

ALGEBRA LINEARE

[Fotocopie di Appunti tratti dal Libro 'Complementi di Algebra Lineare e Prerequisiti su Norme e Spazi Metrici']

A CURA DI ALESSANDRO PAGHI

PROFESSORE: Antonio Pasini (<http://www3.diism.unisi.it/people/person.php?id=3>)

LINK AL CORSO ANNO 2013/2014:

<http://www3.diism.unisi.it/FAC/index.php?bodyinc=didattica/inc.insegnamento.php&id=54635&aa=2013>

FREQUENTAZIONE: Sconsigliata.

RUDIMENTI DI TEORIA DEGLI ERRORI

MODI DI RAPPRESENTARE I NUMERI

NATURALI ($\mathbb{N}$)

Base: $b \geq 1$, $b \in \mathbb{N}$

$n \in \mathbb{N}$

$$n = m_k b^k + m_{k-1} b^{k-1} + \dots + m_1 b + m_0$$

Cifre di rappresentazione: $m_0, m_1, \dots, m_k \in \mathbb{N}$: $m_x < b$,
 $\forall x \in \mathbb{N}$.

$$n \geq 0 \Rightarrow m_k \geq 0$$

$$n = 0 \Rightarrow k = 0 = m_0$$

k [ordine di grandezza di n].

INTERI ($\mathbb{Z}$)

$n \in \mathbb{Z}$

Premettere alla rappresentazione di $|n|$ un
simbolo (+ o -).

RAZIONALI ($\mathbb{Q}$)

$$r = \frac{u}{v} \in \mathbb{Q}, \quad u, v \in \mathbb{Z}$$

r : coppia ordinata di numeri interi.

I numeri razionali possono essere rappresentati
tutte approssimazioni, ma c'è sempre un
limite superiore all'ordine di grandezza dei
numeri interi che si possono usare.

REALI ($\mathbb{R}$) IN VIRGOLA MOBILE

$$a \neq 0, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$b \geq 1, \quad b \in \mathbb{N}$$

$$a = (\sigma, u, A)$$

σ : segno

u : caratteristica di a

$A = (a_i)_{i=1}^{\infty}$ [mantissa completa di a]

$$a = \sigma b^u \cdot \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cdot b^{-i}$$

$$1) 327_{10} = (+, 3, (3, 2, 7, 0, 0, \dots)) = 10^3 \cdot 0,327$$

$$2) (+, 5, (1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, \dots)) \quad b = 10$$

$$a = 10^5 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{2}{10^6} + \frac{3}{10^7} + \dots \right)$$

$$= 10^5 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} \right) \cdot \frac{1}{10^{4 \cdot i}}$$

$$= 10^5 \cdot 0,12301230123 \dots$$

$$= 12301,230123 \dots = 10^5 \cdot 0,1230 \overline{1230} \leftarrow \text{PERIODICO}$$

$$3) (+, -3, (1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, \dots)) \quad b = 10$$

$$a = 10^{-3} \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^7} + \dots \right)$$

$$= 10^{-3} \cdot 0,1011001 \dots$$

$$= 0,0001011001 \dots \leftarrow \text{NON PERIODICO}$$

Un numero reale è razionale se e solo se la sua rappresentazione decimale è finita oppure periodica, altrimenti è irrazionale.

REALI $(\mathbb{R})$ IN VIRGOLA FISSA

$$a \neq 0, a \in \mathbb{R}$$

$$b \geq 1, b \in \mathbb{N}$$

$$K, R \geq 0, K, R \in \mathbb{N}$$

$$a = K e_{10^b}, R e_{10^b}$$

$$1) K, R = 6; \quad b = 10$$

$$\text{Max numero: } 999'999,999999$$

$$\text{min numero: } 000000,000001$$

ORDINI DI GRANDEZZA

$n \in \mathbb{N}$: k

$u \in \mathbb{Z}$: ordine di grandezza di $|u|$.

$r \in \mathbb{Q}$: differenza fra gli ordini di grandezza di u e v .

$a \in \mathbb{R}$: $u-1$.

ERRORI E LORO PROPAGAZIONE

$b \in \mathbb{N}$, $b = 10$

$m \in \mathbb{N}$: numero di cifre della mantissa.

