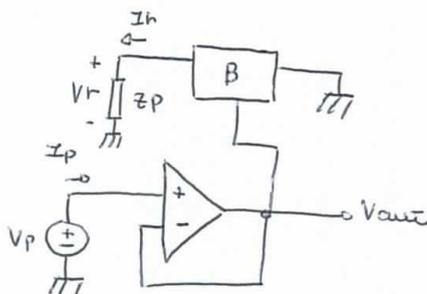
$$V_{out} = -T V_s + V_s = V_s (-T + 1) \quad (2)$$

$$T' = 1 - T$$

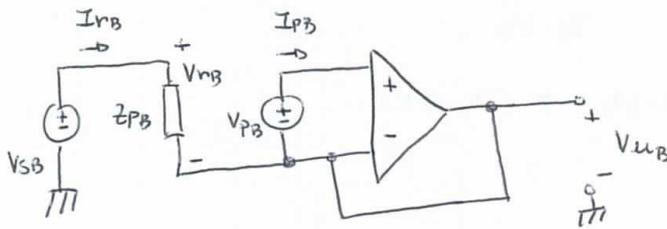
Formando solo sistema bridge con terminali
solo rete β scambiati:



$$\beta = 1 - T$$



Scomposizione dell'integratore in continua:



$$\alpha_B = 1$$

$$\delta_B = \phi$$

$$\beta_B = -1$$

$$A_B = A_{noe}$$

$$A_{pB} = \frac{A_{noe}}{1 + A_{noe}}$$

1° RETE)

$$\beta A_2 = -T \cdot A_{noe}$$

$$\underline{1 + T A_{noe} = \phi}$$

2° RETE)

$$\beta A_2 = (1 - T) \left(\frac{A_{noe}}{1 + A_{noe}} \right)$$

$$1 - (1 - T) \left(\frac{A_{noe}}{1 + A_{noe}} \right) = \phi$$

$$(1 - T) \frac{A_{noe}}{1 + A_{noe}} = 1$$

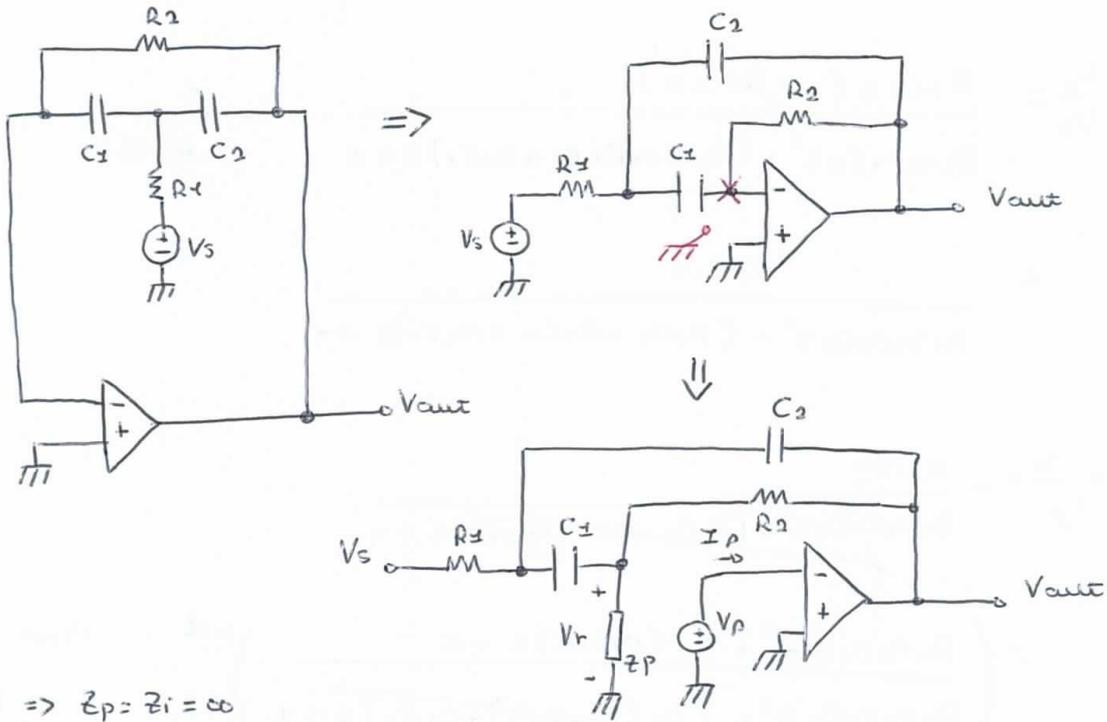
$$A_{noe} - T A_{noe} = 1 + A_{noe}$$

$$\underline{1 + T A_{noe} = \phi}$$

l'equazione che fornisce i poli di A_p è la stessa.
 da prima rete e la seconda rete hanno quindi gli
 stessi poli!

CELLA DI DELIYANNIS - FRIEND, CELLA MFB BP

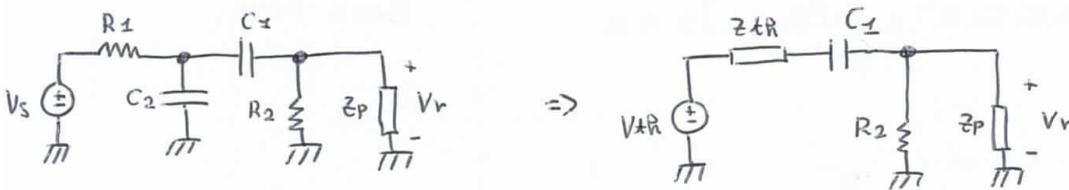
Si ricorra all'applicazione della rete a T-pontato come sistema di reazione:



$$\rho = \phi \Rightarrow Z_p = Z_i = \infty$$

$$\beta = \text{g.u.t. T-PONTATO} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + R_1 (C_1 + C_2) s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + [C_1 (C_1 R_1 + R_2) + C_2 R_1] \cdot s + 1}$$

$$\alpha = \frac{V_r}{V_s} = \frac{V_r}{V_{TK}} \cdot \frac{V_{TK}}{V_s} \quad (V_p = \phi)$$



$$V_{TK} = V_s \cdot \frac{1}{\frac{1}{C_2 \cdot s} + R_1} = V_s \cdot \frac{1}{1 + R_1 C_2 \cdot s}, \quad Z_{TK} = \frac{1}{C_2 \cdot s} \parallel R_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C_2 s}$$

$$\frac{V_r}{V_{TK}} = \frac{R_2}{\frac{R_1}{1 + R_1 C_2 s} + \frac{1}{C_1 s} + R_2} = \frac{R_2}{R_1 C_1 s + 1 + R_1 C_2 s + R_2 C_1 s + R_1 R_2 C_1 C_2 s^2} = \frac{R_2}{C_1 s (1 + R_1 C_2 s)}$$

$$= \frac{R_2 C_1 s (1 + R_1 C_2 s)}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1}$$

$$A = \frac{V_r}{V_s} = \frac{R_2 C_1 s (1 + \cancel{R_1 C_2 s})}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1} \cdot \frac{1}{1 + \cancel{R_1 C_2 s}}$$

$$= \frac{R_2 C_1 s}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1}$$

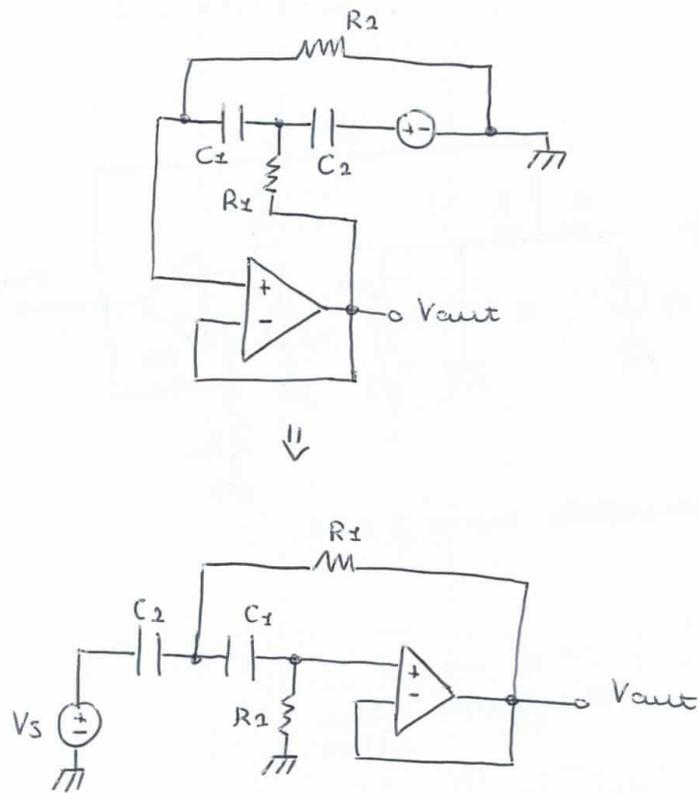
$$H(s) = \frac{A}{\beta} = \frac{R_2 C_1 s}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1}$$

$$\cdot \left(\frac{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + R_1 (C_1 + C_2) s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + [C_1 (R_1 + R_2) + C_2 R_1] s + 1} \right)^{-1}$$

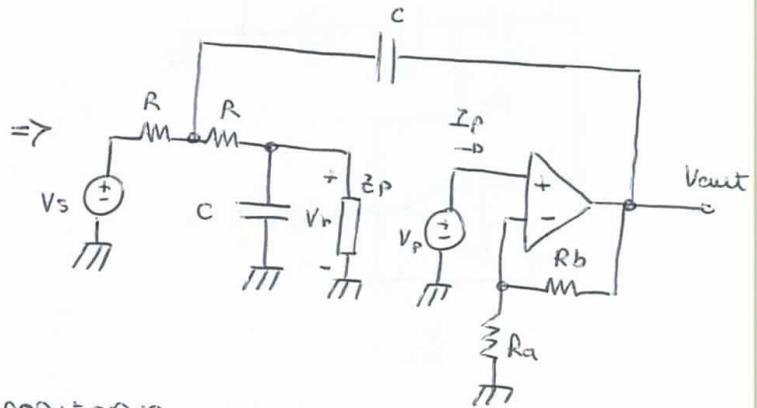
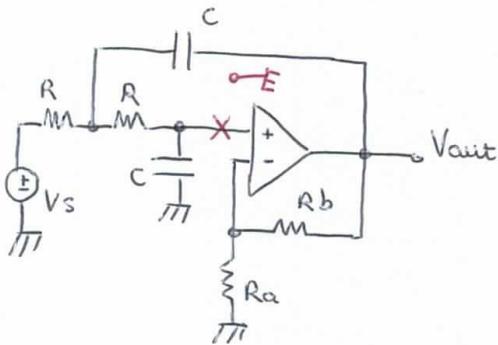
$$= \frac{R_2 C_1 s}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + R_1 (C_1 + C_2) s + 1}$$

È una configurazione
BAND PASS.

CELLA SOLLEN - KEY HP



CELLA SOLLEN-KEY CON GUADAGNO LP

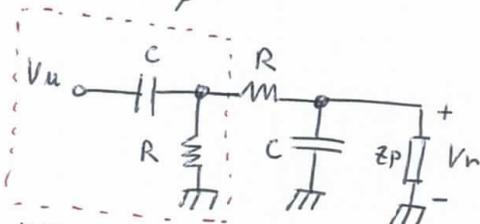


$\beta = \phi \Rightarrow Z_p = Z_i = \infty$

$A = A_v = 1 + \frac{R_b}{R_a}$

β variabile come f. d. t.

