

DISPOSITIVI ELETTRONICI

[Fotocopie di Appunti Tratti dal Libro 'Dispositivi Elettronici' PARTE 1]

A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

PROFESSORE: Giovanni Pennelli (<http://www.iet.unipi.it/g.pennelli/>)

LINK AL CORSO ANNO 2016/2017: http://www.iet.unipi.it/g.pennelli/dispositivi_materiale-didattico.html

FREQUENTAZIONE: NC.

PRINCIPI DI BASE

Suddivisione dei solidi in base alla capacità di condurre elettricità:

- Conduttori
- Semiconduttori
- Isolanti

Modello per la rappresentazione della conducibilità elettrica dei metalli:

Gli atomi si dispongono in modo da formare un reticolo cristallino ordinato e che nel loro insieme ciascun atomo mette in comune con tutti gli altri i propri elettroni di valenza.

Corrente elettrica nei solidi:

Carica che passa da una sezione nell'unità di tempo $(i(t) = \frac{d}{dt} q(t))$

Gli elettroni liberi di muoversi nel solido sono chiamati portatori di carica.

Parametri che caratterizzano la conducibilità di un solido:

n : numero di elettroni liberi di muoversi per unità di volume $(1/m^3)$

μ_m : mobilità degli elettroni $(m^2/V \cdot s)$

N_{atomi} : concentrazione di atomi - numero di atomi per unità di volume

Esempio: Al

N_{atomi} ?

Densità = $2,7 \text{ g/cm}^3$

Peso Atomico = 27 g/mole

$N_{avr} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ molecole/mole}$

$\rightarrow 1 \text{ cm}^3 \text{ di Al contiene } 2,7/27 = 0,1 \text{ mole}$

1 cm^3 di Al contiene $N_{\text{Av}} \cdot 0,1 = 6,022 \cdot 10^{22}$ atomi di Al

$$\rightarrow N_{\text{atomi}} = 6,022 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

La corrente misura quanto velocemente può muoversi la carica per l'effetto di un campo elettrico applicato

MODELLO DI DRUDE

Descrive il movimento dei portatori di carica nei solidi.

Esso schematizza gli elettroni liberi di muoversi come un gas di particelle, la cui velocità media è determinata dalla temperatura del solido.

IN ASSENZA DI FORZE E CAMPI ELETTRICI

Energia cinetica media degli elettroni:

$$\frac{1}{2} m_0 \langle v \rangle^2 = \frac{3}{2} kT$$

k: Costante di Boltzmann = $1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$.

$$\rightarrow \langle v \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \quad \text{è il valore medio del modulo della velocità.}$$

assumendo di fare una media in un cm^3 :

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\vec{v}_i| = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{v}_i = \vec{0}$$

IN PRESENZA DI UN CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$

$\vec{F} = -q \vec{E}$ con $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ è la carica elementare.

Analogamente al caso precedente, un generico elettrone i escono da un sito con una velocità $\vec{v}_i$ che dipende solo da T.

A differenza del caso precedente l'elettrone viene accelerato dalla forza esercitata da $\vec{E}$ fino al sito successivo.

nell'atto la velocità acquisita viene azzerata e sostituita con un nuovo valore casuale diverso dal precedente; nel tempo t tra un atto e il successivo l'elettrone acquisisce una velocità proporzionale all'impulso

$$m\vec{v} = \vec{F} \cdot t = -q\vec{E}t$$

Risulta:

$$\vec{v}_i(t) = \vec{v}_i - \frac{q\vec{E}t}{m_0}$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\vec{v}_i - \frac{q\vec{E}t_i}{m_0} \right)$$

dove t_i : tempo che intercorre tra gli atti.

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{v}_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{q}{m_0} t_i \vec{E} = -\frac{q}{m_0} \vec{E} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

con τ : tempo medio tra due atti = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{q}{m_0} \tau \cdot \vec{E} = -\mu_m \vec{E}, \quad \mu_m = \frac{q}{m_0} \cdot \tau$$

$\vec{j}$: Densità di corrente: carica per unità di superficie nell'unità di tempo.

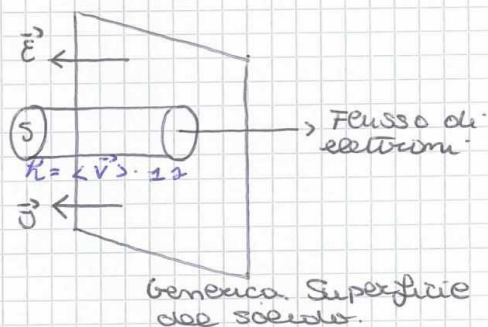
Calcolare la densità di corrente in un conduttore a cui è applicato un campo elettrico:

Consideriamo una superficie e prendiamo un cilindro con base unitaria ed altezza pari a $h = \langle \vec{v} \rangle \cdot 1s$.

Tutte le cariche mobili che si trovano nel cilindro hanno

$$\langle \vec{v} \rangle = -\mu_m \vec{E}$$

e attraversano la superficie unitaria in 1 secondo.



$\vec{J} = \text{carica} \cdot \# \text{ elettroni cilindro} / \text{secondo} = -q \cdot n \cdot \text{volume cilindro}$

$$\vec{J} = -qn (-\mu_m \cdot \vec{E}) = q\mu_m n \vec{E}$$

Risulta $\vec{J}(\vec{E})$.

σ_m : Conduttività elettrica dovuta agli elettroni
 $= q\mu_m n$

$$\rightarrow \vec{J} = \sigma_m \cdot \vec{E}$$

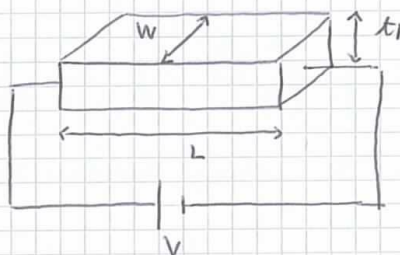
BATTERIA APPLICATA AD UN BLOCCHETTO DI METALLO

Se il campo elettrico $\vec{E}$ ottenuto
per mezzo di una ddp V

applicata ad un blocchetto
di materiale lungo L , largo
 W e spesso t_h , interno

che il potenziale varia
linearmente da un

estremo all'altro e quindi che il campo
elettrico $\vec{E}$ costante in direzione L :



$$E = \frac{V}{L}$$

Risulta:

$$J = \sigma_m \cdot \frac{V}{L}$$

$$J W t_h = \sigma_m \cdot \frac{V}{L} \cdot W t_h$$

Considerato $I = J \cdot S = J \cdot W \cdot t_h$

$$I = \frac{\sigma_m W t_h}{L} \cdot V \quad \text{e quindi} \quad R = \frac{1}{\sigma_m} \cdot \frac{L}{W t_h}$$

Resistività del materiale: $\rho_m = \frac{1}{\sigma_m}$

Ricavare il tempo medio tra gli urti:

$$\sigma_m = q \mu_m \cdot n \rightarrow \mu_m = \frac{\sigma_m}{q \cdot n}$$

$$\mu_m = \frac{q}{m_0} \cdot \tau$$

$$\rightarrow \tau = \frac{m_0 \mu_m}{q}$$

MECCANICA QUANTISTICA

Il moto di una particella può solo essere descritto in termini probabilistici.

Principio di Indeterminazione di Heisenberg:

Non è possibile conoscere contemporaneamente la posizione x e la quantità di moto p_x di una particella con precisione infinita

Δx : errore su x

$$p_x = m \cdot v_x$$

Δp_x : errore su p_x

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{con} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

h : costante di Planck = $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

FORMALISMO DI SCHROEDINGER PER IL COMPORTAMENTO PROBABILISTICO DI UNA PARTICELLA

Se una particella si muove in uno spazio $\vec{r}$ con un'energia potenziale $U(\vec{r})$, il suo comportamento può essere descritto da una funzione d'onda $\psi(\vec{r})$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + U(\vec{r}) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

$$\text{con } \vec{r} = (x, y, z), \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Per gli elettroni $U(\vec{r}) = -q \cdot V(\vec{r})$, $V(\vec{r})$: potenziale.

Caso monodimensionale:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) + U(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

Per gli elettroni $U(x) = -q \cdot V(x)$, E : Energia particella

$\psi(x) \rightarrow |\psi(x)|^2$: Densità di probabilità di trovare l'elettrone nel punto x .

Probabilità che l'elettrone si trovi in $a \leq x \leq b$

$$p(a \leq x \leq b) = \int_a^b |\psi(x)|^2 dx$$

Per un elettrone libero ($U(x)=0$) risuona:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = E \psi(x)$$

Ed in questo caso $E = \frac{1}{2} m v^2$

Soluzione dell'equazione diff. del 2° ordine:

$$\psi(x) = A \cdot e^{\alpha_1 x} + B \cdot e^{\alpha_2 x}$$

Come ricorrono α_1, α_2 :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \alpha^2 = E \psi(x) \rightarrow \alpha^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2} \rightarrow \alpha_{1/2} = \pm i \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\text{Risulta: } \psi(x) = A \cdot e^{iKx} + B \cdot e^{-iKx} = C \cdot \sin(Kx + \theta)$$

Quota è l'equazione di un'ONDA VIAGGIANTE.

K è un vettore d'onda relativo ad un lunghezza d'onda λ associata all'elettrone:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Alcune relazioni:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}, \quad p = \hbar K$$

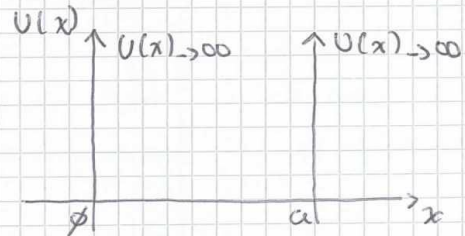
$$p = m \cdot v = \hbar \cdot K \rightarrow p = \frac{\hbar}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\hbar}{p}$$

La lunghezza d'onda dell'elettrone λ , dipende dalla sua energia

Quando le dimensioni in gioco diventano comparabili con λ , gli effetti quantistici collegati alla natura ondulatoria dell'elettrone diventano importanti per la descrizione del suo comportamento.

Consideriamo un elettrone confinato in una buca di potenziale:

$$\begin{cases} \psi(x) = 0 & x \notin (0, a) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = E \cdot \psi(x) & 0 < x < a \end{cases}$$



$$\begin{cases} \psi(x) = A e^{iKx} + B e^{-iKx} & x \in (0, a) \\ \psi(x) = 0 & x \notin (0, a) \end{cases}$$

$$\psi(0) = 0 \rightarrow A + B = 0 \rightarrow B = -A$$

$$\psi(x) = A (e^{iKx} - e^{-iKx}) = C \cdot \sin(Kx)$$

$$\psi(a) = 0 \rightarrow C \sin(K \cdot a) = 0$$

$$K \cdot a = n \cdot \pi \rightarrow K = n \cdot \frac{\pi}{a}$$

Affinché l'equazione d'onda ammetta soluzioni, il numero d'onda K può assumere solo particolari valori discreti

$$\text{Risulta } E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} \cdot n^2$$

→ Quando le dimensioni in gioco diventano comparabili con la lunghezza d'onda λ degli elettroni, l'energia può assumere soltanto particolari valori quantizzati

→ Ad ogni valore discreto di energia, permessa, corrisponde uno stato energetico possibile. Fisicamente uno stato energetico equivale ad uno spazio libero su un orbitale energetico attorno al

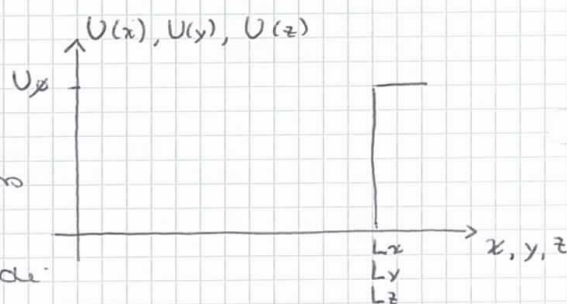
Consideriamo un conduttore macroscopico, per esempio un blocco di metallo.

Il metallo può essere visto come un insieme di ioni positivi e di un insieme di elettroni liberi di muoversi nel solido nelle tre direzioni x, y, z .

Modello che schematizza il comportamento degli elettroni nel metallo:

Gli elettroni sono liberi di muoversi ovunque nel blocco di metallo ma sono in qualche modo costretti a rimanere nel metallo stesso.

L'energia potenziale è costante all'interno del metallo, all'esterno ci sono delle barriere di potenziale che evitano agli elettroni di uscire dal metallo stesso.



→ Il metallo può essere visto come una buca di potenziale macroscopica, con dimensioni molto maggiori di λ .

Il comportamento dell'elettrone è ancora descritto dalla funzione d'onda ma con condizioni al contorno da applicare diverse.

Studiando per l'asse x :

$$a = L_x \gg \lambda$$

Le condizioni al contorno più corrette da applicare sono le condizioni AL CONTORNO PERIODICHE

$$\psi(x) = \psi(L_x)$$

Questo significa che, se il solido è grande, qualsiasi punto deve presentare le stesse proprietà ed in particolare la stessa probabilità di trovare l'elettrone.

la soluzione dell'equazione d'onda è sempre:

$$\psi(x) = A e^{i k_x \cdot x} + B e^{-i k_x \cdot x}$$

$$\psi(0) = \psi(L_x) \rightarrow e^{i k_x \cdot 0} = A e^{i k_x L_x} + B e^{-i k_x L_x} \rightarrow 1 = C \cos(k_x L_x)$$

$$k_x \cdot L_x = m \cdot 2\pi \rightarrow k_x = m \cdot \frac{2\pi}{L_x}$$

mezzo tre dimensioni:

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \cdot 2\pi / L_x \\ m \cdot 2\pi / L_y \\ m \cdot 2\pi / L_z \end{bmatrix}$$

Il vettore d'onda K risulta quindi quantizzato.

Risulta
$$E = \frac{\hbar^2 \cdot (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m}$$

Da notare che non tutti i valori di K sono permessi: lo spazio dei K permessi è un insieme di punti divoti molto vicini.

Uno stato nello spazio dei K occupa un volume

$$V = \frac{2\pi}{L_x} \cdot \frac{2\pi}{L_y} \cdot \frac{2\pi}{L_z}$$

Essendo L grande, risulta che la spaziatura tra i linee divoti è molto piccola.

Si definisce la FUNZIONE DENSITA' DEGLI STATI $D(E)$.

$D(E)$ è il numero di stati per unità di intervallo di energia e per unità di volume.

$$[D(E)] = J^{-1} m^{-3}$$

$D(E)$ può essere trovata determinando gli stati che si ottengono dando una variazione infinitesima ad una superficie equienergetica nello spazio dei K .

$E = \text{costante}$, è l'equazione di una sfera di raggio K .

$$D(E) dE = 2 \cdot \frac{4\pi k^2 dk}{\text{Volume stato spazio } k}$$

SCRIVERE MEGLIO
CON ALTRI
APPUNTI

$4\pi k^2 dk$: superficie sfera · dk : guscio infinitesimo
che contiene tutti stati ad energia E

2 : tiene conto che ogni stato può contenere
due elettroni con spin antiparalleli

$$D(E) dE = 2 \cdot \frac{4\pi k^2 dk}{\frac{(2\pi)^3}{L_x L_y L_z}} = 2 L_x L_y L_z \cdot \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3}$$

Supponendo un volume unitario : $L_x L_y L_z = 1$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \rightarrow dE = \frac{\hbar^2 k}{m_0} dk \rightarrow dk = \frac{m_0}{\hbar^2 k} dE$$

$$\rightarrow D(E) dE = 2 \cdot \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3} \cdot \frac{m}{\hbar^2 k} dE$$

$$D(E) = 2 \cdot \frac{k}{2\pi^2} \cdot \frac{m}{\hbar^2}, \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\rightarrow D(E) = 4\pi \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{E}$$

Densità degli stati in
un solido tridimensionale

$$\text{In un piano: } D(E) = 4\pi \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$\text{In un conduttore monodimensionale: } D(E) = 4\pi \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}}$$

Riassumendo :

Secondo la visione quantistica l'energia di
una particella può assumere soltanto alcuni
valori discreti.