$a \in \mathbb{R}$, a^* approssimazione di a .

$a \neq a^*$

$$\Delta_a [\text{ERRORE ASSOLUTO}] = a - a^*$$

$$\delta_a [\text{ERRORE RELATIVO}] = \frac{\Delta_a}{a}$$

• ERRORI DI ARROTONDAMENTO

Arrotondamento Per Troncamento

$a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}^+$

$$a = 10^u \cdot 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_{m-1} a_m a_{m+1} \dots$$

$a \neq a^*$

$$a^* = 10^u \cdot 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_{m-1} a_m$$

$$\boxed{a^* \leq a}$$

$$\Delta_a = a - a^*, \quad a_i \leq 9 \quad \forall i > m$$

$$10^u \cdot \left(\frac{9}{10^{m+1}} + \frac{9}{10^{m+2}} + \frac{9}{10^{m+3}} + \dots \right) = 10^u \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (9 \cdot 10^{-m-1-i})$$

$$= 10^u \cdot 10^{-m-1} \cdot 9 \cdot \left(\sum_{i=0}^{\infty} 10^{-i} \right) \rightarrow 1, \overline{1} = \frac{10}{9}$$

$$= 10^{u-m-1} \cdot \cancel{9} \cdot \frac{10}{\cancel{9}} = 10^{u-m-1+1} = 10^{u-m}$$

$$\Delta_a = a - a^* \leq 10^{u-m}$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a}$$

$$a^* = 10^u \cdot 0, a_1 a_2 \dots a_m \geq 10^u \cdot 0, 1 = 10^{u-1}$$

$$\delta_a \leq \frac{10^{u-m}}{10^{u-1}} = 10^{-m+1}$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a} \leq 10^{-m+1} = 10^{-m}$$

Approssimazione Migliore

$$a^* = 10^{-u} \cdot 0, a_1 a_2 \dots a_m + \varepsilon \cdot 10^{-m}, \quad \varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{se } a_{m+1} \leq 4 \\ 1 & \text{se } a_{m+1} > 4 \end{cases}$$

$$- a_{m+1} \leq 4$$

$$a_i \leq 9, \quad \forall i > m+1$$

$$\boxed{a^* \leq a}$$

$$10^{-u} \cdot \left(\frac{4}{10^{m+1}} + \frac{9}{10^{m+2}} + \frac{9}{10^{m+3}} + \dots \right) = 10^{-u} \cdot \left(\frac{4}{10^{m+1}} + \sum_{i=0}^{\infty} (9 \cdot 10^{-m-2-i}) \right)$$

$$= 10^{-u} \cdot \left(\frac{4}{10^{m+1}} + 9 \cdot 10^{-m-2} \cdot \underbrace{\sum_{i=0}^{\infty} 10^{-i}}_{1, \bar{1} = \frac{10}{9}} \right)$$

$$= 10^{-u} \cdot \left(4 \cdot 10^{-m-1} + 9 \cdot 10^{-m-2} \cdot \frac{10}{9} \right) = 10^{-u} \cdot (5 \cdot 10^{-m-1})$$

$$= 10^{-u} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{10 \cdot 10^m} = \frac{1}{2} \cdot 10^{u-m}$$

$$\Delta_a = a - a^* \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{u-m}$$

$$a^* \geq 10^{u-1}$$

$$\delta_a \leq \frac{\frac{1}{2} \cdot 10^{u-m}}{10^{u-1}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-m+1}$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a} \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{m+1} = \frac{1}{2} \cdot 10^m$$

$$- a_{m+1} > 4$$

$$\Delta_a < 0$$

$$\boxed{a^* \geq a}$$

$$|\Delta_a| = a - a^* \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{u-m}$$

$$\delta_a = \frac{|\Delta_a|}{a} \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-m}$$

$$\delta \text{ [ERRORE STANDARD]} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-m}$$