$\beta = \frac{V_n}{V_u} / V_s = \phi$



V_{TR}
 Z_{TR}

$Z_{TR} = \frac{1}{CS} // R = \frac{R}{1 + RCS}$

$V_{TR} = V_u \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{CS}} = \frac{RCS}{RCS + 1} \cdot V_u$

$V_n = V_{TR} \cdot \frac{\frac{1}{CS}}{R + \frac{1}{CS} + \frac{R}{1 + RCS}} = \frac{\frac{1}{CS}}{R^2 C^2 S^2 + RCS + 1 + RCS + RCS} \cdot V_{TR}$

$= V_{TR} \cdot \frac{RCS + 1}{R^2 C^2 S^2 + 3RCS + 1} = V_u \cdot \frac{RCS}{RCS + 1} \cdot \frac{RCS + 1}{R^2 C^2 S^2 + 3RCS + 1}$

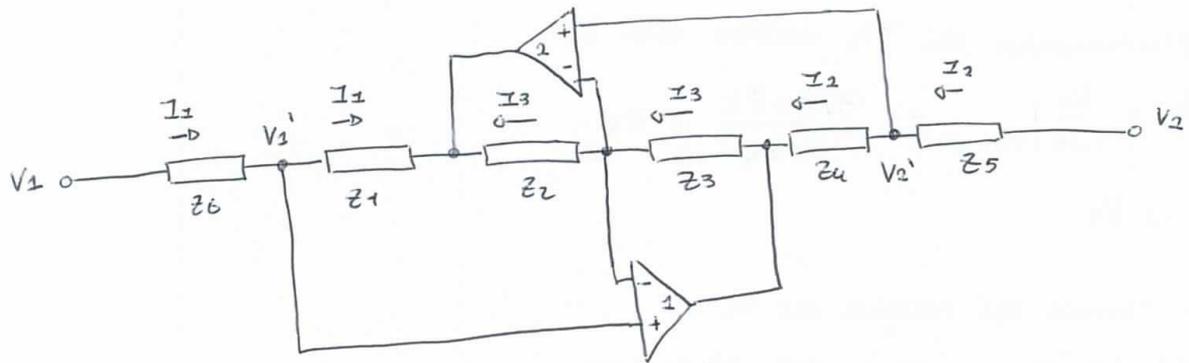
$\beta = \frac{RCS}{R^2 C^2 S^2 + 3RCS + 1}$

$1 - \beta A = \phi$: Calcolo dei poli di $A\phi$

$\rightarrow R^2 C^2 S^2 + (3 - A_v) RCS + 1 = \phi$

$H(s) = \frac{A_v}{R^2 C^2 S^2 + (3 - A_v) RCS + 1}$, $|H(\phi)| = A_v$; $Re[\rho_i] < \phi \Rightarrow A_v < 3$

GIC: GENERALIZED IMPEDANCE CONVERTER



Applichiamo il c.c.v.

$$V_1' = V_1^+ = V_1^- = V_2^- = V_2^+ = V_2'$$

$$V_2 = V_2' + I_2 \cdot Z_5$$

$$V_2 - V_2' = I_2 \cdot Z_5$$

$$\begin{cases} I_1 Z_1 = I_3 Z_2 & (V_1' = V_1^-) \\ I_3 Z_3 = -I_2 Z_4 & (V_2' = V_2^-) \end{cases}$$

$$I_1 = I_3 \cdot \frac{Z_2}{Z_1} \rightarrow I_3 = I_1 \cdot \frac{Z_4}{Z_2}$$

$$-I_3 = I_2 \cdot \frac{Z_4}{Z_3}$$

$$\rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} I_1 + \frac{Z_4}{Z_3} I_2 = 0$$

$$I_2 = -I_1 \cdot \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

$$V_2 - V_2' = -I_1 \cdot \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

$$V_2 - V_2' = Z_6 \cdot I_1$$

$$V_2 - V_1 = V_2 - V_2' - V_1 + V_2' = -I_1 \cdot \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} - I_1 \cdot Z_6$$

$$= -I_1 \left(\frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} + Z_6 \right)$$

$$V_1 - V_2 = I_1 \left(\frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} + Z_6 \right)$$

Equivalentemente di TR visto da V_1 :

$$Z_{V1} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2 = \phi} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} + Z_6$$

$$V_{TH} = V_2$$

Dal punto di vista di V_2 :

Data la simmetria del circuito:

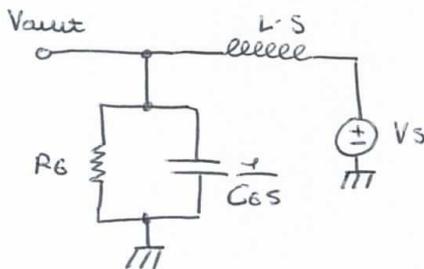
$$Z_{V2} = \frac{Z_2 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3}$$

$$V_{TH} = V_1$$

FILTRI BASATI SU GIC

LP II° ORDINE

$$Z = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} = \frac{R_1 R_3 R_5}{R_2 \frac{1}{C_4 s}} = \frac{R_1 R_3 R_5 C_4}{R_2} \cdot s = L \cdot s$$



$$R_6 \parallel \frac{1}{C_6 s} = \frac{R_6}{1 + R_6 C_6 s}$$

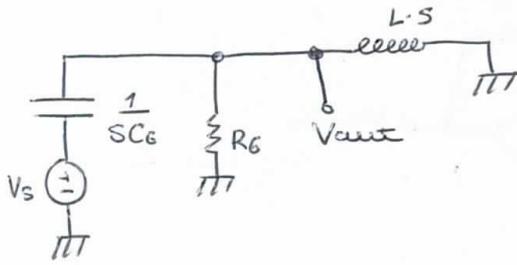
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{\frac{R_6}{1 + R_6 C_6 s}}{\frac{R_6}{1 + R_6 C_6 s} + L \cdot s} = \frac{R_6}{R_6 + Ls + R_6 C_6 L s^2} = \frac{1}{s^2 C_6 L + s \frac{L}{R_6} + 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_6}}$$

$$\omega_0 \cdot Q = \frac{R_6}{L} \rightarrow Q = \frac{R_6}{L \cdot \omega_0}$$

HP II° ORDINE



$$LS // Rg = \frac{LRgS}{LS + Rg}$$

$$H(s) = \frac{V_u}{V_s} = \frac{\frac{LRgS}{LS + Rg}}{\frac{LRgS}{LS + Rg} + \frac{1}{Cg \cdot s}} = \frac{s^2 Rg Cg L}{s^2 Rg Cg L + LS + Rg}$$

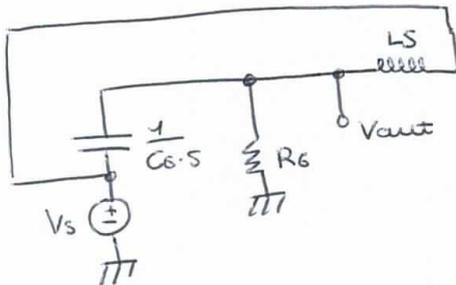
$$= \frac{s^2 Cg L}{s^2 Cg L + s \frac{L}{Rg} + 1} = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Cg \cdot L}}$$

$$\omega_0 Q = \frac{Rg}{L}$$

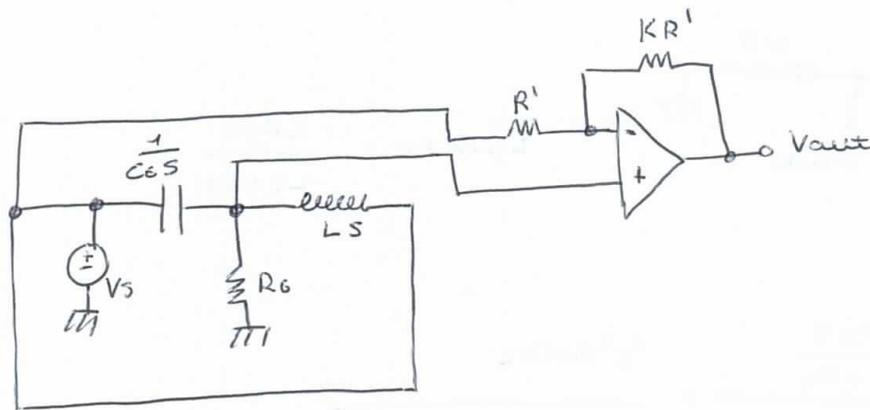
$$\rightarrow Q = \frac{Rg}{L\omega_0}$$

NOTCH



$$H(s) = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} + \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

AP II° ORDINE

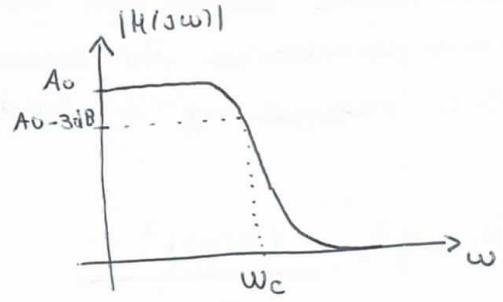
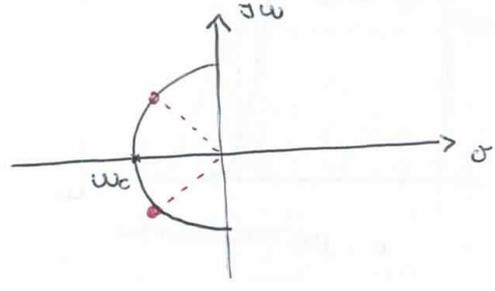


$$\begin{aligned}
 H(s) &= \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} \cdot (1+k) - k = \\
 &= \frac{\left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1\right)(1+k) - k \frac{s^2}{\omega_0^2} - k \frac{s}{Q\omega_0} - k}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} = \\
 &= \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} - k \frac{s}{Q\omega_0} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}
 \end{aligned}$$

FILTRO DI BUTTERWORTH

Massima piattezza in banda passante.

I poli della f.d.t. stanno sul cerchio di raggio ω_c , nei semipiani negativi:



Poli complessi e coniugati:
Poli separati di un angolo di 90° .

$$s_{p1}' = \frac{s_{p1}}{\omega_c}, \quad s_{p2}' = \frac{s_{p2}}{\omega_c}$$

$$s_{p1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$s_{p2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Polinomio 1° ordine:

$$s' + 1 = 0$$

Polinomio 2° ordine:

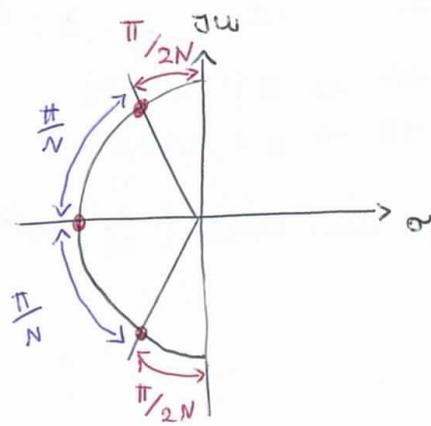
$$s'^2 + (-s_{p1}' - s_{p2}')s' + s_{p1}'s_{p2}' = 0$$

$$s'^2 + \sqrt{2}s' + 1 = 0$$

Polinomio 3° ordine:

$$(s' + 1)(s'^2 + s' + 1) = 0$$

Posizione Poli nel piano complesso:



N: ordine filtro

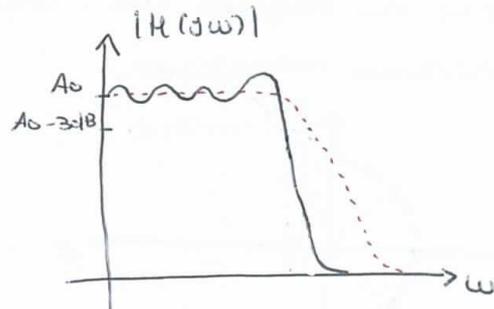
N.B: Quando $\omega = \omega_c$, $|K(j\omega)| = A_0 - 3dB$.

FILTRO DI CHEBISHEV

Ammessi ripple in banda passante, ma presenta una pendenza iniziale maggiore.

⇒ Si raggiunge i -40 dB/dec più in fretta.

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{|H(\phi)|^2}{1 + \epsilon^2 C_m^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}$$



• BUTTERWORTH

ω_c : pulsazione per cui esce dalla banda di ripple.

$C_m\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$: Polinomio eccedente di Chebyshev di ordine n

$$C_m\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = \begin{cases} \cos\left(m \cos^{-1} \frac{\omega}{\omega_c}\right) & \text{per } \phi \leq \frac{\omega}{\omega_c} \leq 1 \\ \cosh\left(m \cosh^{-1} \frac{\omega}{\omega_c}\right) & \text{per } \frac{\omega}{\omega_c} > 1 \end{cases}$$

$$\epsilon^2 = 10^{\frac{\delta}{10}} - 1, \quad \delta: \text{Ripple ammesso in dB.}$$

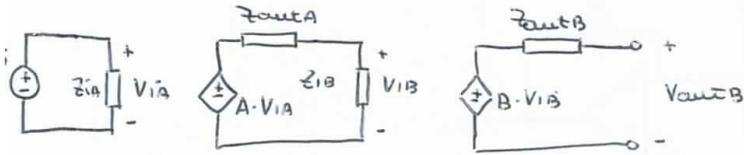
$$\delta = 1 \text{ dB} \rightarrow \epsilon = 0,5089$$

$$\delta = 0,5 \text{ dB} \rightarrow \epsilon = 0,3493$$

$$\omega_{R-3dB} = \omega_c \cdot \cosh\left(\frac{1}{m} \cosh^{-1} \frac{1}{\epsilon}\right)$$

MATEMATICA DELLE F.D.T.