Se $a \approx \lambda \rightarrow$ gli stati sono distinti ed enumerabili
con $\emptyset < n < \infty$

Se $a \gg \lambda \rightarrow$ I vettori d'onda sono discreti molto fitti, si può quindi $D(E)$ che dà il # di stati per unità di energia e per unità di volume,

FISICA STATISTICA

Secondo la fisica classica gli elettroni in un solido a $T = 0\text{ K}$ hanno un'energia cinetica nulla.

Scaldare il solido significa aumentare l'energia cinetica sia degli atomi del reticolo che degli elettroni. L'energia acquistata dagli atomi fa sì che essi oscillino intorno alla loro posizione di equilibrio nel reticolo, che rimane intatto. Quando le oscillazioni sono molto alte, alle alte temperature, gli atomi rompono i legami reciproci e diventano liberi di muoversi.

Gli elettroni acquistano energia cinetica rimanendo confinati dalle barriere di potenziale agli estremi del solido.

La temperatura è un effetto che tiene conto dell'energia cinetica di atomi e elettroni.

Non considerando la quantizzazione dell'energia:

$$n(E) = A \cdot e^{-\frac{E}{kT}}$$

$n(E)$: densità di elettroni con energia E

Considerando la quantizzazione dell'energia:

$\rightarrow$ Ci sono moltissimi stati con un'energia E

In un metallo, la densità di ^{stati di} elettroni è molto grande.

$D(E) = 0$ per $E = 0$; $D(E)$ grande per $E > 0$.

Questo significa che anche a $T=0$ gli elettroni devono avere un'energia cinetica $\neq 0$.

→ Non possono esistere elettroni con $E=0$ semplicemente perché a quella energia non ci sono stati possibili.

Gli elettroni devono quindi disporsi partendo dagli stati ad energia più bassa e riempendo via via gli stati con energia crescente.

ENERGIA DI FERMI (E_f)

Massima energia necessaria per disporre tutti gli n elettroni del metallo.

$$n = \int_0^{E_f} D(E) dE \quad \text{per } T=0K$$

$$n = \int_0^{E_f} 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E} dE = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} E^{3/2} \Big|_0^{E_f}$$

$$\text{da cui si ricava } E_f(n) = \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{2m}$$

La quantizzazione dell'energia implica che a $T=0K$

→ $E \neq 0$.

Se $T > 0K$, l'energia cinetica degli elettroni si ridistribuisce → la temperatura fornisce un'indicazione dell'energia cinetica acquistata dagli elettroni.

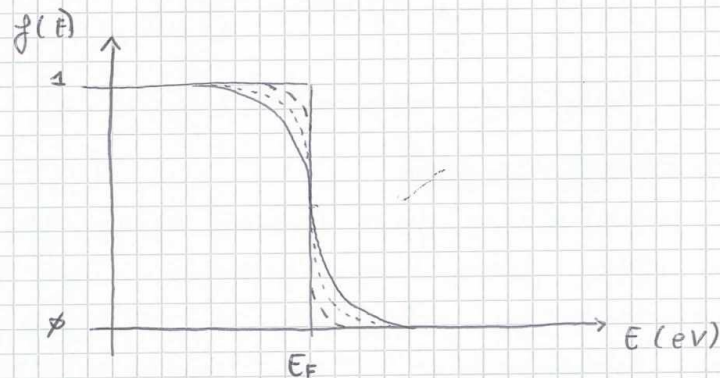
Scaldando, alcuni elettroni con $E < E_f$ acquistano sufficiente energia e vanno ad occupare alcuni dei numerosi stati vuoti che hanno $E > E_f$.

Ad una certa temperatura, la probabilità di trovare uno stato vuoto sotto al livello di Fermi deve essere uguale alla probabilità di trovare uno stato occupato sopra il livello di Fermi.

FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE $f(E)$ DI FERMÌ E DIRAC

Funzione che indica la probabilità di trovare un elettrone in uno stato che ha energia E , ad una certa temperatura T .

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}}$$



$$\begin{aligned} f(E = E_F) &= 1/2 \\ f(E \ll E_F) &\approx 1 \\ f(E \gg E_F) &\approx 0 \end{aligned}$$

FUNZIONE DI LAVORO DEL METALLO ϕ

LIVELLO DEL VUOTO $\phi + \phi_H$

$\phi + \phi_H$ è l'energia minima che consente di estrarre un elettrone dal metallo, lasciandolo con energia cinetica nulla, lontano dal metallo.

Questo stato è definito LIVELLO DEL VUOTO.

Quindi se $T > 0$ K, alcuni stati sotto E_F saranno rimasti vuoti ed in maniera asimmetrica, alcuni stati sopra E_F saranno occupati.

EMISSIONE TERMIONICA

Se T è abbastanza elevata, c'è la probabilità che qualche elettrone acquisisca energia sufficiente per raggiungere il livello del vuoto, o "rimane" omesso dal metallo stesso.

EMISSIONE FOTOELETTRICA

Consente di strappare un elettrone al metallo se questo viene illuminato con una luce abbastanza intensa e di lunghezza d'onda opportuna.

$$E_{\text{fotone}} = h \cdot f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$E_{\text{fotone}} = h \frac{c}{\lambda}$$

$$\rightarrow E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\mu\text{m})}$$

$$E(\text{eV}) = 0.1 \cdot \phi$$

Da cui si ricava λ necessaria.

FISICA DELLO STATO SOLIDO

Un reticolo cristallino può essere visto come un insieme di ioni fissi nelle posizioni del reticolo, legati insieme dagli elettroni di valenza che ciascun atomo mette a comune. Tali elettroni risentono dell'influenza del campo elettrico prodotto da tutti gli ioni del reticolo.

Gli ioni disposti a formare il reticolo cristallino, generano un'energia potenziale U che ha la stessa periodicità del reticolo:

$$U(\vec{r}) = U(\vec{r} + \vec{R})$$

$\vec{R}$: indica la posizione generica di uno ione nel reticolo.

Soluzione dell'equazione di Schrödinger con un potenziale periodico:

Gli elettroni risentono del potenziale prodotto dagli ioni, quindi $E \neq \frac{1}{2} m v^2$.

Bisogna notare che non tutte le energie consentono una soluzione per l'equazione di Sch.: ci sono intervalli di energia (BAND) in cui sono presenti stati possibili, e degli intervalli di energia proibita (GAP) in cui non è possibile trovare un elettrone.

→ STRUTTURA A BANDE DELL'ENERGIA

L'organizzazione dell'energia in bande è una conseguenza diretta della quantizzazione dell'energia.

Ogni banda può essere pensata come combinazione lineare di un tipo di orbitale di ogni atomo (TECNICA DELLA COMBINAZIONE LINEARE DEGLI ORBITALI ATOMICI), nella banda ci saranno tanti stati disponibili quanti gli orbitali messi a comune.

N : concentrazione di atomi

→ ogni banda ha N stati e può ospitare $2N$ elettroni.

Proprietà di conduzione

Dipendono da:

- elettroni di valenza;
- gap di energia (distanza tra le bande);

N.B.: Una banda completamente piena di elettroni non dà contributo alla conduzione elettrica.

L'applicazione di un campo elettrico deve poter ridistribuire le velocità degli elettroni in maniera tale che la velocità media totale sia $\neq 0$.

Se tutti i $2N$ posti disponibili in una banda sono occupati questo non può accadere.

→ È necessario avere degli stati liberi in cui gli elettroni possano riorganizzarsi sotto l'effetto del campo elettrico.

Tuttavia se la differenza di energia tra l'ultima banda piena e prima banda vuota non è elevata, scaldando il materiale ($T > 0 K$) qualche elettrone può acquistare sufficiente energia per "saltare" dall'ultima banda piena a quella che era vuota.

BANDA DI VALENZA : ultima banda piena

BANDA DI CONDUZIONE : prima banda vuota

GAP : intervallo di energie tra banda di valenza e banda di conduzione

ENERGIA DI GAP E_G : minima differenza di energia tra ultima banda piena e prima banda vuota, cioè l'energia minima da fornire per far muovere un elettrone dalla banda di valenza alla banda di conduzione.

Se un elettrone acquista E_G e lascia la banda di valenza è possibile avere conduzione elettrica :

- da parte degli elettroni in banda di conduzione ;
- da parte degli elettroni in banda di valenza ;

RELAZIONE DI DISPERSIONE

Deriva dall'equazione di Schrödinger con un potenziale periodico

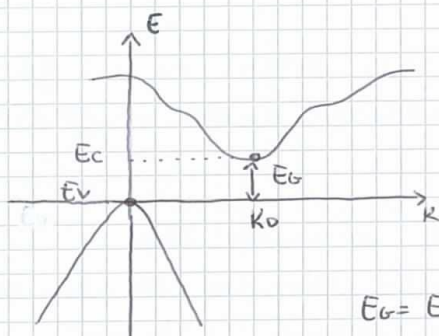
$$E = E(k)$$

Essa tiene conto dell'effetto di tutti gli ioni nel reticolo e quindi :

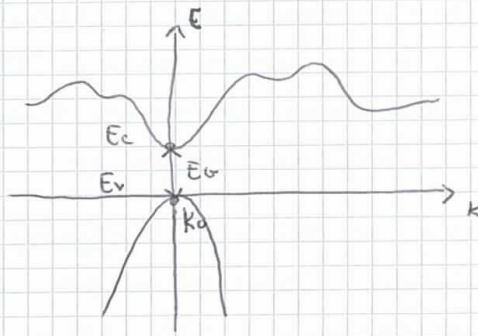
$$E \neq \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_0}$$

E_c : minimo della banda di conduzione

E_v : massimo della banda di valenza



GAP INDIRETTO



GAP DIRETTO

Ipotesi per ricavare $E(k)$:

A temperatura ambiente gli elettroni promossi in banda di conduzione sono pochi, rispetto al totale degli elettroni in banda di valenza e quindi riempiono pochi stati con energie vicino ad E_c .

$E \approx E_c \rightarrow$ approssimo con uno sviluppo di Taylor valutato al II^o ordine.

$$\begin{aligned} E(k) &= E(k_0) + \frac{d}{dk} E \Big|_{k=k_0} (k-k_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2}{dk^2} E \Big|_{k=k_0} (k-k_0)^2 + O_3 \\ &= E_c + \cancel{\varnothing} + \frac{1}{2} \frac{d^2}{dk^2} E \Big|_{k=k_0} (k-k_0)^2 \end{aligned}$$

$$E(k) - E_c = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dk^2} E \Big|_{k=k_0} (k-k_0)^2$$

$$\text{Definendo } m_{eBC}^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2}{dk^2} E \Big|_{k=k_0}} \quad \begin{array}{l} \text{MASSA EFFICACE DEGLI ELETTRONI} \\ \text{IN BANDA DI CONDUZIONE} \end{array}$$

$$\text{Risulta } E(k) - E_c = \frac{\hbar^2}{2m_{eBC}^*} (k-k_0)^2$$

$$E(k) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{eBC}^*} + O_3 \quad \text{per energie vicino a } E_c.$$

$$m_{eBC}^* = 0,26 m_0$$

$$\text{con } m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \quad \text{MASSA INERTIALE DEGLI ELETTRONI}$$

Risulta ora:

$$E = \frac{1}{2} m_{eBC}^* v^2, \quad m_{eBC}^* \cdot v = F \cdot t$$

In banda di valenza si sono creati degli stati liberi che permettono la migrazione degli elettroni.

$$E(k) - E_v = \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{dk^2} \bigg|_{k=k_0} (k - \phi)^2$$

Definendo $m_{e\text{BV}}^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E}{dk^2} \big|_{k=\phi}}$ MASSA EFFICACE DEGLI ELETTRONI IN BANDA DI VALENZA

Consideriamo il caso in cui tutti gli stati sono occupati da N elettroni: (N : stati occupati in BV)

$$J = -qN \langle v \rangle = -qN \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\vec{v}_i - \frac{q}{m_{e\text{BV}}^*} \vec{E} t_i \right) \right] = \phi$$

Supponiamo di rimuovere un elettrone e quindi di creare uno stato libero:

$$J = -qN \cdot \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} \left(\vec{v}_i - \frac{q}{m_{e\text{BV}}^*} \vec{E} t_i \right) \right] \neq \phi$$

Supponiamo che se ne sia andato 1 elettrone dallo stato j -esimo.

$$J = -qN \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\vec{v}_i - \frac{q}{m_{e\text{BV}}^*} \vec{E} t_i \right) \right] - \left[-q \left(\vec{v}_j - \frac{q}{m_{e\text{BV}}^*} \vec{E} t_j \right) \right]$$

estraendo il contributo dell'elettrone j -esimo.

$$J = q \left(\vec{v}_j - \frac{q}{m_{e\text{BV}}^*} \vec{E} t_j \right)$$

ma $m_{e\text{BV}}^* < \phi \rightarrow J = q \left(\vec{v}_j + \frac{q}{|m_{e\text{BV}}^*|} \vec{E} t_j \right)$

Risulta che al fine del calcolo della corrente, l'effetto degli $N-1$ elettroni in banda di valenza, può essere schematizzato considerando una particella, chiamata LACUNA, che ha carica positiva $+q$ e massa efficace positiva

Riassumendo:

l'effetto di un campo elettrico può essere schermato usando le relazioni semi-classiche, può di considerare:

ELETTRONI IN BANDA DI CONDUZIONE

$$\text{carica } -q = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{massa } m_e^* = 0,26 \cdot m_0 \quad \text{con } m_e^* = m_{eB}^*$$

LACUNE IN BANDA DI VALENZA

$$\text{carica } +q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{massa } m_p^* = 0,39 \cdot m_0 \quad \text{con } m_p^* = m_{pB}^*$$

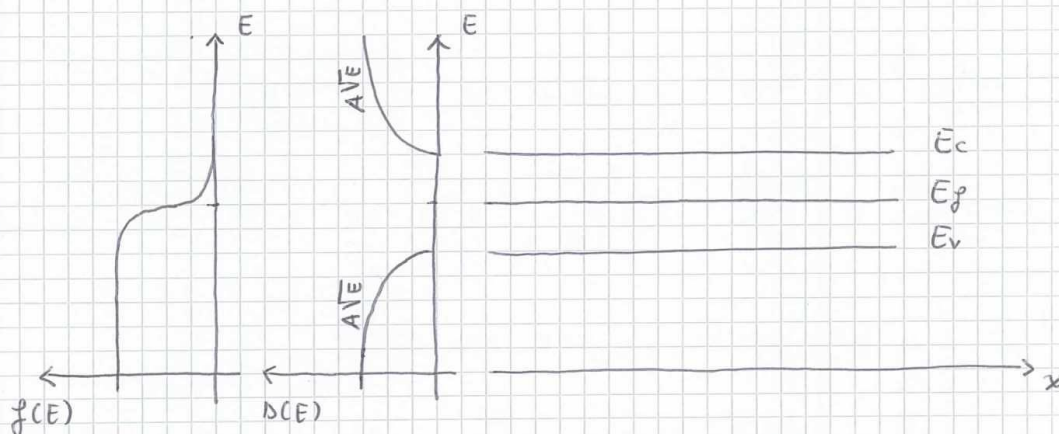
Per quanto riguarda la discretizzazione degli stati:

$$D(E)_{BC} = 4\pi \left(\frac{2m_{eB}^*}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_c}$$

$$D(E)_{BV} = 4\pi \left(\frac{2m_{pB}^*}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_v - E}$$

$$\text{con } m_{eB}^* = 1,08 m_0$$

$$m_{pB}^* = 0,59 m_0$$



FUNZIONE
DI
FERMI DIRAC

SCHEMA
DENSITA'
DEGLI STATI

SCHEMA BANDE

CONDUZIONE ELETTRICA NEI SEMICONDUCTORI

CONCENTRAZIONE DI ELETTRONI E LACUNE

Calcolare la concentrazione n di elettroni in banda di conduzione e la concentrazione p di lacune in banda di valenza, per una generica temperatura T .