• MOLTIPLICAZIONI

$$a, b \in \mathbb{R} \quad a \vdash a^*, \quad b \vdash b^*$$

$$\begin{aligned} a^* &= 10^u \cdot \alpha & \alpha &= 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \\ b^* &= 10^v \cdot \beta & \beta &= 0, b_1 b_2 \dots b_m \end{aligned} \quad u, v \in \mathbb{Z}$$

$$a = a^* + \Delta_a \quad b = b^* + \Delta_b$$

$$\begin{aligned} ab &= a^* b^* + \Delta_a b^* + \Delta_b a^* + \Delta_a \Delta_b \\ &= 10^u \cdot \alpha \cdot 10^v \cdot \beta + \Delta_a b^* + \Delta_b a^* + \Delta_a \Delta_b \\ &= 10^{u+v} \cdot \alpha\beta + \Delta_a b^* + \Delta_b a^* + \Delta_a \Delta_b \end{aligned}$$

$\alpha\beta$ ha una mantissa composta da $2m$ cifre significative e due zeri arrotondati.

$$\alpha\beta \vdash (\alpha\beta)^* \Rightarrow a^* b^* \vdash (a^* b^*)^*$$

$$(a^* b^*)^* = 10^{u+v} \cdot (\alpha\beta)^*$$

$$\Delta = a^* b^* - (a^* b^*)^*$$

$$\Delta_{ab} = \Delta + \Delta_a b^* + \Delta_b a^* + \Delta_a \Delta_b$$

$$\begin{aligned} \delta_{ab} &= \frac{\Delta_{ab}}{ab} = \frac{\Delta + \Delta_a b^* + \Delta_b a^* + \Delta_a \Delta_b}{ab} \\ &= \frac{\Delta}{ab} + \frac{\Delta_a b^*}{ab} + \frac{\Delta_b a^*}{ab} + \frac{\Delta_a \Delta_b}{ab} \\ &= \frac{\Delta}{ab} + \delta_a \underbrace{\left(\frac{b^*}{b}\right)}_{\downarrow 1} + \delta_b \underbrace{\left(\frac{a^*}{a}\right)}_{\downarrow 1} + \underbrace{\delta_a \delta_b}_{\downarrow 0} \approx \frac{\Delta}{ab} + \delta_a + \delta_b \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta}{ab} \approx \frac{\Delta}{a^* b^*} \rightarrow \frac{|\Delta|}{a^* b^*} = \delta$$

$$\delta_{ab} = \delta + |\delta_a + \delta_b|$$

Gli errori si possono accumulare nell'esecuzione di una serie di operazioni se ciascun fattore è affetto da errore relativo di entità paragonabile con δ , il risultato finale potrebbe essere affetto da un δ di grandezza:

$$(2m-1)\delta = \frac{2m-1}{2} \cdot 10^{-m} \approx m \cdot 10^{-m}, \quad m: \text{numero fattori}$$

• DIVISIONI

$$a, b \in \mathbb{R} \quad a \approx a^*, b \approx b^*$$

$$a^* = 10^u \cdot \alpha \quad \alpha = 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m$$

$$b^* = 10^v \cdot \beta \quad \beta = 0, \beta_1 \beta_2 \dots \beta_m \quad u, v \in \mathbb{Z}$$

$$a = a^* + \Delta a \quad b = b^* + \Delta b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a^* + \Delta a}{b^* + \Delta b} = \frac{\frac{a^*}{b^*} + \frac{\Delta a}{b^*} \cdot \left(\frac{a}{a^*}\right)}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}} = \frac{\frac{a^*}{b^*} + \frac{\Delta a}{a^*} \cdot \frac{a^*}{b^*}}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}}$$

$$= \frac{\frac{a^*}{b^*} + \frac{\Delta a}{a^*} \cdot \frac{a^*}{b^*}}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}} = \frac{\frac{a^*}{b^*} (1 + \frac{\Delta a}{a^*})}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}} = \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta a}{a^*}}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}}$$

$$= \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta a}{a^*}}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}} = \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta a}{a^*}}{1 + \frac{\Delta b}{b^*}}$$

$$\frac{\Delta a}{a^*} \approx \delta a \quad ; \quad \frac{\Delta b}{b^*} \approx \delta b$$

$$\approx \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{1 + \delta a + \frac{\delta a^2}{2}}{1 + \delta b} \approx \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{1 + \delta a}{1 + \delta b}$$