PRODOTTO F.D.T.

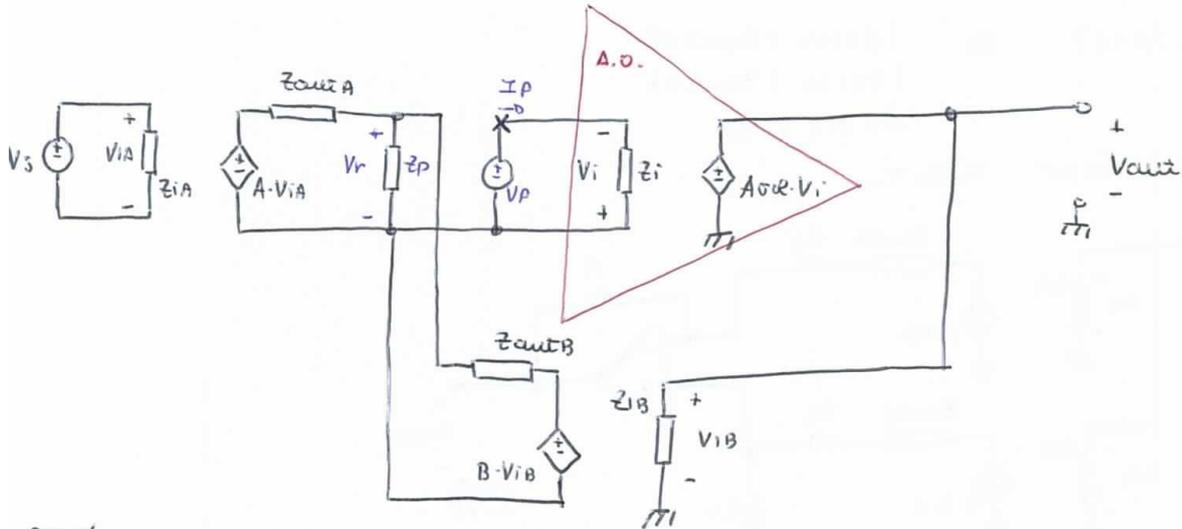


$$V_{outB} = B \cdot V_{iB}$$

$$V_{iB} = A \cdot V_{iA} \cdot \frac{Z_{iB}}{Z_{iB} + Z_{outA}}$$

$$H = \frac{V_{outB}}{V_{iA}} = AB \frac{Z_{iB}}{Z_{iB} + Z_{outA}} \approx A \cdot B \quad \text{se } |Z_{iB}| \gg |Z_{outA}|$$

RAPPORTO F.D.T.



$$A = \beta$$

$$Z_p = Z_i = \infty$$

β valutabile come f.d.t.

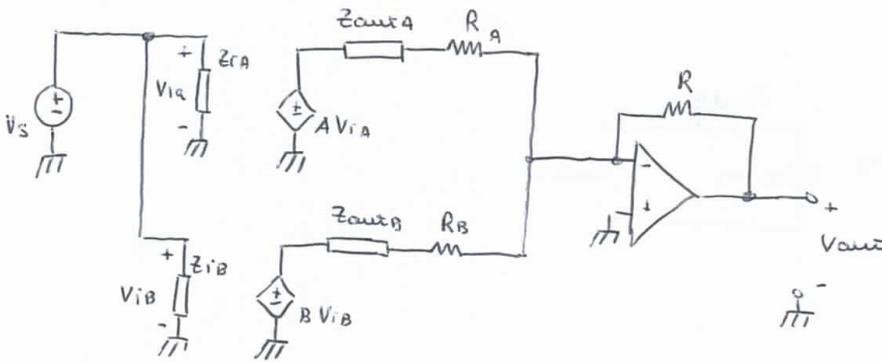
$$\beta = \frac{V_r}{V_u} = B \cdot \frac{Z_{outA}}{Z_{outA} + Z_{outB}}$$

$$A = -A_{vol}$$

$$\alpha = \frac{V_r}{V_s} = A \cdot \frac{Z_{outB}}{Z_{outA} + Z_{outB}}$$

$$H \approx -\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{A}{B} \frac{Z_{outB}}{Z_{outA}} \approx -\frac{A}{B} \quad \text{se } |Z_{outB}| = |Z_{outA}|$$

SOMMA F.D.T.



$$I_{RA} = \frac{A \cdot V_s}{Z_{outA} + R_A} ; \quad I_{RB} = \frac{B \cdot V_s}{Z_{outB} + R_B}$$

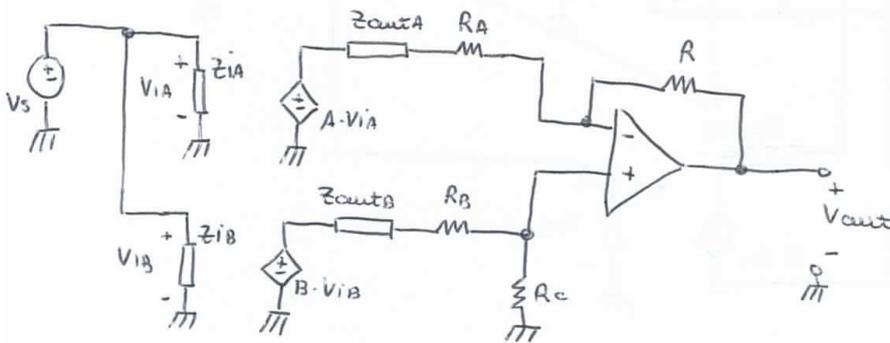
$$V_{out} = -R \cdot V_s \left(\frac{A}{Z_{outA} + R_A} + \frac{B}{Z_{outB} + R_B} \right)$$

$$H \approx -(A+B) \quad \text{se} \quad |R_A| \gg |Z_{outA}|$$

$$|R_B| \gg |Z_{outB}|$$

$$R = R_A = R_B$$

SOTTRAZIONE F.D.T.



$$A \cdot V_s \cdot \frac{R}{Z_{outA} + R_A + R} + V_{out} \cdot \frac{Z_{outA} + R_A}{Z_{outA} + R_A + R} = B \cdot V_s \cdot \frac{R_c}{Z_{outB} + R_B + R_c}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_s} = B \cdot \frac{R_c [Z_{outA} + R_A + R]}{[Z_{outB} + R_B + R_c] [Z_{outA} + R_A]} - A \cdot \frac{R}{Z_{outA} + R_A} \approx B - A$$

Se $R = R_A = R_B = R_c$

$$|Z_{outA}| \ll R_A$$

$$|Z_{outB}| \ll R_B$$

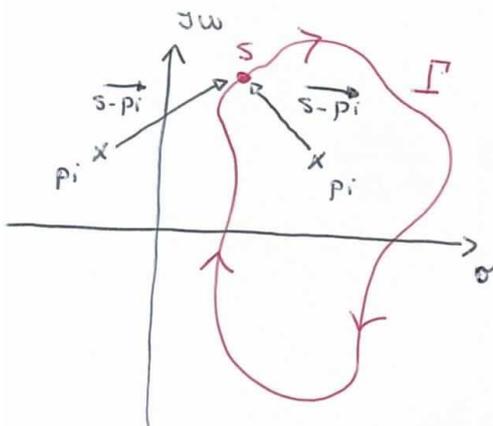
CRITERI DI STABILITÀ AD ANELLO CHIUSO : CRITERIO DI NYQUIST

Lemma di Cauchy:

$$F(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

$$\Delta F(s) = \Delta K + \sum_{i=1}^m \Delta (s - z_i) - \sum_{j=1}^n \Delta (s - p_j)$$

Definisco sul piano complesso una qualunque curva chiusa, percorsa in senso orario, che non intersechi zeri e poli.



$$\Delta \Delta (s - p_j) \Big|_{\Gamma} = \begin{cases} \neq, & p_j \text{ esterno a } \Gamma \\ -2\pi, & p_j \text{ interno a } \Gamma \end{cases}$$

$$\Delta \Delta F(s) = \sum_{i=1}^m \Delta \Delta (s - z_i) - \sum_{j=1}^n \Delta \Delta (s - p_j)$$

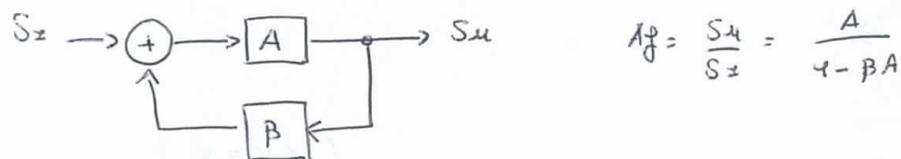
$$= -2\pi N_{z_{\Gamma}}^F + 2\pi N_{p_{\Gamma}}^F = -2\pi (N_{z_{\Gamma}}^F - N_{p_{\Gamma}}^F)$$

$N_{z_{\Gamma}}^F$: # zeri interni a Γ di F ;

$N_{p_{\Gamma}}^F$: # poli interni a Γ di F ;

$$N_{OR}^F = N_{z_{\Gamma}}^F - N_{p_{\Gamma}}^F$$

Supponiamo un anello chiuso:



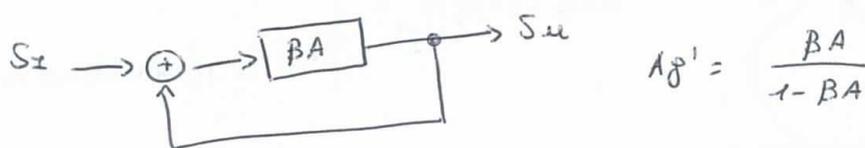
$$A_g = \frac{S_u}{S_z} = \frac{A}{1 - \beta A}$$

$$A_g = \frac{A}{1 - \beta A} \cdot \frac{\beta}{\beta} = \frac{\beta A}{1 - \beta A} \cdot \frac{1}{\beta} = A_g' \cdot \frac{1}{\beta}$$

$$A_g' = \frac{\beta A}{1 - \beta A}$$

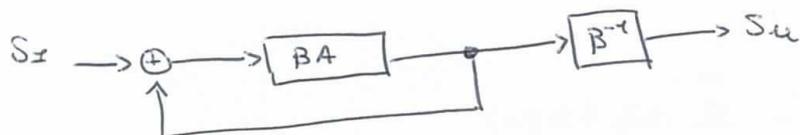
A_g' ha gli stessi poli di A_g !

Rappresentazione di A_g' :



$$A_g' = \frac{\beta A}{1 - \beta A}$$

Rappresentazione di A_g :



Funzione ad anello aperto: βA riferendosi ad A_g' .