$$n = n(T)$$

Una nota che l'elettrone è assorbito in banda di conduzione, la sua energia sarà di poco superiore a E_c , ed a una generica $E > E_c$:

$$n(E) = \Delta_c(E) \cdot f(E)$$
$$n = \int_{E_c}^{\infty} \Delta_c(E) f(E) dE = \int_{E_c}^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_c} \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_f}{kT}}} dE$$

Supponiamo:

$$E - E_f > E_c - E_f, \text{ e } E_c - E_f \gg kT \text{ cioè } E_f \text{ si trova}$$

Ben dentro il gap lontano da E_c , allora:

$$e^{\frac{E - E_f}{kT}} \gg e^{\frac{E_c - E_f}{kT}}$$

$$n = \int_{E_c}^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_c} \cdot e^{-\frac{E - E_f}{kT}} dE$$
$$= \int_{E_c}^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_c} \cdot e^{-\frac{E - E_c + E_c - E_f}{kT}} dE$$
$$= 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_f}{kT}} \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{E - E_c} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} dE$$
$$= 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_f}{kT}} \sqrt{kT} \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{\frac{E - E_c}{kT}} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} dE$$

$$x = \frac{E - E_c}{kT} \rightarrow dE = kT dx \rightarrow x = 0 \Leftrightarrow E = E_c$$

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_f}{kT}} \cdot \sqrt{kT} \cdot kT \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$$
$$= 4\pi \left(\frac{2m_e^* e_D kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_f}{kT}} \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$$

$$\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\rightarrow n = 4\pi \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{2KT m_{eD}^*}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_f}{KT}}$$

$$= 2 \left(\frac{2\pi KT m_{eD}^*}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_f}{KT}}$$

$$\text{con } N_c = 2 \left(\frac{2\pi KT m_{eD}^*}{h^2} \right)^{3/2}$$

DENSITA' EQUIVALENTE DEGLI STATI IN
BANDA DI CONDUZIONE

$$n = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_f}{KT}}$$

$$\text{nei silicio: } m_{eD}^* = 1,08 \cdot m_0$$

$$\rightarrow N_c = 2,8 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \quad \text{a } T = 300 \text{ K}$$

Per il calcolo della lacuna: ($E < E_v$)

$$p(E) = D_{av}(E) (1 - f(E))$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} D_{av}(E) (1 - f(E)) dE = \int_{-\infty}^{E_v} 4\pi \left(\frac{2m_{pD}^*}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_v - E} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_f}{KT}}} \right) dE$$

$$= \int_{-\infty}^{E_v} 4\pi \left(\frac{2m_{pD}^*}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_v - E} \left(\frac{e^{\frac{E - E_f}{KT}}}{1 + e^{\frac{E - E_f}{KT}}} \right) dE$$

Supponiamo: $E - E_f < 0$, $E_f - E > E_v - E$ allora:

$$1 \gg e^{-\frac{E_f - E}{KT}}$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} 4\pi \left(\frac{2m_{pD}^*}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_v - E} e^{\frac{E - E_f}{KT}} dE$$

$$= 4\pi \left(\frac{2m_{pD}^*}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_f - E_v}{KT}} \int_{-\infty}^{E_v} \sqrt{E_v - E} e^{-\frac{E_v - E}{KT}} dE$$

$$= 2 \left(\frac{2\pi KT m_{pD}^*}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_f - E_v}{KT}}$$

$$\text{con } N_v = 2 \left(\frac{2\pi k T m_{pD}^*}{h^2} \right)^{3/2}$$

DENSITA' EQUIVALENTE DELLE LACUNE
IN BANDA DI VALENZA

$$p = N_v \cdot e^{-\frac{E_g - E_v}{kT}}$$

$$\text{nel silicio: } m_{pD}^* = 0,59 \cdot m_0$$

$$\rightarrow N_v = 1,0 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \quad \text{a } T = 300 \text{ K}$$

Per amplificazione:

$$\begin{cases} N_c(T) = N_c(300 \text{ K}) \cdot \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} \\ N_v(T) = N_v(300 \text{ K}) \cdot \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} \end{cases}$$

Per il silicio intrinseco (senza impurità):

$$n = p = n_{\text{intrinseco}}$$

$$n_{\text{intrinseco}} = n_i$$

$$n \cdot p = n_i^2 \quad \text{LEGGE DELL'AZIONE DI MASSA}$$

$$\begin{aligned} n_i^2 = n \cdot p &= N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_g + E_g - E_v}{kT}} = N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_v}{kT}} \\ &= N_c N_v e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad \text{con } E_g = E_c - E_v \end{aligned}$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

notare che $n_i(E_g, T)$

$$\text{Per il silicio: } n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \quad \text{a } T = 300 \text{ K}$$

Riconoscere la posizione del livello di Fermi:

$$\begin{cases} E_c - E_f = kT \ln \left(\frac{N_c}{n} \right) \\ E_f - E_v = kT \ln \left(\frac{N_v}{p} \right) \end{cases}$$

$$E_f - E_v - E_c + E_g = kT \ln \left(\frac{N_v}{p} \cdot \frac{n}{N_c} \right)$$

nel silicio intrinseco $n = p$

$$E_f = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right)$$

Per il silicio si sa che $N_v < N_c \rightarrow \ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right) < 0$

Il livello di Fermi si trova leggermente al di sotto della metà del GAP:

$$\frac{kT}{2} \ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right) = -0,013 \text{ eV} \rightarrow E_f = \frac{E_c + E_v}{2} - 0,013 \text{ eV}$$

E_i : Livello di Fermi in un semiconduttore intrinseco.

Per il silicio consideriamo $E_f \approx E_i = \frac{E_c + E_v}{2}$

SEMICONDUTTORI DROGATI

DROGGAGGIO DEI SEMICONDUTTORI: processo attraverso il quale vengono poste delle impurità all'interno di un semiconduttore per variare i valori di n e p .

DROGGAGGIO CON ATOMI DONATORI, TIPO n

Nel silicio è possibile sostituire qualche atomo del reticolo cristallino con atomi del V gruppo

(fosforo P). Se il numero di atomi del V gruppo è piccolo, rispetto a quello degli atomi di silicio, il reticolo cristallino non viene alterato e quindi il silicio continua a mostrare le proprietà del silicio.

Gli atomi del V gruppo, avendo valenza 5, rimangono con un elettrone in più poiché solo 4 vengono utilizzati per i legami con gli atomi di silicio. È possibile che questo elettrone in più si liberi dall'atomo di impurezza e vada a sistemarsi in uno stato vuoto in grado di condurre.

ENERGIA DI IONIZZAZIONE FOSFORO = 0,046 eV

Se $kT \approx E_p \rightarrow$ il quinto elettrone di ciascun atomo donatore si trova in banda di conduzione,

nel silicio drogato con atomi di P, il livello di Fermi è spostato verso la banda di conduzione.

È aumentata la probabilità di occupazione di uno stato in banda di conduzione.

È diminuita la probabilità di trovare uno stato vuoto in banda di valenza.

DRUGAGGIO CON ATOMI ACCETTORI, TIPO p

Ovvero vengono inseriti nel silicio atomi del III gruppo come il Boro B. Questi atomi hanno valenza 3, quindi si legano a quattro atomi di silicio vicini prendendo in prestito un elettrone dalla banda di valenza. Esistono quindi uno stato libero, ovvero una lacuna, nella banda di valenza stessa.

Aumenta quindi la concentrazione di lacune e il livello di Fermi si trova più vicino alla banda di valenza.

N_D : Concentrazione atomi donatori

N_A : concentrazione atomi accettori

$$10^{-14} \leq N_D, N_A \leq 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

Prendiamo silicio drogato con N_D atomi donatori per cm^3 . Calcoliamo la concentrazione di elettroni in banda di conduzione.

N_D^+ : concentrazione di atomi donatori che hanno perso un elettrone e che quindi sono carichi positivamente.

Gli elettroni in banda di conduzione possono provenire sia dai donatori che dalla conduzione dove hanno lasciato una lacuna.

$$n = N_D^+ + p$$

$$np = n_i^2 \rightarrow p = \frac{n_i^2}{n}$$

$$n = N_D^+ + \frac{n_i^2}{n} \rightarrow n^2 - N_D^+ n - n_i^2 = 0$$

$$n = \frac{N_D^+}{2} + \sqrt{\frac{N_D^{+2}}{4} + n_i^2}$$

Determinare N_D^+ : risultato la probabilità di occupazione di uno stato con energia E_{DONATORI} .
Uno stato donatore può contenere solo un elettrone:

$$f_0(E_0) \neq f(E) \quad \text{FERMI DIRAC}$$

$$f_0(E_0) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E_0 - E_f}{kT}}}$$

$$N_D^+ = N_D (1 - f_0(E_0)) = \frac{N_D}{1 + 2 e^{\frac{E_f - E_0}{kT}}}$$

$$\text{Se } E_f < E_0 \rightarrow E_f - E_0 < 0 \rightarrow e^{\frac{E_f - E_0}{kT}} < 1$$

$$\text{Per } T \text{ elevata risulta: } N_D^+ \approx N_D \quad (T = 300 \text{ K})$$

$$\text{Drogaggi normali: } N_D < 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D^+ = N_D \gg n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \quad (T = 300 \text{ K})$$

$$\rightarrow n = N_D \quad \text{SILICIO DROGATO TIPO n CON CONCENTRAZIONE } N_D.$$

Per drogaggi tipo p

$$\rightarrow p = N_A \quad \text{SILICIO DROGATO TIPO p CON CONCENTRAZIONE } N_A.$$

Calcolare i nuovi livelli di Fermi:

$$E_c - E_f = kT \ln \left(\frac{N_c}{N_D} \right)$$

$$E_f - E_v = kT \ln \left(\frac{N_v}{N_A} \right)$$

valida per:

$$E_c - E_f \gg kT$$

valida per:

$$E_f - E_v \gg kT$$

Quindi per i semiconduttori fortemente drogati ($E_f \approx E_c$), la formula che definisce n non si può più usare.

Se $N_D \geq 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ il silicio si definisce DEGENERE di TIPO n. In questo caso $E_f \equiv E_c$.

Se $N_A \geq 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ il silicio si definisce DEGENERE di TIPO p. In questo caso $E_f \equiv E_v$.

Formule di E_f (E_i):

Per gli elettroni in banda di conduzione

$$n = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_f}{kT}} = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_i + E_i - E_f}{kT}} = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_i}{kT}} \cdot e^{+\frac{E_f - E_i}{kT}} = n_i \cdot e^{\frac{E_f - E_i}{kT}}$$

$$\text{se } n \gg n_i \rightarrow E_f - E_i > 0$$

Per le lacune in banda di valenza

$$p = N_v \cdot e^{-\frac{E_f - E_v}{kT}} = n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_f}{kT}}$$

$$\text{se } p \gg n_i \rightarrow E_i - E_f > 0$$

Energia media degli elettroni in banda di conduzione:

$$\langle E \rangle = \frac{\int_{E_c}^{\infty} E m(E) dE}{\int_{E_c}^{\infty} m(E) dE}$$

$$m(E) = D_{BC}(E) f(E) = A \sqrt{E - E_c} f(E)$$

$$A = 4\pi \left(\frac{2m^* e D}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$\langle E \rangle = \frac{\int_{E_c}^{\infty} (E - E_c) \cancel{A} \sqrt{E - E_c} \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}} dE}{\int_{E_c}^{\infty} \cancel{A} \sqrt{E - E_c} \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}} dE}$$

Approssimo $f(E) \approx e^{-\frac{E - E_F}{kT}}$ poiché siamo in
banda di conduzione ($E - E_F > E_c - E_F \gg kT$)

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \frac{\int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{3/2} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} \cancel{e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}} dE}{\int_{E_c}^{\infty} \sqrt{E - E_c} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} \cancel{e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}} dE} \\ &= \frac{\int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{3/2} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} dE}{\int_{E_c}^{\infty} \sqrt{E - E_c} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} dE} \\ &= \frac{(kT)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \left(\frac{E - E_c}{kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} dE}{\sqrt{kT} \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{\frac{E - E_c}{kT}} e^{-\frac{E - E_c}{kT}} dE} \end{aligned}$$

$$x = \frac{E - E_c}{kT} \quad dE = kT dx$$

$$\begin{aligned}
 \langle E \rangle &= \frac{kT \int_0^\infty x^{3/2} e^{-x} dx}{\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx} \\
 &= \frac{-x^{3/2} e^{-x} \Big|_0^\infty - \frac{3}{2} \int_0^\infty x^{1/2} e^{-x} dx}{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \cdot kT \\
 &= \frac{\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{2}}{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \cdot kT = \frac{3}{2} kT
 \end{aligned}$$

gli elettroni in banda di conduzione si comportano come particelle classiche con energia media $\frac{3}{2} kT$.

Valido in banda di conduzione per gli elettroni, consente di approssimare la distribuzione in energia con la statistica di Boltzmann.

CORRENTE DI TRASCINAMENTO

Se applichiamo un campo elettrico, otteniamo una velocità media proporzionale al campo elettrico stesso:

$$\mu_n = \frac{q}{m_n^*} \tau_n \quad ; \quad \mu_p = \frac{q}{m_p^*} \tau_p$$

$$\langle \vec{v}_n \rangle = -\mu_n \vec{E} \quad ; \quad \langle \vec{v}_p \rangle = \mu_p \vec{E}$$

Le lacune hanno la stessa direzione del campo elettrico, gli elettroni invece hanno verso opposto.

La corrente di trascinamento ha segno concorde col campo elettrico.

$$\vec{J}_n = q \mu_n n \cdot \vec{E}$$

$$\vec{J}_p = q \mu_p p \cdot \vec{E}$$

$$\mu_n > \mu_p \Rightarrow \vec{J}_n > \vec{J}_p$$

Conduttività dovuta agli elettroni: $\sigma_m = q \mu_m n$

Conduttività dovuta alle lacune: $\sigma_p = q \mu_p p$

$$\vec{J}_m = \sigma_m \vec{E}$$

$$\vec{J}_p = \sigma_p \vec{E}$$

$$\vec{J} = \vec{J}_m + \vec{J}_p = (\sigma_m + \sigma_p) \vec{E}$$

Per il silicio intrinseco:

$$n = p = n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \quad (T = 300 \text{ K})$$

$$\mu_m = 0,135 \text{ m}^2/\text{Vs} \quad \mu_p = 0,0495 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_p = q (\mu_m + \mu_p) n_i = 4,43 \cdot 10^{-4} \text{ S m}^{-1} \quad (T = 300 \text{ K})$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 2255 \text{ S m} \quad (T = 300 \text{ K})$$

Consideriamo silicio drogato TIPO n ($T = 300 \text{ K}$)

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{n_i^2}{N_D} \quad \text{è molto piccola}$$

$$n = N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3} \rightarrow p = 2,25 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$$

p può essere trascurato rispetto ad n

$$\text{Per un drogaggio TIPO n: } \sigma = \sigma_m = q \mu_m N_D$$

$$\sigma_p \approx \emptyset$$

$$\text{Per un drogaggio TIPO p: } \sigma = \sigma_p = q \mu_p N_A$$

$$\sigma_m \approx \emptyset$$

La mobilità degli elettroni nel silicio drogato non è la stessa del silicio intrinseco.

nell'espressione di μ_m compare τ_m , che dipende dalle impurità presenti nel reticolo.