$$\frac{a^*}{b^*} + \left(\frac{a^*}{b^*}\right)^*$$

$$\Delta = \frac{a^*}{b^*} - \left(\frac{a^*}{b^*}\right)^*$$

$$\Delta_{a/b} = \frac{a}{b} - \left(\frac{a^*}{b^*}\right)^* = \frac{a}{b} - \frac{a^*}{b^*} + \Delta = \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{1 + \delta a}{1 + \delta b} - \frac{a^*}{b^*} + \Delta$$

$$= \frac{a^*}{b^*} \cdot \left(\frac{1 + \delta a}{1 + \delta b} - 1\right) + \Delta = \frac{a^*}{b^*} \cdot \left(\frac{1 + \delta a - 1 - \delta b}{1 + \delta b}\right) + \Delta$$

$$= \frac{a^*}{b^*} \cdot \left(\frac{\delta a - \delta b}{1 + \delta b}\right) + \Delta \approx \frac{a^*}{b^*} (\delta a - \delta b) + \Delta$$

$$\delta_{a/b} = \frac{\Delta_{a/b}}{\left(\frac{a}{b}\right)}$$

$$\frac{a}{b} \approx \frac{a^*}{b^*} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right) \approx \left(\frac{a^*}{b^*}\right)$$

$$= \frac{a^*}{b^*} \cdot \frac{(\delta a - \delta b) + \Delta}{\left(\frac{a^*}{b^*}\right)} = \delta a - \delta b + \frac{\Delta}{\left(\frac{a^*}{b^*}\right)} \approx \delta + |\delta a - \delta b|$$

• SOMME

$$a, b \in \mathbb{R} \quad a \vdash a^*, b \vdash b^*$$

$$a^* = 10^u \cdot \alpha \quad \alpha = 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m$$

$$b^* = 10^v \cdot \beta \quad \beta = 0, \beta_1 \beta_2 \dots \beta_m$$

$$u, v \in \mathbb{Z}$$

$$a = a^* + \Delta_a \quad b = b^* + \Delta_b$$

$$a + b = a^* + b^* + \Delta_a + \Delta_b$$

Desidero ingrandire gli ordini di grandezza di a^* e b^* .

Sia $u \geq v$:

b^* avrà una mantissa di $m+u-v$ cifre:

$$b^* = 10^u \cdot 0,00\dots00\beta_1\beta_2\dots\beta_m$$

con $u-v$ occorrenze di zero.

Esprimiamo la nuova mantissa fino ad un massimo di $2m$ cifre e trasformo b^* in:

$$m+u-v \geq 2m \quad ; \quad u-v \geq m$$

$$b^* \vdash b^{**}$$

$$\Delta' = b^* - b^{**}$$

$$a^* + b^{**} \vdash (a^* + b^{**})^*$$

$$\Delta'' = a^* + b^{**} - (a^* + b^{**})^*$$

$$\Delta_{a+b} = a + b - (a^* + b^{**})^* = \Delta_a + \Delta_b + \Delta' + \Delta''$$

$$\delta_{a+b} = \frac{\Delta_{a+b}}{a+b} = \frac{\Delta_a + \Delta_b + \Delta' + \Delta''}{a+b} = \frac{\Delta_a}{a+b} + \frac{\Delta_b}{a+b} + \frac{\Delta' + \Delta''}{a+b}$$

$$= \delta_a \cdot \frac{a}{a+b} + \delta_b \cdot \frac{b}{a+b} + \frac{|\Delta'| + |\Delta''|}{a+b}$$

$$|\delta_{a+b}| \leq |\delta_a| + |\delta_b| + \frac{|\Delta'| + |\Delta''|}{a+b}$$

$$|\delta_{a+b}| \leq |\delta_a| + |\delta_b| + \delta$$

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta'|}{a+b} + \frac{|\Delta''|}{a+b} &\leq \frac{|\Delta'|}{10^{2m}} + \frac{|\Delta''|}{10^{2m}} \\ &\leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-2m} + \frac{1}{2} \cdot 10^{-2m} \\ &= 10^{-2m} \\ &\leq 10^{-2m} + \delta \approx \delta \end{aligned}$$

$$|\delta_a + \delta_b| \leq \frac{|\Delta'| + |\Delta''|}{a+b} + |\delta_a| + \begin{cases} |\delta_b| \cdot 10^{v-u-1} & \text{se } u \geq v \\ |\delta_b| & \text{se } u = v \end{cases}$$