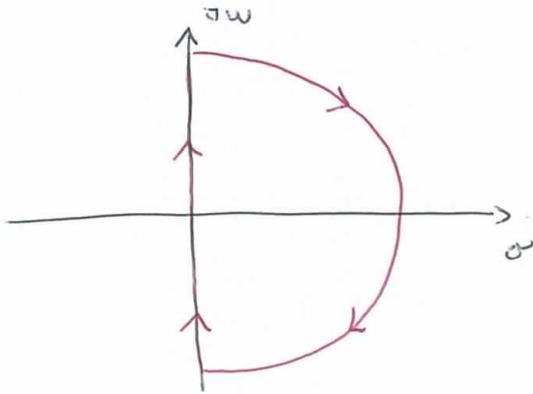
Funzione ad anello chiuso: $\frac{\beta A}{1 - \beta A}$

Poli A_g' : $1 - \beta A = 0$

$$\beta A = 1$$

dal Lemma di Cauchy risulta:

$$N_{OR} = N_{z \in \Gamma}^{1-BA} - N_{p \in \Gamma}^{1-BA}$$



$$N_{p \in \Gamma}^{1-BA} = N_{p \in \Gamma}^{BA} = N_{p_{dx}}^{BA} = N_{p_{dx}}^{OL}$$

OL: OPEN LOOP

$$N_{z \in \Gamma}^{1-BA} = N_{p \in \Gamma}^{A_f^1} = N_{p \in \Gamma}^{A_f}$$

$$= N_{p_{dx}}^{A_f} = N_{p_{dx}}^{CL}$$

CL: CLOSED LOOP

$$N_{OR}^{1-BA} = N_{p_{dx}}^{CL} - N_{p_{dx}}^{OL} = N_{p_{dx}}^{A_f} - N_{p_{dx}}^{BA}$$

$$N_{p_{dx}}^{A_f} = N_{OR}^{1-BA} + N_{p_{dx}}^{BA}$$

Se BA è stabile $\Rightarrow N_{p_{dx}}^{BA} = \emptyset$

$$N_{p_{dx}}^{A_f} = N_{OR}^{1-BA}$$

Se A_f deve essere stabile

$$N_{p_{dx}}^{A_f} = \emptyset \Rightarrow N_{OR}^{1-BA} = \emptyset$$

Grafico BA e ecco le relazioni intorno ad 1

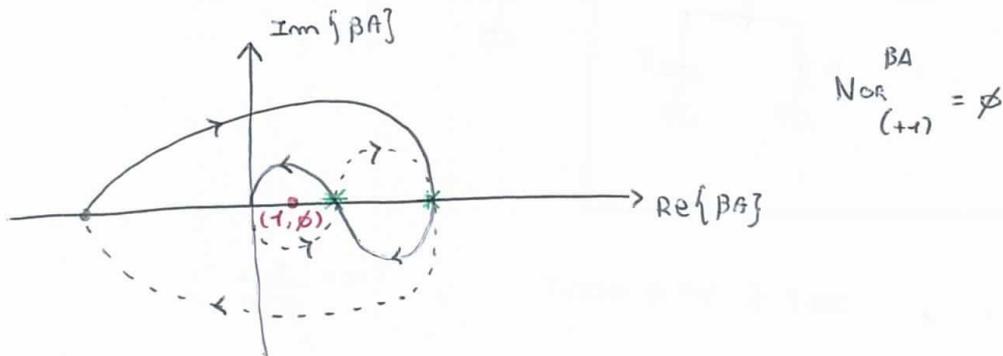
$$N_{OR}^{BA} = \emptyset$$

CRITERIO DI BARKHAUSEN

condizione necessaria ma non sufficiente per
immersione in un'oscillazione \bar{v} :

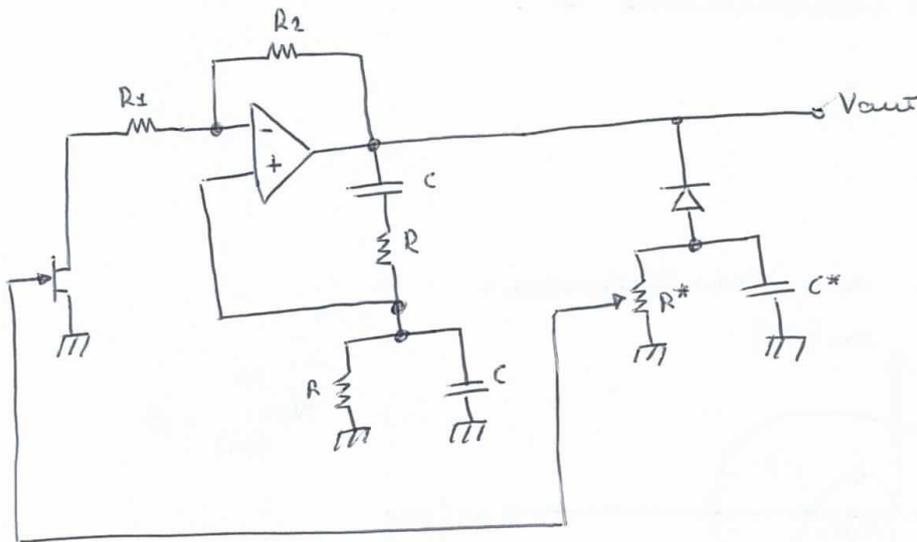
$$u: \begin{cases} \angle \beta \cdot A = \phi \\ |\beta \cdot A| \geq 1 \end{cases}$$

Dimostrazione dell'insufficienza:



Ma per via di *, secondo il criterio di Routh-Hurwitz
instabile.

OSCILLATORE A PONTE DI WIEN



$$\tau^* = R^* \cdot C^* \quad , \quad 20\tau \leq \tau^* \leq 100\tau \quad , \quad \tau = \frac{1}{f_{osc}}$$

$$A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1 + A_{FET}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R \cdot C}$$

Principio di funzionamento:

V_{GS} del JFET è piccola; il JFET si comporta in regime lineare come un resistore di valore R_{FET} .

Per avere l'uscita in modo che quando V_{out} ha raggiunto il valore di regime $\Rightarrow |BA| = 1$.

Tramite il suo valore di picco, viene determinata l'ampiezza ^{negativa} della sinusoide in uscita, in modo da avere $V_{GS} < \phi$.

Sul gate del JFET non c'è il valore di picco negativo, ma una porzione di tale valore, regolato da R^* .

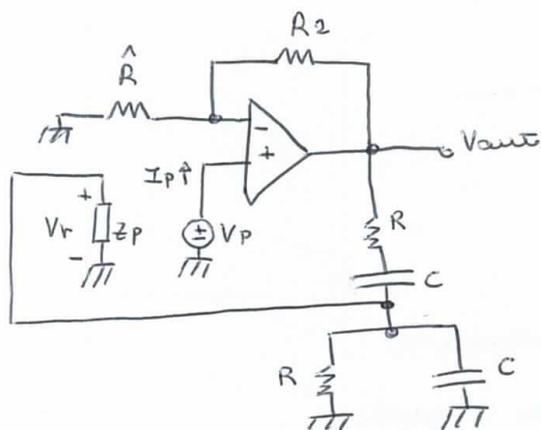
Se l'impedenza V_{out} tende a crescere, in quanto $|BA| > 1$.

$$\text{a } t = \phi, V_{GS} = \phi \Rightarrow R_{FET} \Big|_{\min} \Rightarrow A_v \Big|_{\max}$$

all'ingresso quindi se guadagnano e moltiplicano e
 neppure $|BA| > 1$ e l'oscillazione si innescano.
 ma quindi $|V_{out}|$ aumenta e aumenta $|V_{os}|$ che
 aumenta R_{FEET} , $|BA|$ quindi diminuisce.

Diminuisce fino ad un valore di riferimento che dipende
 dalla posizione del cursore R^+ , e del JFET utilizzato.

Delle relazioni:



$$\hat{R} = R_1 + R_{FET}$$

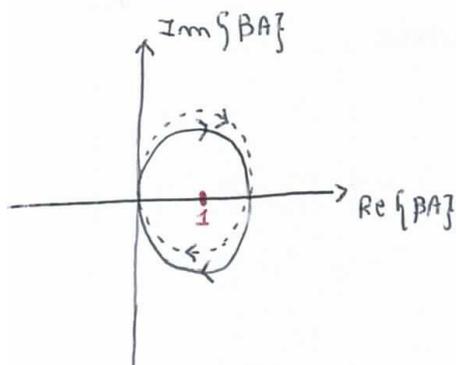
$$BA = \frac{V_r}{V_p} \Big|_{V_s = \phi}$$

$$A_v = 1 + \frac{R_2}{\hat{R}}$$

$$R \parallel \frac{1}{CS} = \frac{R}{RCs + 1}$$

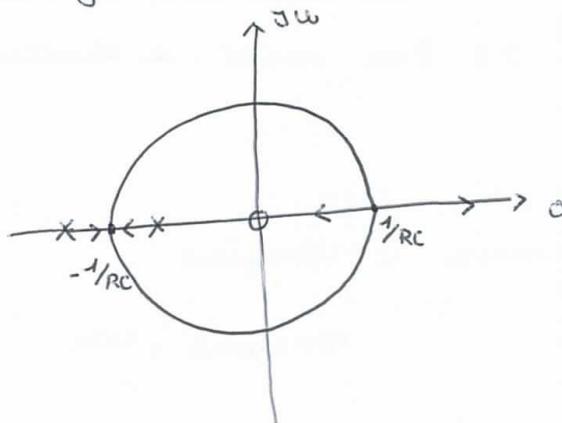
$$BA = A_v \cdot \frac{\frac{R}{RCs + 1}}{\frac{R}{RCs + 1} + R + \frac{1}{CS}} = \frac{A_v \cdot R \cdot CS}{R^2 C^2 S^2 + 3RCs + 1} ; A_v > \phi$$

Myquist:



Instabile se $|BA| > 1$
 \rightarrow 2 poli $Re > 0$

Luogo delle radici:



$$\beta A(j\omega) = A_v \cdot \frac{\frac{j\omega}{\omega_0}}{\frac{\omega^2}{\omega_0} + 3 \frac{j\omega}{\omega_0} + 1}$$

$$\beta A(j\omega_0) = \frac{A_v}{3}$$

È quindi bene scegliere $A_v = 3 \Rightarrow \beta A(j\omega_0) = 1$.

Poi della funzione ad anello chiuso:

$$1 - \beta A = 0$$

$$1 - \frac{A_v R C s}{R^2 C^2 s^2 + 3 R C s + 1} = 0$$

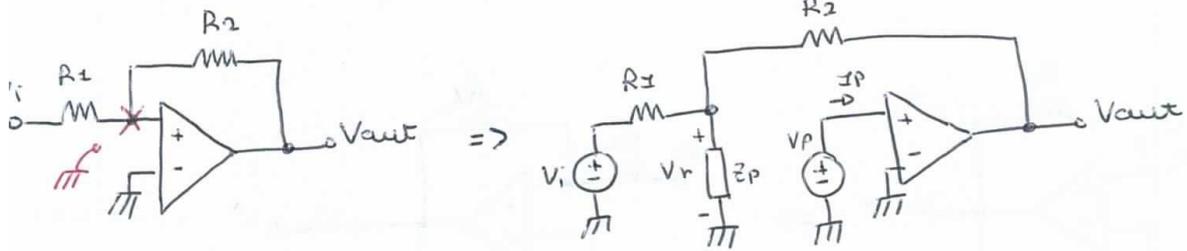
$$R^2 C^2 s^2 + (3 - A_v) R C s + 1 = 0$$

- A_v :
- < 1 Poles reali e distinti negative
 - $= 1$ Poles reali e coincidenti negative
 - $1 < A_v < 3$ Poles complessi coniugati a parte reale negativa
 - $= 3$ Poles immaginari puri
 - $3 < A_v < 5$ Poles complessi e coniugati a parte reale positiva
 - $= 5$ Poles reali e coincidenti positive
 - > 5 Poles reali e distinti positive

$$\omega_{immesso} < \omega_{regime}$$

$$\omega_{regime} = \omega_0$$

STABILIZZARE UN SISTEMA INSTABILE



$$\phi = \phi \Rightarrow Z_p = Z_i = \infty$$

$$r = \phi$$

$$i = A_{med} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p} \quad (\text{A.D. A POLO DOMINANTE})$$

$$i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\beta A = \beta_0 A_0 \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}$$

$$y = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{con } \beta_0 A_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{med}$$

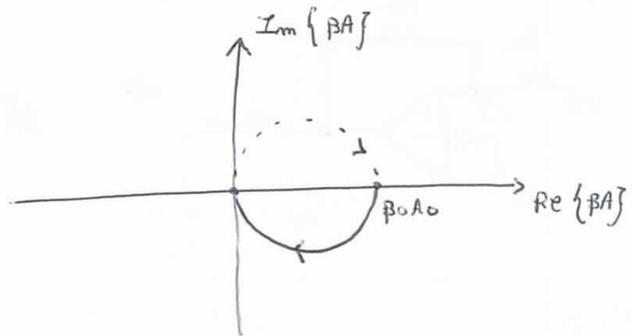
$$\frac{\partial P}{\partial i} = \frac{\alpha A}{1 - \beta A}$$

$$\frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot A_{med} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{med} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}}$$

$$1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{med} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}$$

$$: \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot A_{med} \cdot \omega_p}{s + \omega_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{med}\right)}$$