La mobilità dipende inoltre dalla temperatura assoluta.

$$\mu_m(m, T) = 88,0 \cdot \left(\frac{T}{300}\right)^{-0,57} + \frac{(74,010)^8 \cdot T^{-2,33}}{1 + \frac{(1,26 \cdot 10^{27}) \left(\frac{T}{300}\right)^{3/4}}{0,88 \left(\frac{T}{300}\right)^{-0,146}}}$$

la mobilità diminuisce con l'aumento della concentrazione di impurità.

La conducibilità aumenta quando $n = N_D$, poiché n aumenta molto di più di quanto non diminuisca μ_n per effetto delle impurità N_D .

CORRENTE DI DIFFUSIONE

È possibile che gli elettroni o le lacune siano distribuiti in maniera non uniforme.

$$\vec{r}: n = n(\vec{r})$$

Studiamo il problema monodimensionale:

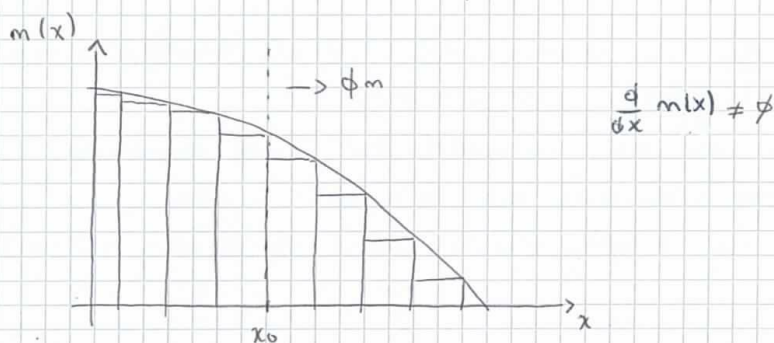
$$x: n = n(x)$$

Gli elettroni tendono a diffondere da zone a concentrazione maggiore, a zone a concentrazione minore.

ϕ : flusso di elettroni dovuti al gradiente di concentrazione $\rightarrow$ numero di elettroni che passano per una superficie unitaria nell'unità di tempo $[\phi] = \frac{1}{m^2 \cdot s}$

$$J_n = -q \phi_n$$

$$J_p = q \phi_p$$



Approssimiamo l'andamento $n(x)$ in piccoli intervalli costante di ampiezza l .

l : cammino libero medio degli elettroni, cioè distanza media che un elettrone percorre tra un urto e il successivo

$$l = \langle v_x \rangle \cdot \tau$$

$\langle v_x \rangle$: velocità media

τ : tempo medio tra gli urti

$$\phi_{sx \rightarrow dx} = \frac{1}{2} l \cdot n(x_0 - l) \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2} \langle v_x \rangle n(x_0 - l)$$

$$\phi_{dx \rightarrow sx} = \frac{1}{2} \langle v_x \rangle n(x_0 + l)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \langle v_x \rangle n(x_0 - l) - \frac{1}{2} \langle v_x \rangle n(x_0 + l) \neq 0 \quad \text{è lo flusso netto}$$

$$= \frac{1}{2} \langle v_x \rangle (n(x_0 - l) - n(x_0 + l))$$

Un serie di Taylor:

$$\phi = \frac{1}{2} \langle v_x \rangle \left(n(x_0) - \left. \frac{d}{dx} n(x) \right|_{x=x_0} \cdot l - \left(n(x_0) + \left. \frac{d}{dx} n(x) \right|_{x=x_0} \cdot l \right) \right)$$

$$\phi = -\langle v_x \rangle l \cdot \left. \frac{d}{dx} n(x) \right|_{x=x_0}$$

$$\phi \propto \frac{d}{dx} n(x)$$

$$\langle v_x \rangle \cdot l = \langle v_x \rangle^2 \cdot \tau$$

$$\text{Energia cinetica media degli elettroni} = \frac{1}{2} kT$$

$$\frac{1}{2} m_e^* \langle v_x \rangle^2 = \frac{1}{2} kT \quad \rightarrow \quad \langle v_x \rangle^2 = \frac{kT}{m_e^*}$$

$$\rightarrow \phi = -\frac{kT}{q} \cdot \frac{q}{m_e^*} \cdot \tau \cdot \frac{d}{dx} n(x) = -D_m \cdot \frac{d}{dx} n(x)$$

$$D_m: \text{coefficiente di diffusione} = \frac{kT}{q} \cdot \mu_m$$

$$[D_m] = \text{m}^2/\text{s}$$

Per le lacune: $\phi_p = -D_p \cdot \frac{d}{dx} p(x)$

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} \quad ; \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

N.B.: il flusso di portatori è sempre di segno opposto al gradiente.

$$J_n = q \cdot D_n \cdot \frac{d}{dx} n(x)$$

$$J_p = -q \cdot D_p \cdot \frac{d}{dx} p(x)$$

Se è presente sia un campo elettrico che un gradiente di concentrazione:

$$\begin{cases} J_n = q \mu_n n(x) E + q D_n \frac{d}{dx} n(x) \\ J_p = q \mu_p p(x) E - q D_p \frac{d}{dx} p(x) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{EQUAZIONI DI} \\ \text{DRIFT - DIFFUSION} \end{array}$$

In forma tridimensionale:

$$\begin{cases} \vec{J}_n = q \mu_n n(\vec{r}) \vec{E} + q D_n \nabla n(\vec{r}) \\ \vec{J}_p = q \mu_p p(\vec{r}) \vec{E} - q D_p \nabla p(\vec{r}) \end{cases}$$

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO

Consideriamo un semiconduttore monodimensionale in cui la concentrazione di elettroni in banda di conduzione non è uniforme: $n = n(x)$.

In assenza di una ddp applicata dall'esterno, abbiamo equilibrio elettrico ($J = 0$)

$$J_n = 0 \rightarrow q \mu_n n(x) E + q D_n \frac{d}{dx} n(x) = 0$$

$$\frac{D_n}{\mu_n} \cdot \frac{1}{n(x)} \frac{d}{dx} n(x) = -E \rightarrow \frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{n(x)} \frac{d}{dx} n(x) = -E$$

Siccome $J = \phi \rightarrow$ si deve stabilire un campo elettrico che equilibri la corrente di diffusione d'equilibrio elettrico è quindi dinamico: la corrente di diffusione e la corrente di trascimento sono entrambe diverse da zero ma si equilibrano perfettamente.

$$J_{TOTALE} = \phi$$

Consideriamo $x_1, x_2 : n(x_1) \neq n(x_2)$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\frac{KT}{q} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{n(x)} \frac{d n(x)}{dx} dx = - \int_{x_1}^{x_2} E(x) dx$$

$$- \int_{x_1}^{x_2} E(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d}{dx} V(x) dx = V(x_2) - V(x_1)$$

$$\frac{KT}{q} \int_{x_1}^{x_2} \frac{d n(x)}{n(x)} = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{n(x_2)}{n(x_1)} \right)$$

All'equilibrio tra x_1 e $x_2 : n(x_1) \neq n(x_2)$ si instaura una ddp:

$$V(x_2) - V(x_1) = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{n(x_2)}{n(x_1)} \right)$$

Per le lacune:

$$J_p = \phi \rightarrow q \mu_p p(x) E - q D_p \frac{d}{dx} p(x) = \phi$$

$$\frac{D_p}{\mu_p} \cdot \frac{1}{p(x)} \frac{d}{dx} p(x) = E \rightarrow \frac{KT}{q} \cdot \frac{1}{p(x)} \frac{d}{dx} p(x) = E$$

$$\frac{KT}{q} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{p(x)} \frac{d p(x)}{dx} dx = \int_{x_1}^{x_2} E(x) dx$$

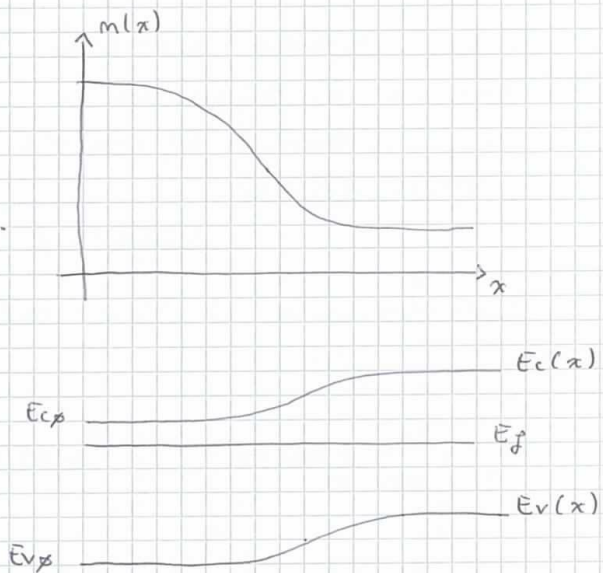
$$\int_{x_1}^{x_2} E(x) dx = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d}{dx} V(x) dx = V(x_1) - V(x_2)$$

$$V(x_2) - V(x_1) = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{p(x_1)}{p(x_2)} \right)$$

Andamento delle bande in presenza di un gradiente di concentrazione.

Le bande hanno larghezza costante di E_g e seguono l'andamento del potenziale.

Le bande possono essere viste come l'energia potenziale degli elettroni in banda di conduzione e in banda di valenza.



$$E_c(x) = -qV(x) + E_{c0}$$

$$E_v(x) = -qV(x) + E_{v0}$$

$$E_{c0} - E_{v0} = E_c(x) - E_v(x) = E_g$$

Le linee di Fermi è costante, quello che cambia è il livello del vuoto. Le bande sono piegate in modo che la barriera di potenziale ostacoli la diffusione di elettroni.

CONSIDERAZIONI

Consideriamo la proprietà della Fermi Dirac.

Equilibrio significa E_f costante.

Partendo dal presupposto che l'equilibrio sia dinamico, consideriamo una sezione generica risultata:

$$n_{sx \rightarrow dx}(E) = n_{dx \rightarrow sx}(E)$$

per qualsiasi energia.

$$D_{dx}(E) f_{dx}(E) D_{sx}(E) (1 - f_{sx}(E)) = \\ = D_{sx}(E) f_{sx}(E) D_{dx}(E) (1 - f_{dx}(E))$$

$$\rightarrow f_{dx} = f_{sx}$$

$$n(x) = N_c \cdot e^{-\frac{E_c(x) - E_f}{kT}}$$

$$\frac{d}{dx} n(x) = -\frac{1}{kT} \frac{d}{dx} E_c(x) N_c \cdot e^{-\frac{E_c(x) - E_f}{kT}}$$

$$kT \cdot \frac{d}{dx} n(x) = -\frac{d}{dx} E_c(x) \cdot n(x)$$

$$E_c(x) = -qV(x) + E_{c0} \quad \rightarrow \quad -\frac{d}{dx} E_c(x) = q \cdot \frac{d}{dx} V(x) = -qE$$

$$\rightarrow kT \frac{d}{dx} n(x) = -qE n(x)$$

all'equilibrio se $\frac{d}{dx} n(x) \neq 0$, avremmo un campo E per equilibrio e diffusione degli elettroni.

$$q \mu_n \frac{kT}{q} \frac{d}{dx} n(x) = -q \mu_n n(x) E$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n \quad \rightarrow \quad q D_n \frac{d}{dx} n(x) = -q \mu_n n(x) E$$

$$q \mu_n n(x) E + q D_n \frac{d}{dx} n(x) = 0$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{DRIFT}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{DIFFUSION}}$$

$$J_n = q \mu_n n(x) E + q D_n \frac{d}{dx} n(x) = 0$$

GENERAZIONE E RICOMBINAZIONE

GENERAZIONE di coppie

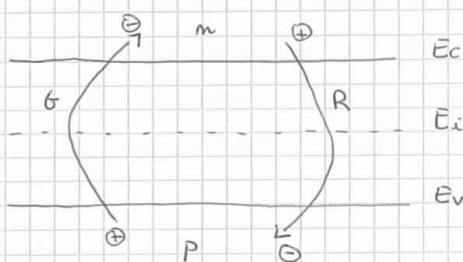
elettroni - lacune:

processo che fa saltare

un elettrone in banda

di conduzione lasciando

una lacuna in banda di valenza.



RICOMBINAZIONE di coppie elettroni - lacune: processi

che fa saltare un elettrone in banda di valenza,

andando ad occupare uno degli stati lasciati liberi in precedenza.

G : Rate di Generazione: numero di coppie elettrone - lacuna generate per unità di volume nell'unità di tempo. $[G] = m^{-3} s^{-1}$

R : Rate di Ricombinazione

Per un semiconduttore a temperatura T in equilibrio dinamico:

le coppie elettrone - lacuna si generano e si ricombinano continuamente, ma la velocità di generazione è uguale alla velocità di ricombinazione.

Risulta che n e p sono costanti nel tempo.

all'equilibrio: $G = R$

G (numero di elettroni in banda di valenza, stati disponibili in banda di conduzione)

R (numero di elettroni in banda di conduzione, stati disponibili in banda di valenza)

$$R = r \cdot n \cdot p$$

r : coefficiente di proporzionalità

all'equilibrio $G = R = rnp$

Da notare che σ dipende molto poco da n e p , ovvero dal drogaggio.

Per un semiconduttore intrinseco: $\sigma = rmp = rmi^2$

$$mi^2 = \frac{G}{r} = N_c N_v \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

all'equilibrio $R=G \rightarrow rmp = rmi^2$

$$mp = mi^2 \quad \text{LEGGE DELL'AZIONE DI MASSA.}$$

Se aumentiamo n mediante il drogaggio, il numero di elettroni in BC aumenta e quindi aumenta il numero di ricombinazioni.

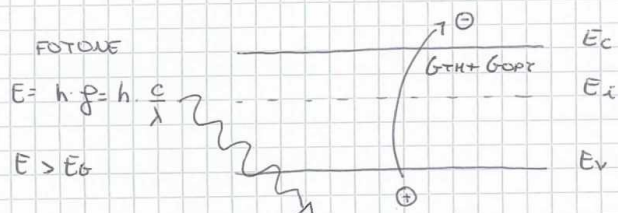
ma la rate di generazione è la stessa, quindi con più ricombinazioni p tende a diminuire.

l'equilibrio si ristabilisce quando p diminuisce tanto da far sì che la probabilità di ricombinazione bilanci la rate di generazione.

G_{TH} : rate di generazione termica

affrontiamo una situazione di non equilibrio: le concentrazioni dei portatori sono alterate da qualche causa esterna.

un eccesso di portatori può essere causato dalla luce:



Avremo quindi una generazione ottica.

G_{OPR} : rate di generazione ottica.