• SOTTRAZIONI

$a, b \in \mathbb{R} \quad a \vdash a^*, b \vdash b^*, \quad a \geq b \geq 0$

$a^* = 10^u \cdot \alpha \quad \alpha = 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m \quad u, v \in \mathbb{Z}$

$b^* = 10^v \cdot \beta \quad \beta = 0, \beta_1 \beta_2 \dots \beta_m$

$a = a^* + \Delta_a \quad b = b^* + \Delta_b$

$a^* \geq b^*$

$a - b = a^* - b^* + \Delta_a - \Delta_b$

Prendiamo un'ipotesi sui ordini di grandezza di a^* e b^* .

Sia $u \geq v$:

b avrà una mantissa di $m + u - v$ cifre:

$b^* = 10^u \cdot 0,00\dots 0\beta_1\beta_2\dots\beta_m$

con $u - v$ occorrenze di zero.

Esprimiamo la nuova mantissa fino ad un massimo di $2m$ cifre e trasformo però:

$m + u - v \geq 2m \quad ; \quad u - v \geq m$

$b^* \vdash b^{**}$

$\Delta' = b^* - b^{**}$

$a^* - b^{**} \vdash (a^* - b^{**})^* \quad ; \quad \Delta'' = a^* - b^{**} - (a^* - b^{**})^*$

$\Delta_{a-b} = a - b - (a^* - b^{**})^* = \Delta_a - \Delta_b + \Delta' + \Delta'' = |\Delta_a| + |\Delta_b| + |\Delta'| + |\Delta''|$

$a \gg b \Leftrightarrow a^* \gg b^* \quad ; \quad u > v + 1$

$a^* - b^*$ ha lo stesso ordine di grandezza di a^* .

$a^* - b^* \approx a - b \Rightarrow a^* \approx a$

$a - b$ ha lo stesso ordine di grandezza di a .

$$\begin{aligned} \delta_{a-b} &= \frac{\Delta_a - \Delta_b + \Delta' + \Delta''}{a} = \delta_a - \frac{\Delta_b}{a} + \frac{\Delta' + \Delta''}{a} \\ &= \delta_a - \delta_b \cdot \frac{b}{a} + \frac{\Delta' + \Delta''}{a} \approx \delta_a - 10^{v-u} \delta_b + \frac{\Delta' + \Delta''}{a} \end{aligned}$$

$$\delta_{a-b} = \delta_a - 10^{v-u} \delta_b + \delta = \delta + |\delta_a| + 10^{v-u} |\delta_b|$$

Se invece $a \bar{\gg}$ rispetto a b , allora $a - b$ è molto piccolo e $|\delta_{a-b}|$ può diventare un valore troppo alto.

ESEMPI

• MOLTIPLICAZIONI

$$m = 6$$

$$a^* = 10^3 \cdot 0,721351$$

$$b^* = 10^2 \cdot 0,378912$$

$$a^* b^* = 10 \cdot 0,272927550112 \approx (a^* b^*)^* = 10 \cdot 0,272928$$

• DIVISIONI

$$m = 6$$

$$a^* = 10^3 \cdot 0,721351$$

$$b^* = 10^2 \cdot 0,378912$$

$$\frac{a^*}{b^*} = 10^6 \cdot 1,903716... = 10^6 \cdot 0,1903716 \approx \left(\frac{a^*}{b^*}\right)^* = 10 \cdot 0,190372$$

• SOMME

$$m = 6$$

1)

$$a^* = 10^3 \cdot 0,619735$$

$$b^* = 10^3 \cdot 0,721483$$

$$b^{**} = b^*$$

$$a^* + b^{**} = 10^3 \cdot 1,341218 = 10^4 \cdot 0,1341218 \approx (a^* + b^{**})^* = 10^4 \cdot 0,134122$$