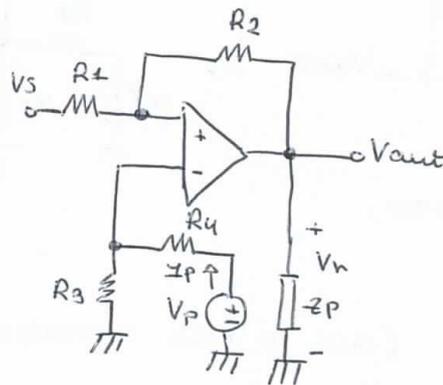
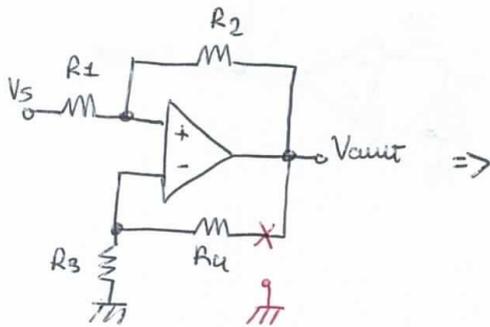
$$\omega_p^* = \omega_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{med}\right)$$



$\beta_0 A_0 > 1$: INSTABILE

$\beta_0 A_0 < 1$: STABILE

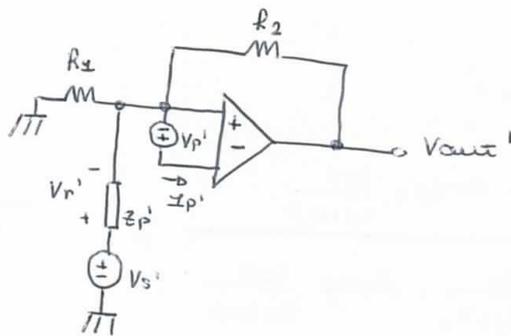
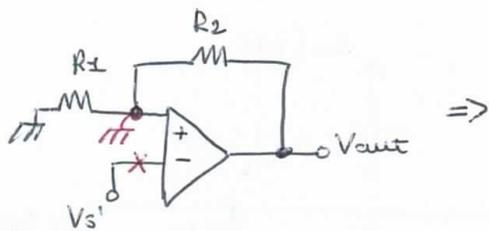
Stabilizzazione della rete precedente:



$$\rho = \phi, \quad Z_p = Z_i = R_3 + R_4$$

$$\alpha = \beta \cdot \delta \Rightarrow A_g = \frac{\delta}{1 - \beta A}$$

Si scade questo circuito:



$$\rho' = \phi$$

$$Z_{p'} = Z_{i'} = \infty$$

$$\delta' = \phi$$

$$\beta' = \frac{V_{r'}}{V_{out'}} = - \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\alpha' = 1$$

$$A' = -A_{open} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}$$

$$A_g' = \frac{\alpha' A'}{1 - \beta' A'} = - \frac{A_{open} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_{open} \cdot \frac{\omega_p}{s + \omega_p}}$$

$$= - \frac{A_{open} \omega_p}{s + \omega_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{open} \right)}$$

Quindi risulta in definitiva:

$$A = \frac{V_{out}}{V_p} \Big|_{V_s = \phi} = - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{A_{vol} \omega_p}{s + \omega_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol} \right)}$$

$$B = 1$$

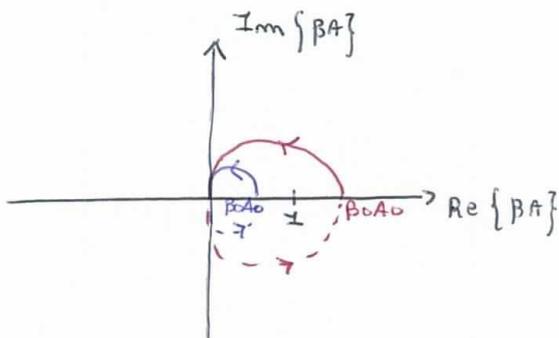
$$Y = A Y_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{A_{vol} \omega_p}{s + \omega_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol} \right)}$$

$$BA = - \frac{A_{vol} \omega_p}{s + \omega_p \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol} \right)} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

Instabile se $\frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol} > 1$

$$\beta_0 A_0 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{-A_{vol}}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol}} \approx \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}, \text{ se } \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_{vol} \gg 1$$

BA è a singolo polo con parte reale $> \phi$.



- $\beta_0 A_0 < 1$
- Sistema instabile
- $N_{oz} = \phi$
- $\beta_0 A_0 > 1$
- Sistema stabile
- $N_{oz} = 1$.

Stabile se: $\beta_0 A_0 > 1$

$$\frac{R_3}{R_3 + R_4} > \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

COMPENSAZIONE

Lo scopo è rendere un circuito instabile, stabile aggiungendo un elemento reattivo.

si modifica la βA , in maniera che quando si chiude il circuito in retroazione, esso sia stabile.

COMPENSAZIONE CON SINGOLO ELEMENTO REATTIVO NON INTERAGENTE, CON AGGIUNTA DI 1 POLO E 1 ZERO

$$T = \beta A$$

T_c : T dopo l'aggiunta di un elemento reattivo

$$T_c = T \cdot \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_z}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}} = T \cdot H \quad ; \quad H = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_z}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$

$$\angle H = \arctg \frac{\omega}{\omega_z} - \arctg \frac{\omega}{\omega_p}$$

Condizioni di Compensazione:

$$\begin{cases} |T_c(j\omega_{sc})| = 1 \\ \angle T_c(j\omega_{sc}) = \varphi_M \end{cases}$$

φ_M : margine di fase.

$$\begin{cases} \varphi_M = \angle T(j\omega_{sc}) - \left(\arctg \left(\frac{\omega_{sc}}{\omega_p} \right) - \arctg \left(\frac{\omega_{sc}}{\omega_z} \right) \right) \\ |T_c(j\omega_{sc})|^2 = |T(j\omega_{sc})|^2 \cdot |H|^2 = |T(j\omega_{sc})|^2 \cdot \left(\frac{1 + \frac{\omega_{sc}^2}{\omega_z^2}}{1 + \frac{\omega_{sc}^2}{\omega_p^2}} \right) = 1 \end{cases}$$

Incognite: ω_{sc} , ω_z , ω_p ?

Supponiamo: $\omega_{sc} > \omega_z, \omega_p$; $\omega_p < \omega_z$

Sotto queste ipotesi: $|T_c(j\omega_{sc})|^2 = |T(j\omega_{sc})|^2 \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} = 1$

$$\rightarrow \omega_p^2 = \omega_z^2 \cdot \frac{1}{|T(j\omega_{sc})|^2} \quad ; \quad \omega_z^2 = \omega_p^2 \cdot |T(j\omega_{sc})|^2$$

Supponiamo: $\omega_{cc} > 4\omega_p$; $\omega_z \gg \omega_{cc}$

$$|T_c(j\omega_{cc})|^2 \approx |T(j\omega_{cc})|^2 \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_{cc}^2} = 1$$

$$\omega_p = \omega_{cc} \cdot \frac{1}{|T(j\omega_{cc})|}$$

Questa è la compensazione a polo dominante:

$$\begin{cases} +1 \text{ POLO} \\ +\phi \text{ ZERI} \end{cases} \quad \text{Se } \omega_z \rightarrow \infty$$

Compensazione a cancellazione del polo ϕ :

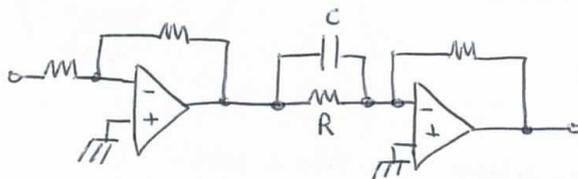
Si pone ω_z in corrispondenza del primo polo di βA , cancellandolo, e poi si sceglie di conseguenza il valore di ω_{cc} e ω_p . $\rightarrow \omega_{cc}$ può venire più grande!

Compensazione a zero:

$$\begin{cases} +\phi \text{ POLO} \\ +1 \text{ ZERO} \end{cases} \quad \text{Se } \omega_p \rightarrow \infty$$

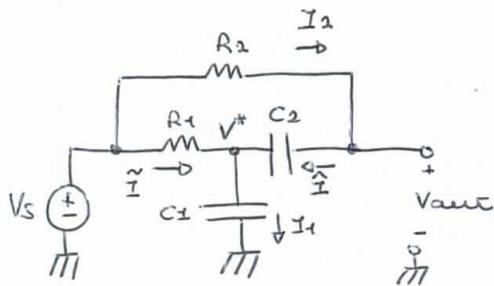
Concesso esclusivamente un polo, accoppiamento con uno zero.

C nel posto fra due nodi a carica impedienza:



$$S_p = -\frac{1}{RC} \rightarrow \infty$$

RETE DI R E C CON GUADAGNO



Calcolo degli zeri:

$$I_2(s_z) = \frac{V_s}{R_2}$$

$$\hat{I} = I_2$$

$$\hat{I} - I_1 + \hat{I} = 0$$

$$V^*(s_z) = \hat{I} \cdot \frac{1}{sC_2}$$

$$\hat{I} = \frac{V_s - V^*}{R_1} = \left(V_s + \frac{V_s}{R_2} \cdot \frac{1}{sC_2} \right) \frac{1}{R_1} = \frac{V_s}{R_1} + \frac{V_s}{R_1 R_2 C_2 s}$$

$$I_1 = V^* C_1 \cdot s = - \frac{V_s}{R_2} \cdot \frac{1}{sC_2} \cdot C_1 s = - V_s \cdot \frac{C_1}{R_2 C_2}$$

$$\frac{V_s}{R_1} + \frac{V_s}{R_1 R_2 C_2 s} + V_s \cdot \frac{C_1}{R_2 C_2} + \frac{V_s}{R_2} = 0$$

$$\frac{R_2 C_2 s + 1 + R_1 C_1 s + R_1 C_2 s}{R_1 R_2 C_2 s} = 0$$

$$(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) s + 1 = 0$$

$$s_z = - \frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2} = - \frac{1}{3RC}$$

$$R_1 = R_2 = R$$

$$C_1 = C_2 = C$$

Calcolo dei poli:

$$A_{11} = C_1 R_{11}^0 + C_2 R_{22}^0$$

$$A_{12} = C_1 C_2 R_{11}^2 \cdot R_{22}^0$$

$$R_{11}^0 = R_1 = R$$

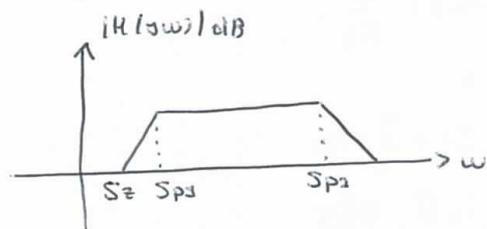
$$R_{22}^0 = R_1 + R_2 = 2R$$

$$R_{11}^2 = R_1 // R_2 = R/2$$

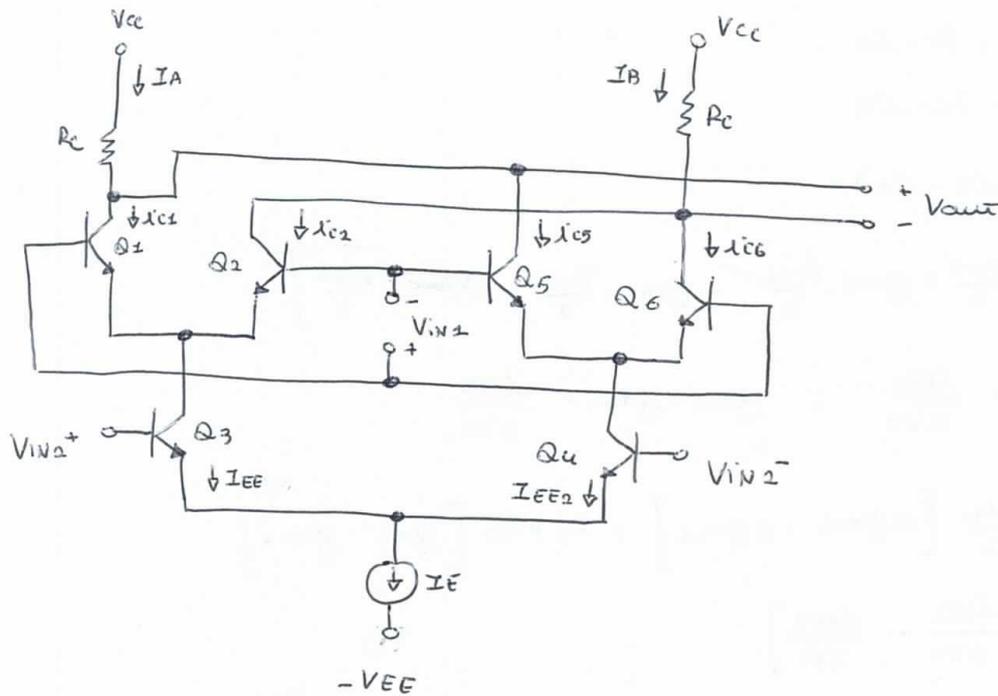
$$s^2 \left(C^2 \frac{R}{2} \cdot 2R \right) + s (C R + C \cdot 2R) + 1 = 0$$