Semiconduttore drogato tipo n :

n_{mo} , p_{mo} concentrazioni all'equilibrio

N.B: nel drogaggio TIPO n

lacune $\rightarrow$ Portatori minoritari

elettroni $\rightarrow$ Portatori maggioritari

$$n_{mo} \cdot p_{mo} = n_i^2, \quad p_{mo} = \frac{n_i^2}{n_{mo}} \ll n_{mo}$$

la causa della generazione ottica, che si somma a quella termica, provoca un eccesso di elettroni e di lacune (fuori equilibrio), provocato dalla causa esterna che promuove degli elettroni da B_v a B_c .

$$n_{mo} \rightarrow n = n_{mo} + \delta n$$

$$p_{mo} \rightarrow p = p_{mo} + \delta p$$

$$\text{con } \delta n = \delta p.$$

Risulta all'equilibrio:

$$G_{TH} + G_{OPT} = R$$

$$G_{TH} + G_{OPT} = r n_{mo} p_{mo}$$

$$G_{TH} + G_{OPT} = r (n_{mo} + \delta n) (p_{mo} + \delta p)$$

Quando la causa esterna viene impressa istantaneamente (la luce viene aperta):

$$G = G_{TH}$$

ma la ricombinazione è diversa da quella termica, perché l'eccesso di elettroni e di lacune deve avere il tempo di "smaltirsi", ricombinandosi, prima di ritornare alla situazione di equilibrio a luce spenta.

Le rate di ricombinazione si quindi modificano rispetto alla condizione di equilibrio.

U : Rate di ricombinazione netto

$U \neq 0$: si ricombina più di quanto si genera termicamente.

$$R = r(n_{m0} + \delta n)(p_{m0} + \delta p)$$

$$G = G_{th} = r n_i^2$$

$$U = R - G_{th} = r(n_{m0} + \delta n)(p_{m0} + \delta p) - r n_i^2$$

→ Problema del ritorno all'equilibrio termico

Caso particolare: BASSA INIEZIONE.

BASSA INIEZIONE: La popolazione dei portatori

minoritari è significativamente aumentata,

mentre la popolazione dei portatori maggioritari rimane sostanzialmente invariata.

$$n_{m0} = N_D \gg p_{m0} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$\delta n = \delta p$$

$$\delta p \gg p_{m0} \rightarrow p_m = p_{m0} + \delta p \approx \delta p$$

$$\delta n = \delta p \ll n_{m0} \rightarrow n_m = n_{m0} + \delta n \approx n_{m0}$$

} BASSA INIEZIONE

Per esempio:

$$N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3} = n_{m0} \rightarrow p_{m0} = 2,25 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{Se } \delta p = \delta n = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$\rightarrow n_m \approx n_{m0}, p_m \approx \delta p$$

$$U = R - G_{th} = r(n_{m0} + \delta n)(p_{m0} + \delta p) - r n_i^2$$
$$= r(n_{m0} p_{m0} + n_{m0} \delta p + p_{m0} \delta n + \delta p \delta n - n_i^2)$$

$$n_{m0} p_{m0} = n_i^2$$

$$p_{m0} \delta n \ll \delta p \delta n \ll n_{m0} \delta p$$

$$\rightarrow U = R - G_{th} = r n_{m0} \delta p$$

τ_p : tempo medio di ricombinazione = $\frac{1}{r n_{m0}}$

$$\rightarrow U = \frac{\delta p}{\tau_p}$$

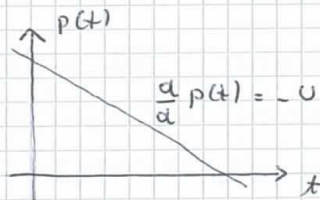
Ci dà la Rate netto di ricombinazioni in condizioni di equilibrio stazionario, per un semiconduttore drogato tipo n.

Andamento nel tempo della concentrazione di lacune

$$\frac{d}{dt} p(t) = -U = -\frac{\delta p}{\tau_p}$$

$$p = p_{m0} + \delta p$$

$$\frac{d}{dt} \delta p(t) = -\frac{\delta p}{\tau_p}$$



$$\rightarrow \delta p(t) = A e^{-t/\tau_p}, \quad \delta p(0^-) = \delta p(0^+)$$

$$\delta p(t) = \delta p(0) e^{-t/\tau_p}$$

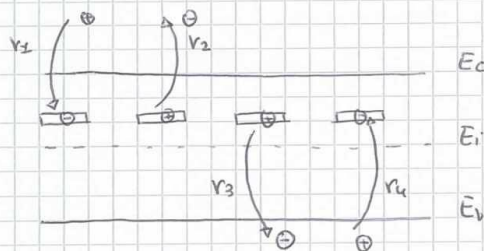
Per i semiconduttori a gap indiretto (silicio), la transizione di un elettrone da B_c a B_v non può avvenire in maniera diretta.

Dalla relazione di dispersione $E = E(k)$, la minima di energia di B_c avviene per un vettore d'onda diverso da quello del massimo di B_v .

L'elettrone deve quindi interagire con gli atomi del reticolo scambiando ai quanti di moto e/o energia.

Questo avviene attraverso degli stati energetici intermedi che sono sempre presenti nel gap, dovuti alle impurità che inevitabilmente sono presenti nel reticolo.

Teoria della ricombinazione SHR (Shockley-Hall-Read)



Queste trappole sono energeticamente vicine alla metà del gap e fungono da atomi accettori. Questi stati discreti a metà del gap agiscono da trappole, catturando e rilasciando elettroni.

I processi sono:

1. Cattura di un elettrone da B_c ; (r_1)
2. Emissione di un elettrone verso B_c ; (r_2)
3. Emissione di un elettrone verso B_v ; (r_3)
4. Cattura di un elettrone da B_v ; (r_4)

all'equilibrio: $r_1 = r_2$, $r_3 = r_4$

Se la popolazione di elettroni viene perturbata

$$U = r_1 - r_2 = r_3 - r_4$$

U (Posizione E_f , prescelta che uno stato catturi un elettrone)

La probabilità di cattura dipende da:

$\langle v \rangle$: velocità termica media dell'elettrone

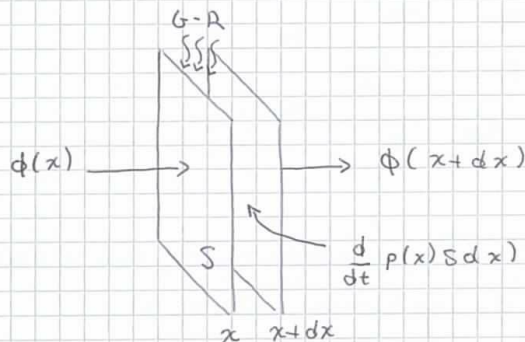
σ_t : sezione di cattura delle trappole

N_t : concentrazione delle trappole.

$$\tau: \text{tempo di ricombinazione} = \frac{1}{N_t \langle v \rangle \sigma_t}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

legge del flusso di cariche con la variazione nel tempo della concentrazione dei portatori in un punto, considerando i fenomeni di generazione - ricombinazione.



$$\phi = - \frac{1}{q} J_n = \frac{1}{q} J_p$$

Consideriamo il caso delle lacune.

numero totale di lacune comprese tra le due sezioni = \$p \times \text{Volume} = p dx S\$.

Esso può variare perché:

- il flusso entrante può essere diverso da quello uscente (\$x\$; \$J_p = J_p(x)\$);
- nello spazio \$dx\$ tra le due \$S\$ ci può essere generazione - ricombinazione;

$$\frac{d}{dt} p dx S = \phi(x) \cdot S - \phi(x+dx) \cdot S + (G-R) dx S$$

La variazione nel tempo del numero dei portatori è data dal numero di lacune che entrano, meno il numero di lacune che escono, meno la termine netto di ricombinazione nel volume tra le due sezioni.

$$U dx S = (R-G) dx S$$

$$\frac{d}{dt} p = \frac{\phi(x) - \phi(x+dx)}{dx} + (G-R) = - \frac{d}{dx} \phi + (G-R)$$

$$\frac{d}{dt} p = - \frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_p + (G-R) \quad \text{EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER LE LACUNE}$$

$$\frac{d}{dt} n = \frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_n + (G-R) \quad \text{EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER GLI ELETTRONI}$$

Se siamo in condizioni di bassa iniezione:

$$U = R - G = \frac{\delta p}{\tau_p}$$

$$\rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_p - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_n - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

È equazione di continuità dei cte, in presenza di un tasso netto di ricombinazione ($U \neq 0$), la densità di corrente di lacune o elettroni varia con x e con il tempo.

$$\text{a regime } \left(\frac{\partial p}{\partial t} = 0, \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \right)$$

$$0 = -\frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_p + (G - R)$$

$$0 = \frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_n + (G - R)$$

La densità di corrente di lacune o di elettroni varia comunque con x .

Se $\frac{d}{dx} J_p \neq 0$, $\frac{d}{dx} J_n \neq 0$ la densità di corrente di p e n non è costante con x .

Il 1° PRINCIPIO DI KIRCHHOFF non vale per J_n o J_p !

$$0 = \frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_n + \frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_p$$

$$\frac{d}{dx} (J_n + J_p) = 0 \rightarrow J_n + J_p = \text{costante}$$

Il 1° PRINCIPIO DI KIRCHHOFF vale per $J = J_n + J_p$.

$J = J_n + J_p$ è costante con x .

N.B.: 1° PK: la corrente in un ramo è costante.

GIUNZIONE pm

INTRODUZIONE

Il diodo, sinonimo di giunzione pm, è un dispositivo capace di condurre in una sola direzione.



GIUNZIONE pm BRUSCA

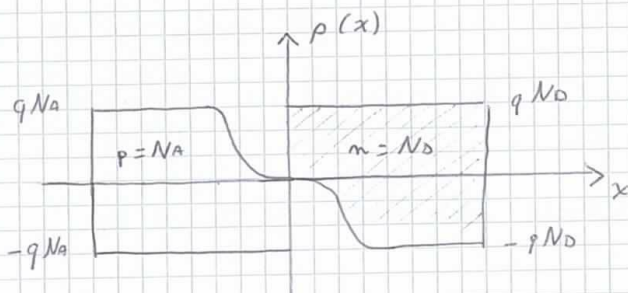


È caratterizzata da una netta separazione delle specie droganti. A sx il silicio è drogato con N_A atomi accettori, a dx con N_D atomi donatori.

$$p = N_A$$

$$n = N_D$$

La superficie in cui si passa bruscamente da N_A a N_D è detta Piano della Giunzione.



$$x_1 \ll \phi \rightarrow p = N_A$$

$$x_2 \gg \phi \rightarrow n = N_D$$

All'equilibrio, gli elettroni e le lacune si redistribuiscono in maniera tale da bilanciare i gradienti di concentrazione.

Se fosse $p = N_A$ fino ad $x = \phi$ e improvvisamente $n = N_D$ per $x > \phi$, due piano della giunzione sia $\frac{d}{dx} p(x)$ che $\frac{d}{dx} n(x)$ sarebbero infinite, ovvero la costante di diffusione sarebbe infinite.

Le cariche si devono dunque ridistribuire, in maniera tale che si generi una ddp interna fra parte n e parte p che equilibri le correnti di diffusione

→ $\rho(x)$ intorno alla giunzione
è diversa da 0

$\rho(x)$: densità di carica

Dalla relazione di equilibrio per gli elettroni si ottiene :

$$V(x_2) - V(x_1) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n(x_2)}{n(x_1)} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{\frac{N_D}{n_i^2}}{\frac{N_A}{N_D}} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

Dalla relazione di equilibrio per le lacune si ottiene :

$$V(x_2) - V(x_1) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{p(x_1)}{p(x_2)} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{\frac{N_A}{n_i^2}}{\frac{N_D}{N_A}} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

La differenza di potenziale che si instaura all'equilibrio, e che contrasta la diffusione sia delle lacune che degli elettroni, viene chiamata differenza di potenziale di contatto V_0 o tensione di Built-in V_{bi} :

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

$$V_T = \frac{kT}{q} \Rightarrow V_0 = V_T \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

CAMPO ELETTRICO E POTENZIALE NELLA GIUNZIONE pn

Per calcolare l'andamento di $V(x)$ uso l'equazione di Poisson:

$$\frac{d^2}{dx^2} V(x) = - \frac{\rho(x)}{\epsilon_s}$$

$$\epsilon_s = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\epsilon_{r_{\text{silicio}}} = 11,8$$

Densità netta di carica $\rho(x)$:

$$\begin{cases} \rho(x) = q p(x) - q n(x) - q N_A & x < 0 \\ \rho(x) = q p(x) - q n(x) + q N_D & x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} V(x) = - \frac{q p(x) - q n(x) - q N_A}{\epsilon_s} & x < 0 \\ \frac{d^2}{dx^2} V(x) = - \frac{q p(x) - q n(x) + q N_D}{\epsilon_s} & x > 0 \end{cases}$$

$n(x)$, $p(x)$ dipendono da $V(x)$!

Assumiamo di prendere come riferimento per le energie un punto P (massa) a sinistra della giunzione, molto lontano dalla giunzione stessa.

$$n(x) = N_c \cdot e^{-\frac{E_c(x) - E_F}{kT}}$$
$$p(x) = N_v \cdot e^{-\frac{E_F - E_v(x)}{kT}}$$

$$E_c(x) = E_{cp} - q V(x)$$

$$E_v(x) = E_{vp} - q V(x)$$

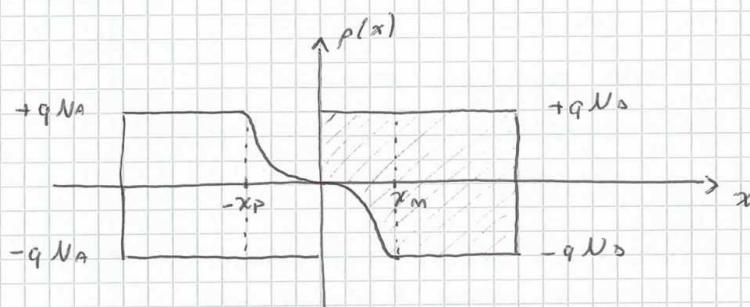
Approssimazioni per risolvere l'equazione di Poisson:

- 1) Trascurare la concentrazione di elettroni nella parte p e la concentrazione di lacune nella parte n.

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} V(x) = - \frac{-q N_v e^{-\frac{E_g - (E_{vp} - qV(x))}{kT}} - q N_A}{\epsilon_s} & x < 0 \\ \frac{d^2}{dx^2} V(x) = - \frac{-q N_c e^{-\frac{E_{cp} - qV(x) - E_g}{kT}} + q N_D}{\epsilon_s} & x > 0 \end{cases}$$

2) Sia la concentrazione di elettroni $n(x)$ che di lacune $p(x)$ variano esponenzialmente con $V(x)$, e quindi x .

La concentrazione di lacune diminuisce esponenzialmente con x , mentre la concentrazione aumenta con x .



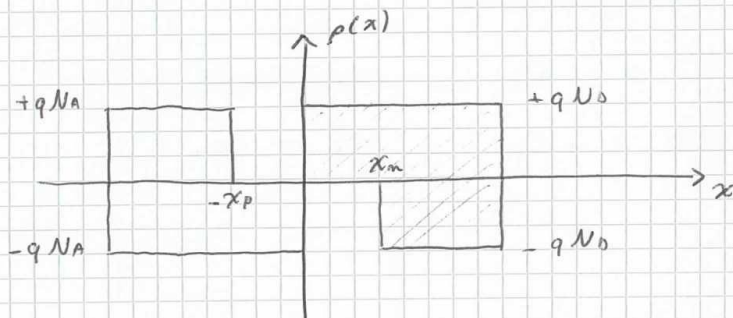
3) Approssimazione di giunzione completa:

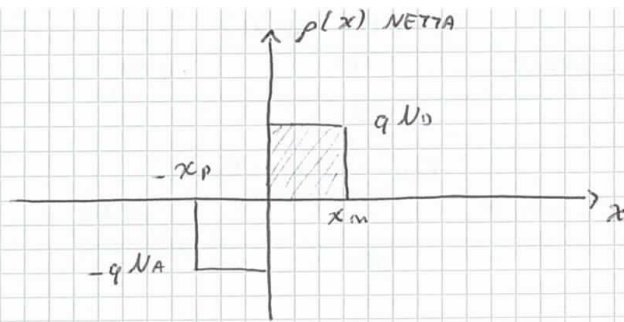
consiste nel considerare una zona intorno alla giunzione, compresa tra $(-x_p, x_m)$, completamente piena di portatori.