2)

$$a^* = 10^3 \cdot 0,619735$$

$$b^* = 0,721483$$

$$b^{**} = b^*$$

$$a^* = 10^3 \cdot 0,619735000$$

$$b^* = b^{**} = 10^3 \cdot 0,000721483$$

$$a^* + b^{**} = 10^3 \cdot 0,620456483 \approx (a^* + b^{**})^* = 10^3 \cdot 0,620456$$

3)

$$a^* = 10^3 \cdot 0,619735$$

$$b^* = 10^3 \cdot 0,721483$$

$$b^{**} = b^*$$

$$a^* = 10^3 \cdot 0,619735000000$$

$$b^* = b^{**} = 10^3 \cdot 0,000000721483$$

$$a^* + b^{**} = 10^3 \cdot 0,619735721483 \approx (a^* + b^{**})^* = 10^3 \cdot 0,619736$$

4)

$$a^* = 10^3 \cdot 0,619735$$

$$b^* = 10^{-6} \cdot 0,721483$$

$$b^* = 10^3 \cdot 0,000000000721483$$

$$b^{**} \neq b^*$$

$$b^{**} = 10^3 \cdot 0,000000000721$$

$$a^* + b^{**} = 10^3 \cdot 0,619735000721 \approx (a^* + b^{**})^* = a^* = 10^3 \cdot 0,619735$$

$$(u-v > m) \vee ((u-v \geq m) \wedge (b_1 < 5)) \vdash (a^* + b^{**}) = a^*$$

$$(u-v > m) \vdash ((\Delta' = b^* \neq 0) \wedge (\Delta'' = 0))$$

• SOTTRAZIONI

$$m=6$$

1)

$$a^* = 10^2 \cdot 0,100000$$

$$b^* = 0,999999$$

$$b^{**} = b^* = 10^2 \cdot 0,00999999$$

$$a^* - b^* = 10^2 \cdot 0,09000001 = 10 \cdot 0,9000001 \approx (a^* - b^*)^* = 10 \cdot 0,900000 \approx a^*$$

$$\Delta' = 0 \quad \& \quad \Delta'' = 10^{-6}$$

$$\delta_{a-b} \approx \delta_a + 10^{-2} \delta_b + 10^{-7}$$

2)

$$a^* = 10^2 \cdot 0,100000$$

$$b^* = 10 \cdot 0,999999$$

$$b^{**} = b^* \vdash \Delta' = 0$$

$$b^* = 10^2 \cdot 0,09999999$$

$$a^* - b^* = 10^2 \cdot 0,0000001 = 10^{-4} \cdot 0,100000 = 10^{-5}$$

$$a^* - b^* = (a^* - b^*)^* \vdash \Delta'' = 0$$

$$a-b \approx 10^{-5} : \text{NON È VERO}$$

$$\delta_{a-b} \approx \frac{\Delta_a - \Delta_b}{a^* - b^*} = 10^5 \cdot (\Delta_a - \Delta_b) \approx 10^6 \cdot (\delta_a - \delta_b)$$

ALGORITHM

Descrizione di una funzione, ~~esecuzione~~ ripetute
esecuzione di operazioni elementari.

Una stessa funzione può essere calcolata con
algoritmi differenti.

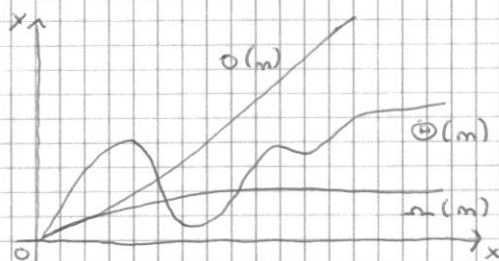
ALGORITHM

COSTO

- Tempo di calcolo;
- Spazio che l'esecuzione
richiede;

AFFIDABILITA'

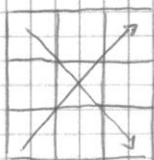
- accumulo di pochi
errori;
- esecuzione di poche
operazioni rischiose;
- parametri standard:
 - n° di operazioni;
 - complessità;



$\Omega(m)$: lower bound

$O(m)$: upper bound

$\Theta(m)$: exact bound



$MAT[m][m]$

Diagonale principale

Diagonale secondaria

1 CICLO : $O(m)$

2 CICLI : $O(m^2)$