$$R^2 C^2 s^2 + 3RCs + 1 = 0$$

$$H(s) = \frac{3RCs + 1}{R^2 C^2 s^2 + 3RCs + 1}$$



MOLTIPLICATORE DI GILBERT ANALOGICO



$$I_{EE1} = I_{EE2} = \frac{I_E}{2}$$

$$i_{EE1} = I_{EE1} + g_{m3} \cdot \frac{V_{IN1}}{2}$$

$$g_{m3} = \frac{I_{c3}}{V_T} = \frac{I_E}{2V_T}$$

$$i_{EE2} = I_{EE2} - g_{m4} \cdot \frac{V_{IN2}}{2}$$

$$g_{m4} = \frac{I_{c4}}{V_T} = \frac{I_E}{2V_T}$$

$$\begin{cases} i_{EE1} = \frac{I_E}{2} + \frac{I_E}{2V_T} \cdot \frac{V_{IN2}}{2} \\ i_{EE2} = \frac{I_E}{2} - \frac{I_E}{2V_T} \cdot \frac{V_{IN2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_A = i_{c1} + i_{c5} \\ i_B = i_{c2} + i_{c6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_{c1} = \frac{i_{EE1}}{2} + g_{m1} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \\ i_{c2} = \frac{i_{EE1}}{2} - g_{m2} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_{c5} = \frac{i_{EE2}}{2} - g_{m5} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \\ i_{c6} = \frac{i_{EE2}}{2} + g_{m6} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_A = \frac{i_{EE1}}{2} + g_{m1} \frac{V_{IN1}}{2} + \frac{i_{EE2}}{2} - g_{m5} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \\ i_B = \frac{i_{EE1}}{2} - g_{m2} \frac{V_{IN1}}{2} + \frac{i_{EE2}}{2} + g_{m6} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \end{cases}$$

$$V_{out} = V_{out}^+ - V_{out}^-$$

$$V_{out}^+ = V_{cc} - R_c \cdot i_A$$

$$V_{out}^- = V_{cc} - R_c \cdot i_B$$

$$V_{out} = R_c (i_B - i_A) =$$

$$= R_c \left[-g_{m2} \frac{V_{IN1}}{2} + g_{m5} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} - g_{m4} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} + g_{m6} \cdot \frac{V_{IN1}}{2} \right]$$

$$g_{m4} = g_{m2} = \frac{\mu_{EE1}}{2V_T} \quad ; \quad g_{m5} = g_{m6} = \frac{\mu_{EE2}}{2V_T}$$

$$V_{out} = R_c \frac{V_{IN1}}{2} [2g_{m6} - 2g_{m4}] = R_c V_{IN1} [g_{m6} - g_{m4}]$$

$$= R_c V_{IN1} \left[\frac{\mu_{EE2}}{2V_T} - \frac{\mu_{EE1}}{2V_T} \right]$$

$$= R_c V_{IN1} \left[\frac{I_E}{4V_T} - \frac{1}{2V_T} \cdot \frac{I_E}{2V_T} \cdot \frac{V_{IN2}}{2} - \frac{I_E}{4V_T} - \frac{1}{2V_T} \cdot \frac{I_E}{2V_T} \cdot \frac{V_{IN2}}{2} \right]$$

$$= -R_c V_{IN2} \left[\frac{I_E}{4V_T^2} V_{IN2} \right] = -\frac{R_c I_E}{4V_T^2} \cdot V_{IN1} \cdot V_{IN2}$$

RUMORE

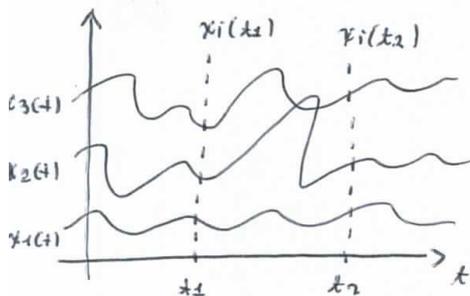
Qual'è la differenza tra un generico rumore da altre forme di disturbo, per esempio accoppiamento con la rete elettrica?

La grande differenza è che questi rumori sono forme di rumore deterministiche, di cui si conosce l'andamento nel tempo.

Il rumore che consideriamo ora è di tipo stocastico.

Processo Stocastico:

V.a. indicizzata $X(t)$: ad ogni realizzazione $x_i(t)$ di $X(t)$ viene associato un segnale che evolve nel tempo e a cui corrisponde, ad ogni istante t_k , una v.a. $X(t_k)$ descritta da $f_{X(t_k)}(x)$ con realizzazione $x_i(t_k)$



Il processo stocastico descrive il rumore di tipo vero stiv.

Autocorrelazione:

$$R_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) x^*(\tau - t) d\tau$$

Per un processo stocastico:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_{X(t_1)X(t_2)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = E[X(t_1)X(t_2)]$$

Auto covarianza:

$$E[(X(t) - \mu_x(t))(X(t+\tau) - \mu_x(t))]$$

media di insieme:

$$\mu_x(t_0) = E[x(t_0)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{x(t_0)}(x) dx$$

Processo stazionario in senso stretto:

Se le sue proprietà statistiche non dipendono dall'istante temporale considerato.

Processo stazionario in senso largo:

$\mu_x(t)$ indipendente dal tempo

$$\mu_x(t) = \text{cost}$$

$$R_{xx}(t_1, t_2) = R_x(\tau) \quad , \quad \tau = t_2 - t_1$$

$$\text{In tal caso } R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t) \cdot x(t+\tau)] = \langle x(t) x(t+\tau) \rangle$$

media temporale:

$$A\{x(t)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$$

Processo Regolare:

$$A\{x(t)\} = \text{cost} \quad \forall \text{ realizzazione di } x(t)$$

Processo Ergodico:

Se medie di insieme e medie temporali possono essere scambiate \Rightarrow ottenendo informazioni su $x_1(t)$ utenze informazioni su $x(t)$.

Densità Spettrale di Potenza:

Da informazione sulla distribuzione spettrale media della potenza del processo, in un dato intervallo frequenziale.

$$P = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df$$

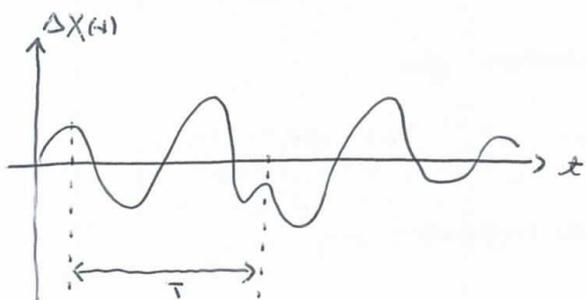
$S(f)$: densità spettrale di potenza

$$[S(f)] = \frac{V^2}{Hz} \text{ o } \frac{A^2}{Hz}$$

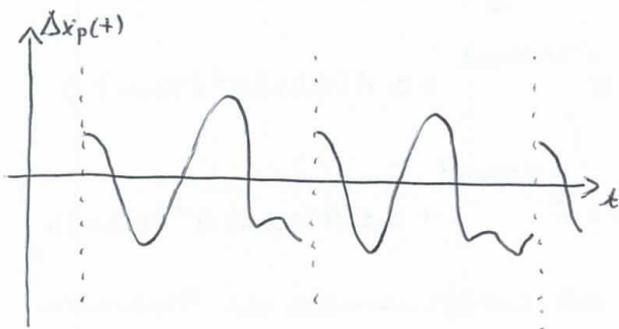
↓
unità di misura considerato un ciclo di $\pm \omega$

Supponiamo di avere un processo stocastico a media nulla ΔX e consideriamo una sua realizzazione $\Delta X(t)$.

Cerchiamo di dare una definizione della Densità Spettrale di Potenza.



Consideriamo una versione $\Delta X_p(t)$ periodizzata, della realizzazione $\Delta X(t)$



$$\lim_{T \rightarrow \infty} \Delta X_p(t) = \Delta X(t)$$

Si come $\Delta X_p(t)$ è periodica posso scriverla in serie di Fourier.

$\Delta x_p(t)$ può essere descritto come somma dei termini della serie di Fourier.

$$C_m = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Delta x_p(t) e^{-j\omega_m t} dt, \quad \omega_m = \frac{m2\pi}{T}$$

Utilizziamo dei coefficienti modificati:

$$A(j\omega_m) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Delta x_p(t) e^{-j\omega_m t} dt$$

$$\Delta x_p(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{A(j\omega_m) e^{j\omega_m t}}{T}$$

$$A^*(j\omega_m) = A(-j\omega_m)$$

$$\Delta x_p(f_m, t) = \frac{1}{T} \left[A(j\omega_m) e^{j\omega_m t} + A^*(j\omega_m) e^{-j\omega_m t} \right]$$

↳ Componente Δx_p alla frequenza f_m

$$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = m \cdot f$$

Valutiamo il valore quadratico medio:

$$E^2(f_m) = \langle \Delta x_p^2(f_m, t) \rangle$$

$$\frac{1}{T^2} \langle \left[A(j\omega_m) e^{j\omega_m t} + A^*(j\omega_m) e^{-j\omega_m t} \right]^2 \rangle$$

$$\frac{1}{T^2} \langle A^2(j\omega_m) e^{j2\omega_m t} + A^{*2}(j\omega_m) e^{-j2\omega_m t} + 2A(j\omega_m)A^*(j\omega_m) \rangle$$

$$\frac{1}{T^2} \left[\langle A^2(j\omega_m) \rangle e^{j2\omega_m t} + \langle A^{*2}(j\omega_m) \rangle e^{-j2\omega_m t} + 2 \langle A(j\omega_m)A^*(j\omega_m) \rangle \right]$$

$A(j\omega_m)$ è il valore associato al coefficiente di Fourier di un processo stocastico ad una frequenza f_m .

Quindi la fase di questo valore è anch'essa una

grandezza aleatoria, con orientazione casuale.

Essendo quindi la fase casuale, quando ne viene calcolata la media, i primi due termini non danno contributo e risulta:

$$E^2(f_m) = \frac{1}{T^2} \langle A(j\omega_m) A^*(j\omega_m) \rangle = \frac{1}{T^2} \langle |A(j\omega_m)|^2 \rangle$$

Quota è la potenza associata ad una certa componente, ovvero dato a risolvere la densità spettrale di potenza:

$$S_{Sx}(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{E^2(f)}{\Delta f} = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f} \cdot \frac{1}{T^2} \langle 2AA^* \rangle$$

Potenza per unità di frequenza.

$$\Delta\omega = \omega_m - \omega_{m-1} = \frac{2\pi m}{T} - \frac{2\pi(m-1)}{T} = \frac{2\pi}{T}$$

$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$: Separazione tra due componenti di Fourier consecutive.

$$S_{Sx}(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} T \cdot \frac{1}{T^2} \langle 2AA^* \rangle = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle 2AA^* \rangle$$

A: coefficiente dello sviluppo in serie di Fourier della segnale periodizzata di $\Delta x(t)$.

De 2 compete in quanto risultano esclusivamente frequenze multiple.

Densità Spettrale di Potenza Incrociata tra due segnali:

Se ho due processi stocastici $\Delta x(t)$ e $\Delta y(t)$:

A(j ω): coefficienti di Fourier relativi alla versione periodizzata di $\Delta x(t)$;

B(j ω): " " " " " "

$$S_{\Delta x \Delta y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle 2AB^* \rangle$$

N.B.:

$$S_{\Delta x}(j\omega) \in \mathbb{R}, \quad S_{\Delta x \Delta y}(j\omega) \in \mathbb{C}$$

Inoltre se $\Delta x(t)$ e $\Delta y(t)$ sono decorrelati, $S_{\Delta x \Delta y} = 0$.