La transizione da $p = N_A$ per $x < -x_p$ e $n = N_D$ per $x > x_m$ è approssimata con una transizione brusca.

Di conseguenza:

$$\begin{cases} p(x) = -q N_A & -x_p < x < 0 \\ p(x) = q N_D & 0 < x < x_m \end{cases}$$





l'equazione di Poisson diventa:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} V(x) = + \frac{qN_A}{\epsilon_s} & -x_p \leq x \leq 0 \\ \frac{d^2}{dx^2} V(x) = - \frac{qN_D}{\epsilon_s} & 0 \leq x \leq x_m \end{cases}$$

Questa eq. diff. è del secondo ordine

→ servono due equazioni al contorno.

1) Carica totale = 0

Anche se formalmente potrebbe risultare $\rho(x) \neq 0$

compensatamente si deve avere $\int \rho(x) dx = 0$.

Questa condizione può anche essere espressa dicendo che il campo elettrico, lontano dalla giunzione, è nullo.

2) all'equilibrio, la ddp tra parte n e parte p deve essere uguale a V_0 .

Applicando l'approssimazione di smetimento completa risulta:

1) $\rho(x) \neq 0 \quad -x_p \leq x \leq x_m \Rightarrow E(-x_p) = 0, E(x_m) = 0$

2) $V(x_m) - V(-x_p) = V_0$

Dopo una prima integrazione

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} V(x) = + \frac{qN_A}{\epsilon_s} \cdot x + C_1 & -x_p \leq x \leq 0 \\ \frac{d}{dx} V(x) = - \frac{qN_D}{\epsilon_s} \cdot x + C_2 & 0 \leq x \leq x_m \end{cases}$$

$$E = - \frac{d}{dx} V$$

$$\begin{cases} E(-x_p) = 0 \rightarrow C_1 = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p \\ E(x_m) = 0 \rightarrow C_2 = \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} V(x) = - \frac{qN_A}{\epsilon_s} (x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ \frac{d}{dx} V(x) = - \frac{qN_D}{\epsilon_s} (x_m - x) & 0 < x < x_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} E(x) = - \frac{qN_A}{\epsilon_s} (x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ E(x) = - \frac{qN_D}{\epsilon_s} (x_m - x) & 0 < x < x_m \end{cases}$$

Il campo elettrico è negativo per $-x_p < x < x_m$ ed è massimo in $x = 0$.

L'andamento del campo elettrico in funzione di x è un triangolo con base $x_p + x_m$ e altezza

$$q \frac{N_A}{\epsilon_s} x_p = q \frac{N_D}{\epsilon_s} x_m$$

Per la continuità in 0 risulta:

$$E(0^-) = E(0^+) \Rightarrow q \frac{N_A}{\epsilon_s} x_p = q \frac{N_D}{\epsilon_s} x_m \Rightarrow qN_A x_p = qN_D x_m$$

Quest'ultima relazione ci dice che la carica negativa è uguale alla carica positiva, ovvero che la carica totale è nulla.

$$N_A x_p = N_D x_m$$

Le ampiezze di saturamento nella parte p e nella parte n sono inversamente proporzionali ai dopaggi.

$W = x_p + x_m$: ampiezza totale della regione di esaurimento.

L'area sottesa dal campo elettrico è uguale alla ddp V_ϕ .

Calcoliamo l'area del triangolo

$$V_\phi = \frac{W}{2} \frac{q N_A}{\epsilon_s} x_p$$

$$x_p + x_m = W \rightarrow x_p + \frac{N_A}{N_D} x_p = W \rightarrow x_p = \frac{W N_D}{N_A + N_D}$$

$$V_\phi = \frac{W^2}{2} \frac{q N_A N_D}{\epsilon_s (N_A + N_D)}$$

$$\rightarrow W = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_\phi}$$

Questa formula ci permette di determinare l'ampiezza della regione di svuotamento

dati i drogaggi di n e p , una volta calcolata la ddp del punto di contatto V_ϕ .

$\rightarrow$ La regione di svuotamento si estende maggiormente nella zona meno drogata

Calcoliamo l'andamento di $V(x)$:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} V(x) = \frac{q N_A}{\epsilon_s} (x + x_p) & -x_p \leq x \leq \phi \\ \frac{d}{dx} V(x) = \frac{q N_D}{\epsilon_s} (x_m - x) & \phi \leq x \leq x_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} V(x) = \frac{q N_A}{\epsilon_s} \left(\frac{x^2}{2} + x x_p + C_3 \right) & -x_p \leq x \leq \phi \\ V(x) = \frac{q N_D}{\epsilon_s} \left(-\frac{x^2}{2} + x x_m + C_4 \right) & \phi \leq x \leq x_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} V(x) = \frac{q N_A}{2 \epsilon_s} (x^2 + 2 x x_p + C_3) & -x_p \leq x \leq \phi \\ V(x) = \frac{q N_D}{2 \epsilon_s} (2 x x_m - x^2 + C_4) & \phi \leq x \leq x_m \end{cases}$$

Determiniamo C_3 e C_4 a partire da: $V(x_m) - V(-x_p) = V_\phi$

Come punto di riferimento per le potenziali assumo $V(-x_p) = \phi$.

$$x_p^2 - 2x_p^2 + C_3 = 0 \rightarrow C_3 = x_p^2$$

$$V(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_s} (x+x_p)^2 \quad -x_p < x < 0$$

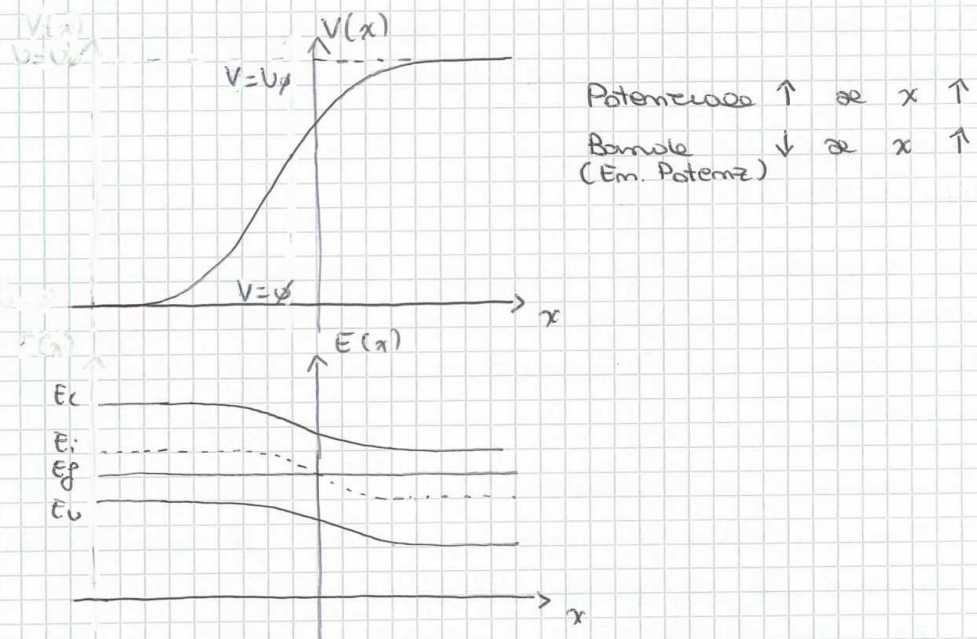
$$V(x_m) = V_\phi$$

$$\frac{qN_D}{2\epsilon_s} (2x_m^2 - x_m^2 + C_4) = V_\phi \rightarrow C_4 = V_\phi - \frac{qN_D}{2\epsilon_s} x_m^2$$

$$V(x) = V_\phi - \frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x-x_m)^2 \quad 0 < x < x_m$$

Risultato

$$\begin{cases} V(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_s} (x+x_p)^2 & -x_p < x < 0 \\ V(x) = V_\phi - \frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x-x_m)^2 & 0 < x < x_m \end{cases}$$



Andamento del potenziale secondo l'approssimazione di giunzione completa.

Dal diagramma a Barriera si vede la barriera che, all'equilibrio, ostacola la diffusione degli elettroni dalla parte n alla parte p: gli elettroni vedono una barriera verso la parte p e sono quindi confinati nella parte n.

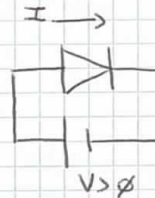
EFFETTO DI UN POTENZIALE ESTERNO V

Se la ddp esterna applicata è nulla, l'equilibrio elettrico richiede che si stabilisca una ddp di contatto V_0 , e quindi una barriera di potenziale tra parte n e parte p, che bilanci esattamente la diffusione di lacune verso la parte n e di elettroni verso la parte p.

Applichiamo una ddp esterna V , assunta positiva dove anodo ed catodo

$$V_0 = V(x_2) - V(x_1)$$

con $x_1 \ll \phi$, $x_2 \gg \phi$.



Considerando l'approssimazione di smarrimento completo:

$$V_0 = V(x_n) - V(-x_p)$$

V_0 è positiva da n a p, quindi la tensione positiva esterna è in realtà opposta a V_0 .

Applicando V_0 risulta:

$$V(x_n) - V(-x_p) = V_0 - V$$

Per conoscere l'andamento del campo elettrico, e del potenziale, in funzione di x si può usare l'espressione di Poisson con l'approssimazione di smarrimento completo.

Condizioni al contorno:

- 1) Carica totale è nulla, quindi il campo elettrico è nullo ai limiti di $(-x_p, x_n)$.

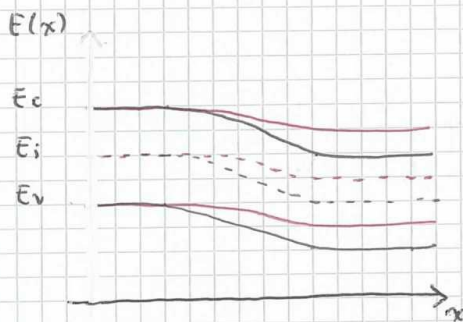
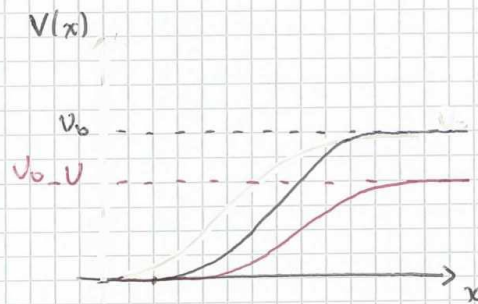
x_p e x_n sono però diversi, poiché con V applicata la caduta di tensione $V(x_n) - V(x_p)$ è modificata rispetto alla condizione di equilibrio.

- 2) La ddp totale deve essere $V_0 - V$.

Risultato:

$$N_A x_p = N_D x_n$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 - V)}$$



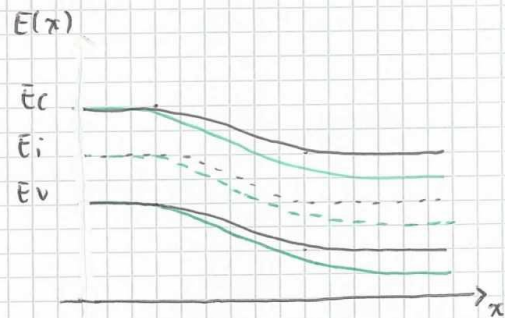
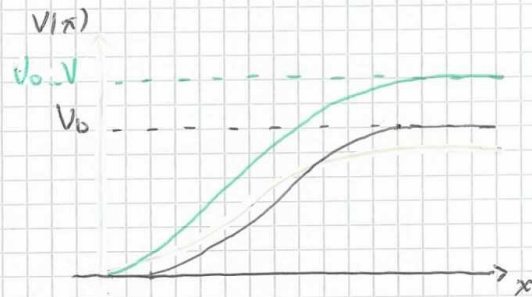
$V > 0$

La funzione pm $\bar{n}$ polarizzata in diretta

$$V(x_n) - V(-x_p) = V_0 - V$$

La barriera di potenziale diminuisce

Nei giunzione sotto corrente e il numero di portatori di carica che superano la barriera cresce esponenzialmente con l'aumentare della barriera di potenziale.



$V < 0$

La funzione pm $\bar{n}$ polarizzata in inversa

$$V(x_n) - V(-x_p) = V_0 + |V|$$

La barriera di potenziale aumenta.

Se all'equilibrio, la corrente di diffusione era bilanciata dalla corrente di trascinamento, adesso la componente di trascinamento spinge gli elettroni verso dx e la lacune verso dx $\rightarrow$ non ci può essere corrente.

ECCESO DI PORTATORI FUORI EQUILIBRIO

Per $V > 0$ alcune lacune possono passare nella parte n, ed alcuni elettroni nella parte p.

→ in x_n : eccesso di lacune rispetto alla condizione di equilibrio;

→ in x_p : eccesso di elettroni rispetto alla condizione di equilibrio;

Calcoliamo l'eccesso di lacune in funzione di V

Dalla condizione di equilibrio $J=0$ risulta:

$$V_0 = V(x_n) - V(-x_p) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{p_0(-x_p)}{p_0(x_n)} \right) \quad \text{con } V_0 = \frac{kT}{q}$$

$$p_0(x_n) = p_0(-x_p) e^{-\frac{V_0}{V_T}}$$

Nell'equilibrio:

$$p_0(x_n) n_0(x_n) = n_i^2$$

$$n_0(x_n) = N_D$$

$$p_0(x_n) = \frac{n_i^2}{n_0(x_n)} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Applichiamo la tensione V e supponiamo che tutta la tensione cada agli estremi della regione di svuotamento

$$V(x_n) - V(-x_p) = V_0 - V$$

Fuori equilibrio corrente di drift e corrente di diffusione non sono bilanciate. Tuttavia è una buona approssimazione usare le soluzioni all'equilibrio:

$$V_0 - V = V(x_n) - V(-x_p) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{p_0(-x_p)}{p(x_n)} \right)$$

Le correnti di drift e di diffusione sono molto grandi, e per tensioni moderate lo bilanciamento tra le due è piccolo.

Abbiamo supposto di essere in condizione di basso iniezione.

$$\begin{aligned} p(x_m) &= p_0(-x_p) e^{-\frac{V_0 - V}{V_T}} \\ &= p_0(-x_p) e^{-\frac{V_0}{V_T}} e^{\frac{V}{V_T}} \\ &= p_0(x_m) e^{\frac{V}{V_T}} \\ &= \frac{n_i^2}{N_D} e^{\frac{V}{V_T}} \end{aligned}$$

La concentrazione $p(x_m)$ aumenta esponenzialmente rispetto alla condizione di equilibrio $p_0(x_m)$.

Eccesso di portatori minoritari: $\delta p(x_m) = p(x_m) - p_0(x_m)$

$$\delta p(x_m) = p_0(x_m) \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

Questa è l'INIEZIONE DI PORTATORI MINORITARI in presenza di polarizzazione.

In condizioni di basso iniezione:

$$\begin{cases} \delta p(x_m) \gg p_0(x_m) \\ \delta n(x_m) \ll n_0(x_m) = N_D \end{cases}$$

Prodotto mp fuori equilibrio, in presenza di iniezione dovuta all'applicamento della tensione:

$$n(x_m)p(x_m) = n_0(x_m)p_0(x_m) e^{\frac{V}{V_T}} = n_i^2 e^{\frac{V}{V_T}}$$

Per gli elettroni iniettati in $-x_p$:

$$n(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V}{V_T}}$$

$$\begin{aligned} \delta n(-x_p) &= n(-x_p) - n_0(-x_p) = n_0(-x_p) \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\ &= \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$n(-x_p)p(-x_p) = n_0(-x_p)p_0(-x_p) e^{\frac{V}{V_T}} = n_i^2 e^{\frac{V}{V_T}}$$

L'eccesso di portatori minoritari, prodotto da una V esterna, è inversamente proporzionale alla concentrazione di portatori maggioritari.

Se una parte è molto depleta l'eccesso di portatori minoritari, prodotto da V esterna, è piccolo.

Un'altra maniera per dimostrare le relazioni precedenti:

Se l'equilibrio E_f è costante, e la concentrazione di elettroni e di lacune sia nella parte p che nella parte n sono fissati dalla posizione di E_f rispetto a E_i :

$$n = n_i e^{\frac{E_f - E_i}{kT}}; \quad p = n_i e^{\frac{E_i - E_f}{kT}}$$

$$np = n_i^2$$

Applicando un V esterno, in condizioni di basso iniezione, se si giunge alla regione di arricchimento, la concentrazione di portatori maggioritari è la stessa di quella in equilibrio.

Dim p : $p = p_0 \approx N_A$

Dim n : $n = n_0 \approx N_D$

Per $x > x_n$, varremo un E_{fn} che determina la concentrazione di elettroni, posizionato rispetto ad E_c ed E_v come nella condizione di equilibrio poiché la concentrazione di elettroni non cambia nella condizione di basso iniezione.

Per $x < x_p$, varremo un E_{fp} che determina la concentrazione di lacune, posizionato rispetto ad E_c ed E_v come nella condizione di equilibrio.

I due livelli di Fermi sono adesso separati di $q \cdot V$.



On x_m , la concentrazione di elettroni:

$$n = n_i e^{\frac{E_{fm} - E_i}{kT}} = n_0 = N_0$$

La concentrazione di lacune:

$$\begin{aligned} qV &= E_{fm} - E_{fp} \\ E_{fp} &= E_{fm} - qV \\ p &= n_i e^{\frac{E_i - E_{fp}}{kT}} = n_i e^{\frac{E_i - E_{fm} + qV}{kT}} \\ n_p &= n_i^2 e^{\frac{E_{fm} - E_i + E_i - E_{fm} + qV}{kT}} \\ n_p &= n_i^2 e^{\frac{qV}{kT}} \quad \text{RELAZIONE DI SHOCKLEY.} \end{aligned}$$

CORRENTI NELLA GIUNZIONE pn

Applicando una V esterna, c'è un flusso di cariche positive da p ad n e di cariche negative da n a p, e quindi scorre una corrente dalla parte p alla parte n.

Determinare l'espressione della corrente:

- 1) Calcolare il profilo di portatori minoritari nella parte n e nella parte p, che dipende dalla diffusione e dalla velocità di ricombinazione dei portatori minoritari stessi;
- 2) Trovato il profilo dei minoritari, la corrente può essere calcolata con l'espressione di drift-diffusion;

1) DISTRIBUZIONE DEI PORTATORI MINORITARI

Come diffonderemo $\delta p(x_n)$ e $\delta n(x_p)$ che vengono a generarsi agli estremi della regione di acciamento a causa dell'allungamento della vita media di portatore?

Nella parte n, c'è un eccesso di lacune δp .

Equazione di continuità stazionaria in condizioni di bassa iniezione:

$$V = R - G = \frac{\delta p(x)}{\tau_p}$$

$$\phi = -\frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_p - U \rightarrow \phi = -\frac{1}{q} \frac{d}{dx} J_p - \frac{\delta p(x)}{\tau_p}$$

e risolviamo per $x > x_m$.

APPROSSIMAZIONE DI QUASI NEUTRALITÀ: $E \approx \phi$ per $x > x_m$

è valida per il calcolo della densità di corrente dei portatori minoritari, perché in condizioni di basso injection la loro concentrazione è molto minore rispetto a quella dei maggioritari.

$$p \ll n \rightarrow pE \ll nE$$

la densità di corrente di lacune può essere scritta solo come corrente di diffusione:

$$J_p = q \mu_p p E - q D_p \frac{d}{dx} p \approx -q D_p \frac{d}{dx} p$$

Per gli elettroni bisogna tener conto di tutte le componenti:

$$J_n = q \mu_n n E + q D_n \frac{d}{dx} n$$

Per $x > x_m$ risulta:

$$\phi = D_p \frac{d^2}{dx^2} p(x) - \frac{\delta p(x)}{\tau_p} \Rightarrow \phi = D_p \frac{d^2}{dx^2} \delta p(x) - \frac{\delta p(x)}{\tau_p}$$

Pongo l'origine degli assi in x_m , perché la diffusione di lacune avviene a partire dall'esterno della regione di svuotamento.

$$\delta p(x) = A \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}} + B \cdot e^{\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}}$$

Lunghezza di diffusione per le lacune: $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$

$$\delta p(x) = A \cdot e^{-x/L_p} + B e^{x/L_p}$$

Condizioni al contatto:

1) Relazione di Shockley ci permette di esprimere $\delta p(x_m)$ all'esterno della regione di svuotamento x_m , in funzione di V .

$$\delta p(\phi) = \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \quad \text{con } x = \phi \text{ in } x = x_m.$$

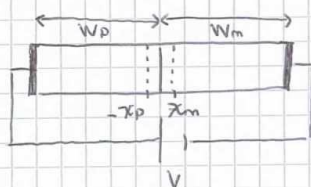
2) Questa condizione dipende dalla giunzione e da quanto spazio hanno i minoritari per ricombinarsi:

W_p : distanza tra contatto positivo e lato della giunzione.

W_m : distanza tra contatto negativo e lato della giunzione.

W_p e W_m sono le distanze dei diodi.

DIODO A BASE LUNGA



$$W_m \gg L_p$$

$W_m \rightarrow \infty$: tutte le lacune hanno sufficientemente spazio per ricombinarsi nella parte n.

La seconda condizione al contorno è: $\lim_{x \rightarrow \infty} \delta p(x) = 0$

$$A = \delta p(0) = \frac{m_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

$$B = 0$$

$$\delta p(x) = \frac{m_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{-x/L_p}, \quad x > x_m \quad \text{e} \quad x=0 \text{ in } x=x_m \quad (\text{PARTE n})$$

$$\delta n(x) = \frac{m_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{x/L_n}, \quad x < -x_p \quad \text{e} \quad x=0 \text{ in } x=-x_p \quad (\text{PARTE p})$$

La carica $\rho(x)$ è praticamente nulla e quindi l'eccesso di maggioritari copia l'eccesso di minoritari

$$\delta n(x) \approx \delta p(x)$$

PARTE n:

$$p \text{ minoritari: } \delta p(x) \gg p_0, \quad \delta p(x) = \frac{m_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{-x/L_p}$$

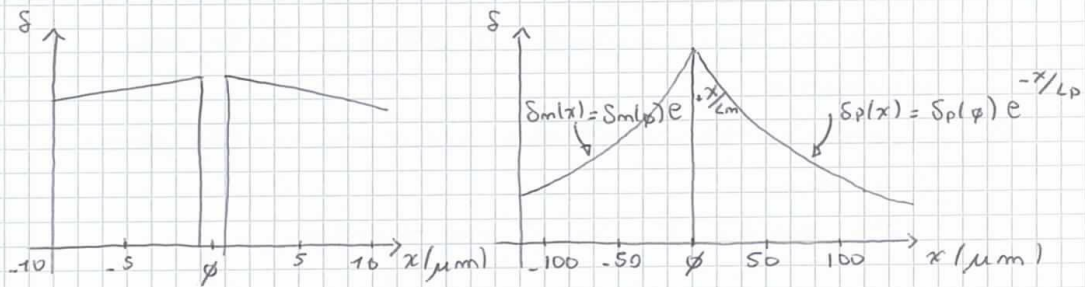
$$n \text{ maggioritari: } \delta n(x) \ll n_0, \quad \delta n(x) = \frac{m_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{-x/L_p}$$

PARTE p:

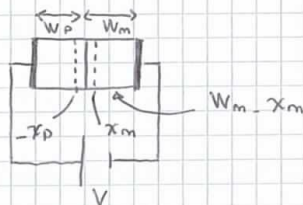
$$n \text{ minoritari: } \delta n(x) \gg n_0, \quad \delta n(x) = \frac{m_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{x/L_n}$$

$$p \text{ maggioritari: } \delta p(x) \ll p_0, \quad \delta p(x) = \frac{m_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{x/L_n}$$

Questi sono i profili dei minoritari nel caso di diodo a base lunga.



Diodo a base corta



$$W_n \ll L_p$$

Molte lacune iniettate in n riscono ad arrivare al contatto senza ricombinarsi in quanto non hanno spazio sufficiente. La ricombinazione avviene tutta al contatto in quanto è ricco di elettroni provenienti dalla esteriorità.

Possiamo risolvere l'equazione di continuità approssimando al 1° ordine:

$$S_p(x) = A \cdot e^{-x/L_p} + B \cdot e^{x/L_p}, \quad e^x \approx 1 + x$$

$$S_p(x) = A - A \frac{x}{L_p} + B + B \frac{x}{L_p} = A + B + (B - A) \frac{x}{L_p} = C + D \frac{x}{L_p}$$

$$S_p(\phi) = p_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \quad (1^a \text{ condizione al contatto})$$

La seconda condizione al contorno è dovuta al fatto che le lacune al contatto si ricombinano immediatamente:

$$S_p(W_n - x_m) = 0$$

W_n comparabile in x_m : è posto $x = \phi$ in $x = x_m$ la coordinata del contatto è $x = W_n - x_m$.

$$C = \delta_P(\varphi) = \frac{m_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{\varphi}{V_T}} - 1 \right)$$

$$D = -\delta_P(\varphi) \frac{L_P}{W_m - x_m}$$

$$\delta_P(x) = \delta_P(\varphi) \left(1 - \frac{x}{W_m - x_m} \right)$$

nel caso più generale se dato non è né a base lunga né a base corta, W_m e W_p sono comparabili con L_p e L_m .

$$\delta_P(x) = A \cdot e^{-\frac{x}{L_P}} + B \cdot e^{\frac{x}{L_P}}$$

Prima condizione al contorno: $A + B = \delta_P(\varphi)$

Seconda condizione al contorno: $\delta_P(W_m - x_m) = \varnothing$

$$A e^{-\frac{W_m - x_m}{L_P}} + B e^{\frac{W_m - x_m}{L_P}} = \varnothing$$

Approssimazione diretta: $W_m - x_m \approx W_m$

$$A + B = \delta_P(\varphi) \quad , \quad A e^{-\frac{W_m}{L_P}} + B e^{\frac{W_m}{L_P}} = \varnothing$$

$$A = \delta_P(\varphi) \frac{e^{\frac{W_m}{L_P}}}{e^{\frac{W_m}{L_P}} - e^{-\frac{W_m}{L_P}}} \quad , \quad B = -\delta_P(\varphi) \frac{e^{-\frac{W_m}{L_P}}}{e^{-\frac{W_m}{L_P}} - e^{\frac{W_m}{L_P}}}$$

$$\delta_P(x) = \delta_P(\varphi) \frac{e^{\frac{W_m}{L_P}}}{e^{\frac{W_m}{L_P}} - e^{-\frac{W_m}{L_P}}} e^{-\frac{x}{L_P}} - \delta_P(\varphi) \frac{e^{-\frac{W_m}{L_P}}}{e^{-\frac{W_m}{L_P}} - e^{\frac{W_m}{L_P}}} e^{\frac{x}{L_P}}$$

CALCOLO DELLE CORRENTI

Analizziamo l'iniezione di lacune in n. Per x_L , x_p e x_n , x_m , $E \approx \phi$ la densità di corrente dei minoritari è dovuta solo alla diffusione:

$$J_p(x) = -q D_p \frac{d}{dx} \delta_p(x)$$

La densità di corrente dei maggioritari risulta:

$$J_m(x) = q \mu_n n_0 E + q D_m \frac{d}{dx} m(x)$$

Consideriamo le diodi a base lunga:

$$\delta_p(x) = \delta_p(\phi) e^{-x/L_p} = \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T} - 1} \right) e^{-x/L_p}$$

$$J_p(x) = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T} - 1} \right) e^{-x/L_p}$$

La densità di corrente decresce esponenzialmente con x come il profilo dei portatori minoritari. Le lacune dipendono nella parte n, portando la corrente, ma mano a mano che dipendono di ricombinazione, ce ne sono sempre di meno, e quindi la corrente di lacune diminuisce con un andamento esponenziale.

$$J_m(x) = q \frac{D_m}{L_m} \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T} - 1} \right) e^{\frac{x}{L_m}}, \quad \text{con } x=0 \text{ in } x = -x_p$$

per gli elettroni iniettati in p.

Supponiamo che la giunzione sia fortemente asimmetrica p^+n l'iniezione di elettroni in p è molto piccola, poiché $J_m(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T} - 1} \right)$, e quindi può essere trascurata poiché N_A è grande.

Per $V > \phi$ applicata in p^+ :

Il contatto positivo della batteria inietta lacune che scendono verso il piano della giunzione portate da un piccolissimo campo elettrico e quindi la corrente nella parte p^+ è essenzialmente dovuta alla trascorrenza di lacune tra contatto positivo e piano della giunzione.

Infine, le lacune vengono iniettate in n poiché la corrente è all'incirca uguale alla condizione di equilibrio, ed

vicinano all'estremo della regione di svuotamento x_m . Trascuriamo le pochissime lacune che si ricombinano nella regione di svuotamento ($W \ll L_p$). Da questo punto in poi scivolano per diffusione, poiché sia il campo elettrico che la concentrazione di lacune sono piccoli ($J_p(x)$ e e^- piccolo).

Non meno che diffondono, le lacune ricombinano ricreando elettroni dal contatto negativo della batteria. Gli elettroni scivolano dal contatto negativo, sostituendo quelli che scompaiono perché ricombinati con le lacune.