Teorema di Wiener - Khintchine:

$$S_{\Delta x} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \Delta x(t) \Delta x(t+\tau) \rangle e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$S_{\Delta x \Delta y} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \Delta x(t) \Delta y(t+\tau) \rangle e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Coefficiente di Correlazione

$$c := \frac{S_{\Delta x \Delta y}}{\sqrt{S_{\Delta x} S_{\Delta y}}} \in \mathbb{C}$$

Quanto vale c per due processi proporzionali?

$$\Delta y = k \cdot \Delta x, \quad k \in \mathbb{R}$$

$$B = k \cdot A$$

$$S_{\Delta x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2 \langle AA^* \rangle}{T};$$

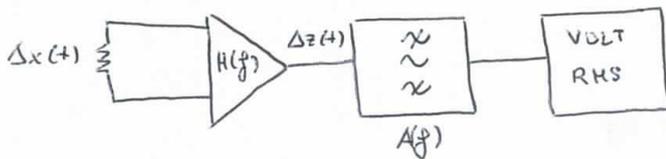
$$S_{\Delta y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2 \langle BB^* \rangle}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2k^2 \langle AA^* \rangle}{T}$$

$$S_{\Delta x \Delta y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} 2 \langle AB^* \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2k}{T} \langle AA^* \rangle$$

$$C = \frac{S_{\Delta x \Delta y}}{\sqrt{S_{\Delta x} S_{\Delta y}}} = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2k}{T} \langle AA^* \rangle}{\sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \langle AA^* \rangle \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2k^2}{T} \langle AA^* \rangle}} =$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\frac{2k}{T} \langle AA^* \rangle}{\frac{2k}{T} \langle AA^* \rangle} = 1$$

Misura di Rumore Analogica:



$$S_{\Delta x}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle AA^* \rangle$$

$$S_{\Delta z}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle DD^* \rangle$$

$$D = H \cdot A$$

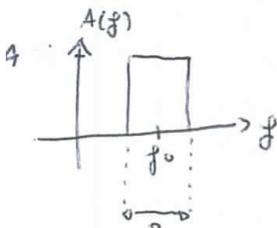
$$D^* = H^* \cdot A^*$$

Risultato con
frequenze
costante.

$$S_{\Delta z}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle HH^* AA^* \rangle = |H|^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle AA^* \rangle = |H(f)|^2 \cdot S_{\Delta x}(f)$$

$$V_{RMS}^2 = \int_{f_0 - \frac{B}{2}}^{f_0 + \frac{B}{2}} |H(f)|^2 \cdot S_{\Delta x}(f) df$$

Modello in banda ideale:



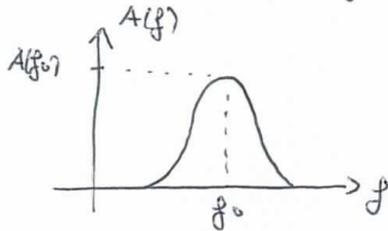
$$P_I = V_{RMS}^2 = B_{eq} |H(f_0)|^2 \cdot S_{\Delta x}(f_0) \cdot A(f_0)^2$$

$$= B_{eq} S_{\Delta z}(f_0) \cdot A(f_0)^2$$

Da cui risulta:

$$S_{sx}(f) = \frac{V^2_{RMS}}{B |H(f_0)|^2 A(f_0)^2}$$

Utilizzando un filtro Reale:



$$P_R = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\Delta z}(f) \cdot |A(f)|^2 df$$

Banda equivalente di rumore:

$$P_I = P_R$$

$$B_{eq} \cdot S_{\Delta z}(f_0) \cdot A(f_0)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\Delta z}(f) \cdot |A(f)|^2 df$$

$$S_{\Delta z}(f) = S_{\Delta z}(f_0) \quad \forall f$$

$$\Rightarrow B_{eq} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df}{A(f_0)^2}$$

B_{eq} è la banda del filtro ideale che R_a dà stesso:

quadrato del filtro reale in centro banda, che quando R_a in ingresso una certa densità spettrale di potenza, lascia passare in uscita la stessa potenza di rumore del filtro ideale con ingresso tale densità spettrale di rumore.

$$\Rightarrow P_R = S_{\Delta z} \cdot B_{eq} \cdot A(f_0)^2$$

Analisi di Rumore Digitale:

Si campiona il segnale, si digitalizza il campione e si ricava informazioni su $S_{xx}(f)$.

T : Periodo segnale

$T' = \frac{T}{N}$: Periodo campionamento

Risoluzione frequenziale: $\frac{N}{T}$

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle AA^* \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \frac{1}{T} \langle A_i A_i^* \rangle$$

Sistema lineare con ingresso due processi stocastici correlati:

$$X(t) \rightarrow A(j\omega) \quad \text{IN}$$

$$Y(t) \rightarrow B(j\omega) \quad \text{IN}$$

$$V(t) \rightarrow D(j\omega) \quad \text{OUT}$$

Neppure conosciute le statistiche di $V(t)$:

$$D(j\omega) = A(j\omega) \cdot H_x(j\omega) + B(j\omega) \cdot H_y(j\omega)$$

$$S_v(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle DD^* \rangle$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \langle (H_x A + H_y B)(H_x^* A^* + H_y^* B^*) \rangle$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \langle |H_x|^2 |A|^2 + H_x H_y^* A B^* + |H_y|^2 |B|^2 + H_x^* H_y A^* B \rangle$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \langle |H_x|^2 |A|^2 + |H_y|^2 |B|^2 + 2 \operatorname{Re} \{ H_x H_y^* A B^* \} \rangle$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2 |H_x|^2}{T} \langle |A|^2 \rangle + \frac{2 |H_y|^2}{T} \langle |B|^2 \rangle + \frac{2}{T} \langle \operatorname{Re} \{ H_x H_y^* A B^* \} \rangle \right]$$

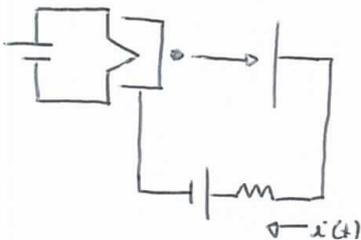
$$= |H_x|^2 S_x + |H_y|^2 S_y + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \cdot 2 \operatorname{Re} \left\{ H_x H_y^* \langle A B^* \rangle \right\}$$

$$= |H_x|^2 S_x + |H_y|^2 S_y + 2 \operatorname{Re} \left\{ H_x H_y^* S_{xy} \right\}$$

TEOREMA DI SCHOTTKY PER IL RUMORE SHOT

Descrive un fenomeno osservato nei tubi a vuoto. Il rumore shot deriva dal fatto che la corrente è formata da portatori discreti e non è un fluido continuo.

Prendiamo il caso del tubo a vuoto:



Con questa polarizzazione il catodo è spinto a espellere elettroni verso l'anodo.

Misuriamo $i(t)$.

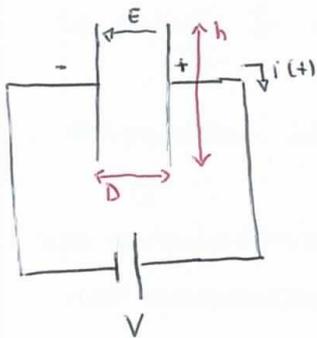
Supponiamo il passaggio di un singolo elettrone alla volta:



Si vede dunque un impulso di corrente.

Per determinare $i(t)$ utilizziamo il teorema di Raman:

Dimostrazione Teorema



Supponiamo due elettrodi piani e paralleli per cui $h \gg D$ e quindi campo elettrico all'interno costante

$$F = q \cdot E$$

$$E = \frac{V}{D}$$

Vogliamo determinare la $i(t)$ indotta sugli elettrodi dal passaggio di un elettrone con una certa velocità.

U : energia elettrica ; dL : lavoro generatore
infinitesimo

$$U = P \cdot dt = V \cdot i \cdot dt$$

$$F = q \cdot E$$

$$dL = q E dx \quad \Rightarrow \quad q E dx = V \cdot i \cdot dt$$

$$q E \frac{dx}{dt} = V \cdot i$$

$$\frac{dx}{dt} = v : \text{velocità elettrone}$$

$$i = q E v \cdot \frac{1}{V} = q \frac{1}{D} \cdot v \quad E = \frac{V}{D}$$

Se passano più elettroni:

$$i = \sum_{j=1}^N q \frac{1}{D} v_j$$

nel caso reale:

$$i = \sum_{j=1}^N q \cdot \frac{\vec{E}(r_j) \cdot \vec{v}_j}{V}$$

$\vec{E}(r_j)$: campo elettrico
velocità nella posizione
 r in cui si trova
l'elettrone j .

La corrente indotta su un elettrodo è quindi legata alla velocità degli elettroni.

Ogni elettrone produce un impulso di corrente.

Il processo stocastico che descrive l'emissione di elettroni da parte del catodo è un processo di Poisson.

Il processo di Poisson descrive eventi totalmente indipendenti tra loro.

Proprietà dei processi di Poisson: $\sigma^2 = \mu$

Varianza \equiv media

Teorema di Kieatz

$$S_x(f=\phi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Delta x(t) dt \right]^2 \right\rangle$$

$\Delta x(t)$: processo stocastico privo del valore medio

Questo teorema rimane valido $\forall \phi < \frac{1}{v_{\text{TRANSITO}}}$.

Teorema di Schottky generalizzato per il Rumore Shot generalizzato a N elettrodi che emettono carica.

Sappiamo 2:

$$i_{\text{tot}} = i = i^+ - i^-$$

$$S_i(\phi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (\Delta i^+ - \Delta i^-) dt \right]^2 \right\rangle$$



$\Delta i^+, \Delta i^-$: scostamento attorno al valore medio di i^+ ed i^- .

$$S_i(\phi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle [\Delta Q^+ - \Delta Q^-]^2 \right\rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle [q \Delta N^+ - q \Delta N^-]^2 \right\rangle$$

$\Delta N^+, \Delta N^-$: scostamento rispetto al valore medio del numero di elettroni che causano i^+ e i^-

$$(\Delta N = N - \bar{N})$$

$$S_i(\phi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left[\langle q^2 \Delta N^{+2} \rangle + \langle q^2 \Delta N^{-2} \rangle + \langle 2q^2 \Delta N^+ \Delta N^- \rangle \right]$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} q^2 \left[\langle \Delta N^+ \rangle^2 + \langle \Delta N^- \rangle^2 + 2 \langle \Delta N^+ \Delta N^- \rangle \right]$$

$\langle \Delta N^+ \Delta N^- \rangle = 0$ Per processi indipendenti

$$S_i(\emptyset) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} q^2 \left[\langle \Delta N^+ \rangle^2 + \langle \Delta N^- \rangle^2 \right]$$

ΔN^+ , ΔN^- processi di Poisson:

$$\rightarrow \langle \Delta N \rangle^2 = \langle N \rangle \quad (\sigma^2 \equiv \mu)$$

$$S_i(\emptyset) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} q^2 \left[\langle N^+ \rangle + \langle N^- \rangle \right]$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} 2q \cdot \left[\frac{q \langle N^+ \rangle}{T} + \frac{q \langle N^- \rangle}{T} \right] = 2q (\bar{i}^+ + \bar{i}^-)$$

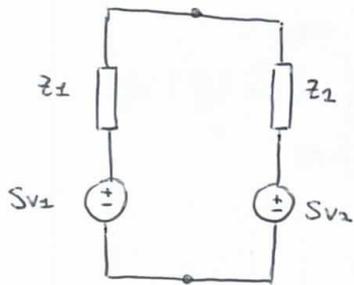
Il teorema classico dice invece che:

$$S_i(\emptyset) = 2q \bar{I} \quad , \text{ in quanto \u00e9 presente una area sorgente}$$

TEOREMA DI NYQUIST PER IL RUMORE TERMICO

Deriva dalla fluttuazione delle cariche dovuta all'agitazione termica, a $T > 0$ K.