Nella parte n la concentrazione di lacune è massima in x_m , da dove iniziano a diffondere ricombinandosi. All'estremo della regione di svuotamento x_m la corrente totale J della giunzione è quella di diffusione delle lacune:

$$J = J_p|_{x=x_m} = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

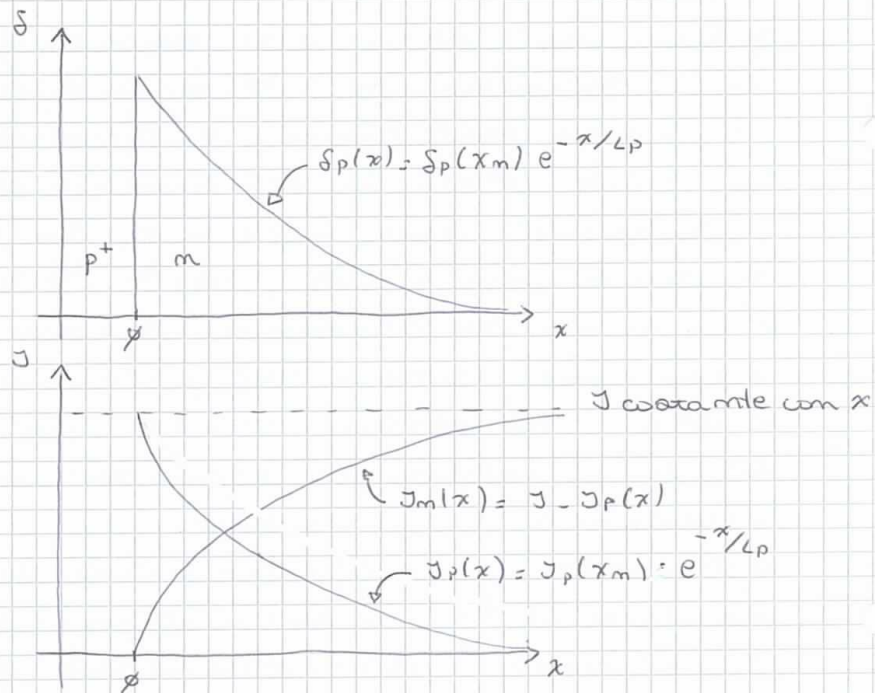
La densità di corrente totale media giunzione $p+n$ risulta pari alla corrente di diffusione delle lacune in x_m .

$$J = J_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \quad \text{con } J_0 = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D}$$

J_0 : Densità di corrente di saturazione inversa del diodo

Nella parte n, la corrente totale è costante, e la corrente di lacune e di elettroni sono complementari.

$$J = \text{costante} = J_p(x) + J_n(x)$$



Per gli elettroni:

$$J_m(x) = q \mu_n n(x) E(x) + q D_n \frac{d}{dx} \delta_n(x)$$

Il campo elettrico può essere calcolato con l'equazione di Poisson.

Da condizioni di carica neutrale: $n(x) = n_0 + \delta_n(x) \approx n_0$

$$J = J_p(x) + J_m(x) = -q D_p \frac{d}{dx} \delta_p(x) + q \mu_n n_0 E(x) + q D_n \frac{d}{dx} \delta_n(x)$$

$$q \mu_n n_0 E(x) = J - q (D_n - D_p) \frac{d}{dx} \delta_p(x) \quad \text{con} \quad \delta_n(x) \approx \delta_p(x)$$

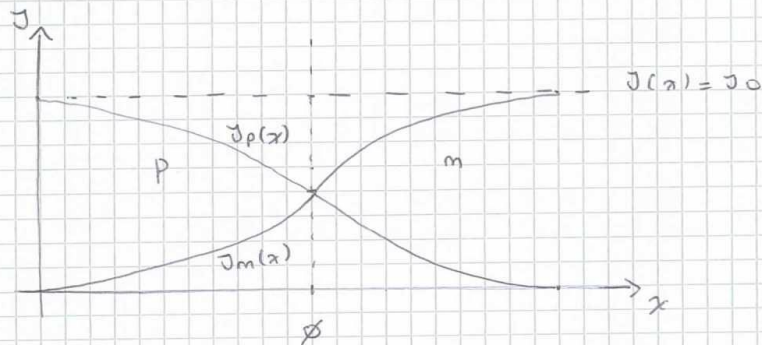
Nel caso in cui la giunzione non sia asimmetrica, cioè l'iniezione sia di lacune in n che di elettroni in p. Una nota iniettata, le lacune in n diffondono in maniera indipendente dagli elettroni in p. La corrente totale della giunzione sarà data dalla somma delle correnti di diffusione di lacune in x_m , e dalla corrente di diffusione di elettroni in $-x_p$.

$$J = J_n(x) \Big|_{x=-x_p} + J_p(x) \Big|_{x=x_m}$$

$$J = \left(q \frac{D_p}{L_p} \frac{m_i^2}{N_D} + q \frac{D_n}{L_n} \frac{m_i^2}{N_A} \right) \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = J_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

J_0 è adesso costituita da due componenti relative alle lacune iniettate in n e agli elettroni iniettati in p.

$$J_0 = \left(q \frac{D_p}{L_p} \frac{m_i^2}{N_D} + q \frac{D_n}{L_n} \frac{m_i^2}{N_A} \right)$$



Il contatto positivo deve iniettare in p sia le lacune necessarie per sostituire quelle che si ricombinano con gli elettroni, sia le lacune che verranno iniettate in n. Stessa cosa per il contatto negativo.

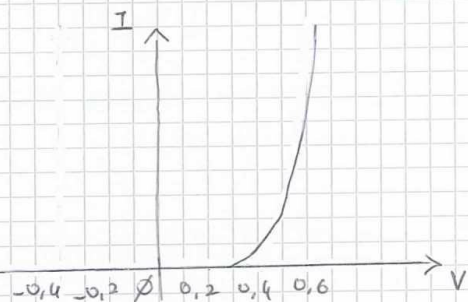
$$I = J \cdot S \Rightarrow I_0 = J_0 \cdot S = q S \left(\frac{D_p}{L_p} \frac{m_i^2}{N_D} + \frac{D_n}{L_n} \frac{m_i^2}{N_A} \right)$$

Da cui si ricava la caratteristica I-V

$$I = I_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

Per $V > 4 \cdot 5 V_T$, la corrente diventa molto grande aumentando rapidamente con V.

Per $V < 0$, il termine $\exp$ decade rapidamente a 0, per cui la corrente assume - I_0 .



Amplificazione è dovuto a base corta

$$\delta p(x) = \delta p(\phi) \left(1 - \frac{x}{W_m - x_m} \right)$$

$$J_p(x) = -q D_p \frac{d}{dx} \delta p(x) = q \frac{D_p}{W_m - x_m} \delta p(\phi) = q \frac{D_p}{W_m - x_m} \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

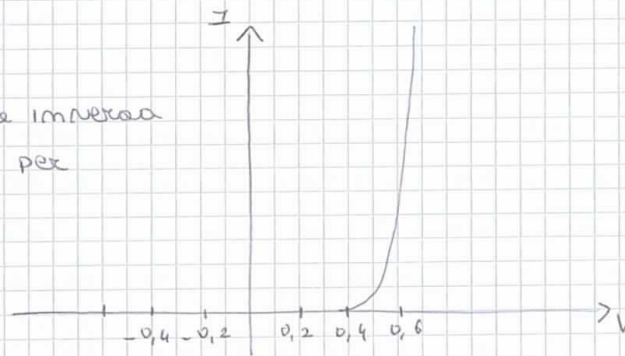
La corrente di diffusione è indipendente da x .

Se sia la parte n che la parte p sono corte, avremo che la corrente totale è data dalla somma delle correnti di lacuna e di elettroni:

$$I = qS \left(\frac{D_p}{W_m - x_m} \frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_m}{W_p - x_p} \frac{n_i^2}{N_A} \right) \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = I_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

$$\text{con } I_0 = qS \left(\frac{D_p}{W_m - x_m} \frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_m}{W_p - x_p} \frac{n_i^2}{N_A} \right)$$

La corrente di saturazione inversa è in generale più alta per un diodo a base corta rispetto ad un diodo a base lunga

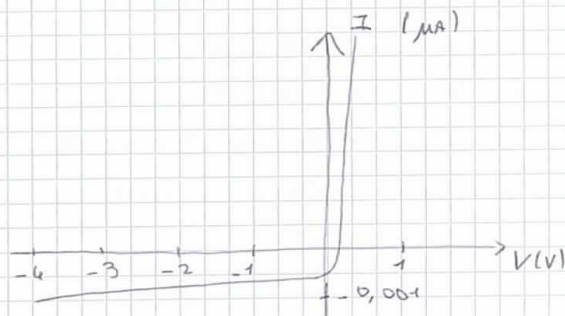


Per $V > \phi$ la regione di saturamento diminuisce e si può considerare $W_p > x_p$ e $W_m > x_m$ e risulta:

$$I_0 = qS \left(\frac{D_p}{W_p} \frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_m}{W_m} \frac{n_i^2}{N_A} \right)$$

Per $V < \phi$, l'ampiezza della regione di saturamento aumenta con $|V|$

Per valori di $|V|$ sufficientemente elevati, in univolta, è possibile che la regione di saturamento raggiunga un'ampiezza pari ad una delle basi del diodo.



In questo caso la corrente invece aumenta
 repentinamente ed il diodo perde la sua funzionalità.

Questo fenomeno tipico dei dispositivi a base di GaAs
 è detto: PUNCH-THROUGH della giunzione.

nel caso di diodo a base germanica W:

$$\delta p(x) = \delta p(\varphi) \frac{e^{\frac{W_m}{L_p}} - e^{-\frac{x}{L_p}}}{e^{\frac{W_m}{L_p}} - e^{-\frac{W_m}{L_p}}} - \delta p(\varphi) \frac{e^{-\frac{W_m}{L_p}} - e^{\frac{x}{L_p}}}{e^{-\frac{W_m}{L_p}} - e^{\frac{W_m}{L_p}}}$$

$$J = -q D_p \frac{d}{dx} \delta p(x) \Big|_{x=\varphi \text{ in } x_m} = q \frac{D_p}{L_p} \frac{e^{\frac{W_m}{L_p}} + e^{-\frac{W_m}{L_p}}}{e^{\frac{W_m}{L_p}} - e^{-\frac{W_m}{L_p}}} \delta p(\varphi)$$

$$\text{con } \delta p(\varphi) = p_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

$$\text{con } \coth\left(\frac{W_m}{L_p}\right) = \frac{e^{\frac{W_m}{L_p}} + e^{-\frac{W_m}{L_p}}}{e^{\frac{W_m}{L_p}} - e^{-\frac{W_m}{L_p}}}$$

Per una giunzione p⁺n reversibile:

$$J = q \frac{D_p}{L_p} \coth\left(\frac{W_m}{L_p}\right) p_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

CARICHE E CAPACITÀ NELLA GIUNZIONE pn REGIONE DI SVUOTAMENTO

Nella regione pn ci sono cariche immagazzinate, dovute sia alla regione di svuotamento che all'eccesso di portatori minoritari quando $V > 0$.

Applicando una V ad un condensatore, si generano cariche sulle due armature uguali in valore assoluto

$$Q^+ = Q^- = Q = C \cdot V$$

La carica nella regione di svuotamento è:

$$Q^+ = q N_D x_m = Q^- = q N_A x_p$$

$\uparrow$ $\uparrow$
dovuta a dovuta ad accettori
donatori ionizzati ionizzati

Q^+ e Q^- sono cariche per u. di superficie (C/m^2)

La differenza del condensatore a giunzioni piane parallele Q non varia linearmente con V .

$$x_m = W(V) \frac{N_A}{N_A + N_D}$$

Definiamo una capacità differenziale: $C = \frac{dQ}{dV}$

Capacità differenziale per u. di superficie (F/m^2)

Calcolo Q^+ :

$$Q = q N_D x_m = q W \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} x_m = q \sqrt{\frac{2 \epsilon_s}{q} \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} (V_0 - V)} \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} =$$
$$= \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \sqrt{2 \epsilon_s q \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} (V_0 - V)}$$

$$\frac{dQ}{dV} = \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \cdot \frac{1}{2 \sqrt{2 \epsilon_s q \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} (V_0 - V)}} \cdot 2 \epsilon_s q \cdot \frac{N_D + N_A}{N_D N_A}$$

$$= \frac{\epsilon_s}{\sqrt{2 \epsilon_s q \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} (V_0 - V)}} = \frac{\epsilon_s}{W}$$

$$C_w = \frac{dQ}{dV} = \frac{\epsilon_s}{W} \quad (F/m^2)$$

Per $V > \phi$, $W \downarrow$ e quindi $C_w \uparrow$.

CARICA DOVUTA AI PORTATORI INIETTATI

Se $V > \phi$ è presente anche la carica dovuta ai minoritari iniettati

$$\text{Im } n \quad \delta p(x) \approx \delta n(x) \rightarrow \rho(x) = q \delta p(x) - q \delta n(x) = 0 \\ \rightarrow Q_{\text{tot}} = 0$$

Tuttavia eccessi di elettroni e di lacune sono posti a potenziali diversi, poiché δp è in B_v e δn è in B_c e quindi le due concentrazioni sono separate da una ddp $V_G = E_G/q$.

Abbiamo un condensatore la cui carica non dipende da V_G , ma dalla V esterna applicata. La carica in eccesso è presente solo per $V > \phi$ per cui si ha iniezione di minoritari.

$$Q = q \int_{\phi}^{+\infty} \delta p(x) dx = q \int_{\phi}^{+\infty} \delta n(x) dx$$

nel caso a barriera lunga: $\delta p(x) = p_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_p}}$

$$\rightarrow Q = q \int_{\phi}^{+\infty} p_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{-x/L_p} dx = q p_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \left(-L_p e^{-x/L_p} \right) \Big|_{\phi}^{+\infty} \\ = q p_0 L_p \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \quad \text{con } p_0 = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Questa è la carica immagazzinata nella parte n di una giunzione p^n , dovuta all'iniezione di minoritari.

$$C_{\text{diff}} = \frac{dQ}{dV} = \frac{q p_0 L_p}{V_T} e^{\frac{V}{V_T}} \quad (F/m^2)$$

$$C_{\text{diff}} = S \frac{q p_0 L_p}{V_T} e^{\frac{V}{V_T}} \quad (F)$$

Questa espressione è valida per una giunzione p^+n nella quale l'iniezione di elettroni è trascurabile.

nel caso di giunzione p-n omogenea, la seguente espressione ha sommato la capacità differenziale dov'è l'eccesso di elettroni in iniettati nella parte p.

Le tensioni e le correnti si dividono in due grandi classi: di polarizzazione e di segnale.

Si polarizza il diodo con V_e e I_e continue. Il punto (V_e, I_e) si chiama punto di lavoro o di riposo.

Si considerano poi piccole variazioni intorno a questo punto

$$V(t) = V_e + \Delta V(t) \quad \text{con } \Delta V(t) \ll V_e$$

$$I(t) = I_e + \Delta I(t) \quad \text{con } \Delta I(t) \ll I_e$$

Per queste piccole variazioni il diodo può essere linearizzato.

Il diodo si può schematizzare come una resistenza differenziale:

$$r_d = \left. \frac{\partial V}{\partial I} \right|_{\substack{V=V_e \\ I=I_e}} \rightarrow \frac{1}{r_d} = \left. \frac{\partial I}{\partial V} \right|_{\substack{V=V_e \\ I=I_e}} = \frac{I_0}{V_T} e^{\frac{V_e}{V_T}}$$

$$\text{Se } V_e \text{ è grande: } I_e = I_0 \left(e^{\frac{V_e}{V_T}} \right) \approx I_0 e^{\frac{V_e}{V_T}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{r_d} = \frac{I_e}{V_T}$$

$$\text{Consideriamo una giunzione p-n: } I_0 = S q \frac{m_i^2}{N_D} \frac{D_p}{L_p}$$

$$\frac{1}{r_d} = \frac{S}{V_T} q \frac{m_i^2}{N_D} \frac{D_p}{L_p} e^{\frac{V_e}{V_T}}$$

$$\frac{D_p}{L_p} = \frac{D_p}{L_p} \frac{\tau_p}{\tau_p} = \frac{L_p^2}{L_p} \cdot \frac{1}{\tau_p} = \frac{L_p}{\tau_p}$$

$$\frac{1}{r_d} = \frac{S}{V_T} q \frac{m_i^2}{N_D} \frac{L_p}{\tau_p} e^{\frac{V_e}{V_T}} = \frac{C_{diff}}{\tau_p}$$

$$\rightarrow \tau_p = r_d C_{diff} \quad ; \quad \text{tempo di vita media dei portatori minoritari}$$