Consideriamo due impedenze generiche



Z : Impedenza ideale

Sv : generatore di rumore termico

ϕ : flusso di potenza

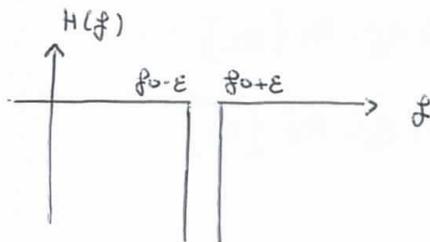
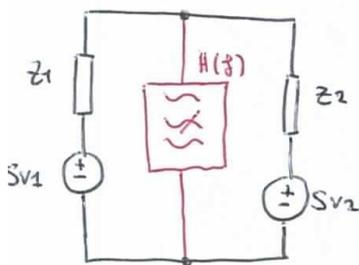
$$T_1 = T_2 = T \Rightarrow \phi_{Z1 \rightarrow Z2} = \phi_{Z2 \rightarrow Z1}$$

Condizione di Bilancio Dissipativo:

$$\text{globalmente: } \phi_{Z1 \rightarrow Z2} = \phi_{Z2 \rightarrow Z1}, \forall f$$

Dimostrazione:

Si inserisce un filtro match a frequenza f_0 :



Elimina banda ($f_0 - \epsilon$; $f_0 + \epsilon$)

$$\phi_{Z1 \rightarrow Z2} = \phi_{Z2 \rightarrow Z1}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_{12}(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{21}(f) df$$

$\tilde{S}_{12}(f)$: densità spettrale di potenza prodotta dal rumore termico da Z_1 e dissipata su Z_2 .

Osserva ecco di dimostrare :

$$S_{12}^{\sim}(\omega) = S_{21}^{\sim}(\omega) \quad \forall \omega$$

$$\int_{\mathcal{R}}^{+\infty} S_{12}^{\sim}(\omega) d\omega = \int_{\mathcal{R}}^{+\infty} S_{21}^{\sim}(\omega) d\omega$$

$$\int_{\mathcal{R}}^{\omega_0-\epsilon} S_{12}^{\sim}(\omega) d\omega + \int_{\omega_0+\epsilon}^{+\infty} S_{12}^{\sim}(\omega) d\omega = \int_{\mathcal{R}}^{\omega_0-\epsilon} S_{21}^{\sim}(\omega) d\omega + \int_{\omega_0+\epsilon}^{+\infty} S_{21}^{\sim}(\omega) d\omega$$

$$\int_{\omega_0-\epsilon}^{\omega_0+\epsilon} S_{12}^{\sim}(\omega) d\omega = \int_{\omega_0-\epsilon}^{\omega_0+\epsilon} S_{21}^{\sim}(\omega) d\omega$$

Per $\epsilon \rightarrow 0 \Rightarrow 2\epsilon S_{12}^{\sim}(\omega) = 2\epsilon S_{21}^{\sim}(\omega)$

$$S_{12}^{\sim}(\omega) = S_{21}^{\sim}(\omega), \quad \forall \omega$$

Calcoliamo adesso quanto vale $S_{12}^{\sim}(\omega)$:

$$S_{12}^{\sim}(\omega) = \frac{S_{v1}(\omega)}{|z_1 + z_2|^2} \quad : \text{Densità spettrale di rumore di corrente dovuto a } z_1 \text{ che scende in } z_2.$$

$$\begin{cases} \tilde{S}_{12}(\omega) \Delta\omega = S_{12}(\omega) \Delta\omega \cdot \text{Re}\{z_2\} \\ \tilde{S}_{21}(\omega) \Delta\omega = S_{21}(\omega) \Delta\omega \cdot \text{Re}\{z_1\} \end{cases}$$

$$S_{21}(\omega) = \frac{S_{v2}(\omega)}{|z_1 + z_2|^2}$$

$$S_{12}^{\sim}(\omega) = S_{21}^{\sim}(\omega)$$

$$S_{12}(\omega) \cdot \text{Re}\{z_2\} = S_{21}(\omega) \cdot \text{Re}\{z_1\}$$

$$\frac{S_{v1}(\omega)}{|z_1 + z_2|^2} \cdot \text{Re}\{z_2\} = \frac{S_{v2}(\omega)}{|z_1 + z_2|^2} \cdot \text{Re}\{z_1\}$$

$$\frac{S_{V_1}(f)}{\operatorname{Re}\{Z_1\}} = \frac{S_{V_2}(f)}{\operatorname{Re}\{Z_2\}} = F(T, f), \quad \forall Z_1, Z_2$$

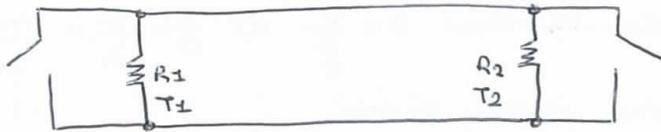
$F(T, f)$ non dipende dai valori di Z_1 e Z_2 , ma dipende solo da valore di temperatura e frequenza.

$$S_{V_1}(f) = F(T, f) \cdot \operatorname{Re}\{Z_1\}$$

Na calcolo $F(T, f)$; trovato il valore ricorriamo immediatamente al valore di $S_{V_1}(f)$.

Essendo $F(T, f)$ univocava, la determino in un caso particolare ed estendo il risultato a tutti gli altri casi.

Prendiamo una linea di trasmissione con $Z_0 = R$



$$R_1 = R_2 = R, \quad T_1 = T_2 = T$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

\hat{L}, \hat{C} : L, C per unità di lunghezza

Nei normale funzionamento della linea c'è un flusso di potenza di rumore che si trasferisce da R_1 a R_2 attraverso la linea, e analogamente da R_2 a R_1 .

Supponiamo adesso di chiudere entrambi gli interruttori

Le sorgenti di rumore termico vengono quindi escluse dal circuito e sulla linea rimane interpellata una certa energia sotto forma di onde stazionarie.

Questa è l'energia che stava viaggiando nella linea al momento di chiusura degli interruttori.

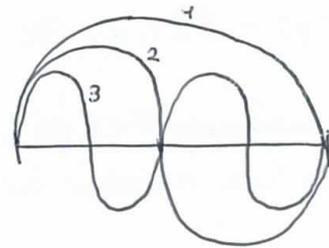
Queste onde stazionarie sono caratterizzate da:

$$\lambda = 2L, \quad L = \frac{\lambda}{2}$$

λ : modo fondamentale

L : lunghezza linea

m : ordini della linea, $v = \phi$



$$L = m \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2L}{m}$$



modi successivi

Frequenze presenti sulla linea: $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{m v}{2L}$

v : velocità propagazione della linea.

Separazione tra due frequenze adiacenti:

$$\Delta f = \frac{m v}{2L} - \frac{(m-1)v}{2L} = \frac{v}{2L}$$

Numero di frequenze presenti in Δf

$$m = \frac{\Delta f}{\Delta f} = \Delta f \cdot \frac{2L}{v}$$

Energia associata a queste componenti frequenziali:

$$\Delta E = m \cdot h f \cdot \frac{1}{e^{\frac{h f}{k T} - 1}} \quad : \quad \text{Energia immagazzinata nella linea per l'intervallo } \Delta f.$$

Per ogni modo di oscillazione di un sistema, con energia hf , ma questo va moltiplicato per la probabilità che quel modo di oscillazione del campo elettromagnetico sia effettivamente occupato e tale probabilità è data dalla distribuzione di Planck.

$$S_{12} \approx \Delta f = \frac{\Delta E}{2} \cdot \frac{\nu}{L}$$

\downarrow potenza media emessa
 nel momento della
 chiusura degli switch

\rightarrow tempo di permanenza dello
 linea $^{-1}$

\rightarrow Energia immagazzinata
 (E = P · T)

$$S_{12} \approx \Delta f = m \cdot hf \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \cdot \frac{1}{2} \frac{\nu}{L}$$

$$= \Delta f \cdot \frac{2K}{\nu} \cdot h \cdot f \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \cdot \frac{1}{2} \frac{\nu}{K}$$

$$S_{12} \approx h \cdot f \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

In situazioni comuni $hf \ll kT$

$$S_{12} \approx h \cdot f \cdot \frac{1}{1 + \frac{hf}{kT} - 1} = kT$$

In realtà:

$$S_{12}(f) = hf \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \right], \quad \text{con } \frac{hf}{2}: \text{ energia di punto zero.}$$

$$S_{i2}^{\sim} = \operatorname{Re}\{z_2\} \cdot S_{v2}(\varphi) \cdot \frac{1}{|z_1+z_2|^2}$$

$$z_1 = z_2 = R$$

$$S_{i2}^{\sim} = R \cdot S_{v2}(\varphi) \cdot \frac{1}{4R^2} = \frac{S_{v2}(\varphi)}{4R}$$

$$S_{v2}(\varphi) = 4R S_{i2}^{\sim}(\varphi)$$

$$F(T, \varphi) = \frac{S_{v2}(\varphi)}{\operatorname{Re}\{z_1\}} = 4 S_{i2}^{\sim}(\varphi)$$

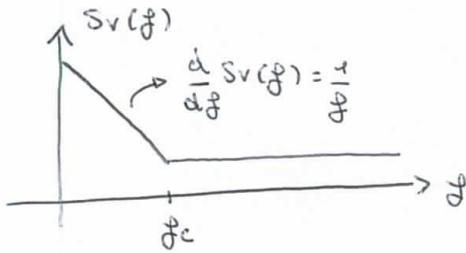
$$S_{v2}(\varphi) = F(T, \varphi) \cdot \operatorname{Re}\{z_1\} = 4 S_{i2}^{\sim}(\varphi) \cdot \operatorname{Re}\{z_1\}$$

Caso semplificato: $S_{v2}(\varphi) = 4 \cdot kT \operatorname{Re}\{z_1\}$

Caso non semplificato: $S_{v2}(\varphi) = 4 h \varphi \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{h \varphi}{kT} e^{-\tau}} \right] \operatorname{Re}\{z_1\}$

RUMORE FLICKER

Si osserva questo rumore in quasi tutti i dispositivi



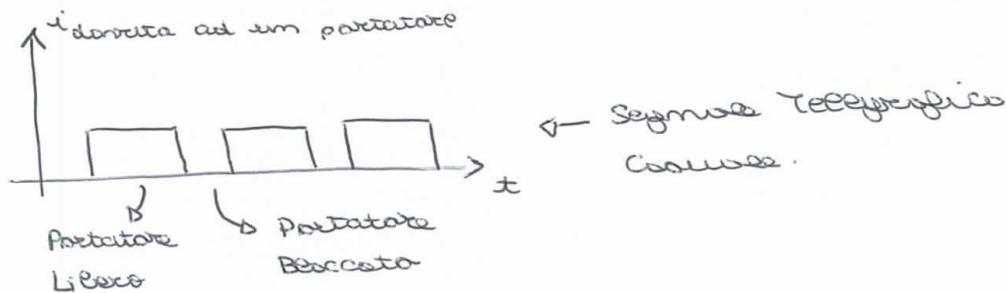
f_c : frequenza di corner

f_c : frequenza per cui il rumore Flicker eguaglia il rumore Shot e Termico.

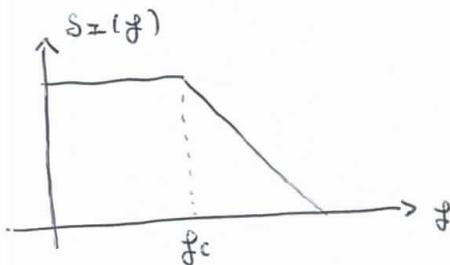
Origini del Rumore Flicker:

È dato dalla sovrapposizione di rumori di generazione e ricombinazione, che mescolano nel momento in cui sono presenti trappole che possono intrappolare i portatori di carica.

Il numero di portatori attivi è quindi minore del numero di portatori totali presenti

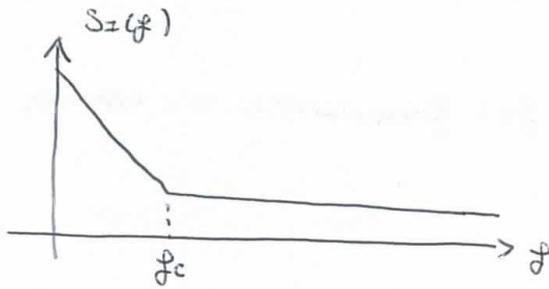


Si genera uno spettro di tipo Lorentziano:



$$S_i(f) = \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

La sovrapposizione dell'effetto di più portatori, porta alla generazione di uno spettro così formato:



Formula di Hooge:

$$S_{I_{rms}} = \frac{\alpha_H \bar{I}^2}{N \cdot f}$$

Spesso si usa: $S_{I_{rms}} = 2q\bar{I} \left(\frac{f_c}{f} \right)$ anche se la dipendenza è da \bar{I} e non da \bar{I}^2 .
N.B.: $f_c(\bar{I})$.